Tarea 2
Macroeconomía II - IN759
Segundo Semestre 2010
Profesor: Benjamín Villena R.

Entrega: 1 de Octubre de 2010

Problema 1: Modelo de Capital Humano

(Basado en modelo de Uzawa-Lucas (Lucas 1988)) Considere una tecnología con función de producción

$$Y_t = AK_t^{\alpha}(H_t^p)^{1-\alpha}$$

donde K_t es el stock de capital físico y H_t^p es el *capital humano utilizado en producción* de bienes de consumo y de capital.

El capital físico se acumula de acuerdo a la ecuación de flujo-stock

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$$

En tanto, el *capital humano total* H_t se acumula a través de la siguiente ecuación dinámica

$$H_{t+1} = (1-\delta)H_t + BH_t^e$$

donde H_t^e es el stock de capital humano dedicado a educación.

Los hogares son dueños del capital físico y humano, y toman decisiones para su utilidad de vida

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right)$$

sujetos a las restricciones de que la suma de consumo e inversión deben ser menores al producto, y que el capital humano asignado a educación y producción debe ser menor al total.

1. Sea h_t la fracción de capital humano dedicado a producción. Determine la tasa de crecimiento del producto Y_t, capital humano y físico como función de h_t.

2. Usando la conjetura de que h_t es constante, determine la senda de crecimiento balanceado de esta economía. Muestre que en esta senda la tasa de interés de equilibrio es $r^* = B - \delta$. Muestre que existe un único $k^* \equiv K/H$ consistente con la senda balanceada.

3. Determine la tasa de crecimiento de la economía en la senda de crecimiento balanceada.

4. Analice la dinámica transicional de la economía para k, h y $c = C/K$ partiendo desde $k_0 \neq k^*$

Problema 2: Modelo de Equipo de Laboratorio

Existe una economía en la cual se producen nuevos insumos intermedios. La función de producción de la empresa productora de bienes finales es

$$Y_{i,t} = L_{i,t}^{1-\alpha} \sum_{n=1}^{N_t} X_{i,n,t}^{\alpha}$$

donde $\alpha \in (0,1)$, $Y_{i,t}$ es el producto producido por la empresa i en el período t, $L_{i,t}$ es el trabajo contratado por la empresa i en t y $X_{i,n,t}$ es la cantidad empleada del insumo intermedio n en la empresa i en t. Una vez utilizado el insumo, éste se deprecia completamente. A nivel agregado la cantidad de trabajo está fija y se normaliza a 1. Denotaremos el precio pagado por el insumo $n = 1, 2, ..., N_t$ en t como $P_{n,t}$.

Cuando el productor de insumos intermedios crea una nueva variedad $N_t + 1$, obtiene una patente que le otorga un poder monopólico que puede perder con probabilidad $\gamma \in (0,1)$ en cada período sobre la producción y venta del insumo creado. Existe una tasa de interés de mercado r al cual se descuentan los beneficios futuros de la empresa innovadora. Por otro lado, considere que el costo de producción de un insumo es una unidad del bien de consumo. El costo de invención del nuevo insumo es de κ unidades de consumo y puede pagarlo cualquiera de los infinitas potenciales entrantes (existe libre entrada).

A nivel agregado, se satisface la restricción presupuestaria siguiente

$$Y_t = C_t + X_t + Z_t$$

donde C_t es el consumo agregado, $X_t = \sum_i \sum_{n=1}^{N_t} X_{i,n}$ son las recursos utilizados en los N_t insumos existentes en t y $Z_t = \kappa(N_{t+1} - N_t)$ es el gasto realizado en la investigación que origina $N_{t+1} - N_t$ nuevos productos.

1. Determine la demanda por trabajo y por insumos de una empresa típica.

2. Determine la política de precios óptimos de la empresa creadora de un insumo.

3. Encuentre el valor de equilibrio de la tasa de interés en función de los costos de entrada y otros parámetros utilizando la condición de libre entrada para la industria creadora de insumos.

4. El consumidor típico optimiza sus preferencias intertemporales a través de un plan óptimo determinado por una ecuación de Euler del tipo

$$C_t^{-\sigma} = \beta(1+r)C_{t+1}^{-\sigma}$$

determine la tasa de crecimiento del consumo, producto y número de variedades de insumos intermedios en equilibrio competitivo.

5. Suponga que la tecnología para producir nuevos insumos no sólo require comprar equipos de laboratorio, sino tambien de horas de trabajo L^R (no olvide que existe una dotación fija de tiempo igual a 1 en cada hogar). Al mismo tiempo, la tasa de crecimiento de las invenciones decae con el número de invenciones porque cada vez se hace más difícil crear nuevos bienes. Esto puede representarse a través de la sencilla forma funcional

$$N_{t+1} - N_t = \kappa N_t^{\phi} L_t^R \text{ con } \phi < 1$$

Repita los puntos previos para el modelo con esta tecnología para crear nuevos insumos productivos.

Problema 3: Modelo de Creación Destructiva

Existe una economía en la cual existe un único insumo productivo que se puede producir con calidad creciente a través del tiempo. Los aumentos de calidad se producen a partir de inversiones en Investigación y Desarrollo. La función de producción es la siguiente

$$Y_t = AL_t^{1-\alpha}\widetilde{X}_t^{\alpha}$$

con $\widetilde{X}_t$ como el monto de insumos ajustado por calidad que se emplea en la producción. Este compuesto (potencialmente) por insumos de diversa calidad puede expresarse como

$$\widetilde{X}_t = \sum_{k}^{M} q^k X_{k,t}$$

donde $q > 1$ indica que las versiones más recientes son de mayor calidad. $X_{k,t}$ es la cantidad de insumos comprados de la versión k en el momento t.

Los hogares tienen preferencias estándar tipo CRRA y ahorran en activos a_t que pagan un retorno de mercado endógeno. La población está constante. El bien Y_t se transa en un mercado competitivo y se puede utilizar para consumir, generar insumos o invertitr en Investigación.

La tecnología para generar mejorías de calidad es tal que se destinan recursos κ_{M+1} para generar una tasa de llegada de descubrimiento en un proceso de Poisson que llamamos μ_{M+1}.

1. Si el $M+1$-ésimo innovador tiene poder monopólico sobre dicha versión del producto, determine el precio óptimo que cobra dicho innovador.

2. Explique qué ocurre con versiones anteriores del bien. ¿ De qué depende su respuesta? ¿ Es fundamental la existencia de una ley de patentes que garantice poder monopólico del innovador?

3. Suponga que la probabilidad de generar una versión nueva de mayor calidad se puede expresar como
$$\mu_{M+1} = \kappa^{\xi}_{M+1}\phi(q^{M+1})$$
donde $\xi \in [0, 1]$ y la función ϕ es continuamente diferenciable, estricatamente creciente y cóncava. Determine la tasa de interés de equilibrio en esta economía. Refiérsae a la importancia del parátero ξ

4. Determine la tasa de crecimiento promedio del producto, consumo, gasto en insumos y en investigación. ¿ Existe una senda de crecimiento balanceado en esta economía? ¿Por qué?

References

Lucas, R. E. (1988). On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics 22*(1), 3 – 42.