Auxiliar 2
Macroeconomía II – IN759
Profesor: Benjamín Villena R.
Auxiliar: Santiago Justel V.
2 de septiembre del 2010

1. Modelo de Solow con Capital Humano

Suponga el modelo de Solow en tiempo discreto. Es decir, nos encontramos en una economía cerrada y no hay gobierno, existe una firma representativa de esta economía cuya función de producción depende del capital y del trabajo.

$$Y = A_t F(K_t, L_t) \quad (1)$$

1. ¿Cuáles son los supuestos que debe satisfacer esta función de producción?.

La población crece a una tasa n constante. Es decir: $L_{t+1} = (1 + n)L_t$ Suponga que el capital se deprecia a una tasa δ y además que los agentes de esta economía ahorran una fracción s de sus ingresos.

2. Escriba la ecuación dinámica (en diferencias) del capital total de la economía.
3. Escriba la ecuación anterior en términos pér-cápita y encuentre los valores para el estado estacionario, para ello suponga que la función de producción es una Cobb-Douglas y que la tecnología (A_t) es 1, $\forall t$. Describa la dinámica de la economía hacia el e.e., realice una gráfica si es necesario. ¿Hay crecimiento de la producción en esta economía?
4. Encuentre la tasa de ahorro llamada “regla dorada”, ¿en qué consiste esta tasa?. Comente cuál es uno de los problemas del modelo de Solow de crecimiento.

Suponga ahora que existe otro factor de producción, además de capital y trabajo, el capital humano H como en Mankiw, Romer y Weil(1992). La tecnología de producción es

$$Y = F(K_t, H_t, L_t) = K_t^\alpha H_t^\gamma L_t^{1-\alpha-\gamma} \quad (2)$$

Los hogares destinan una proporción fija de sus ingresos s_K y s_H para acumular capital físico y humano, respectivamente. Ambos tipos de capital se deprecian a tasas fijas δ_K y δ_H .

5. Haciendo transformaciones pertinentes, encuentre los valores de estado estacionario del capital físico, capital humano y producto.
6. Determine una “regla de oro”, es decir, tasas de inversión en K y H . Discuta las diferencias que existen entre esta economía y una tradicional de Solow en este ámbito.
7. Asuma que en un momento dado, un grupo de economías se encuentra en estado estacionario. Determine una ecuación de regresión *log-lineal* que pueda ser utilizada para testear el modelo. Discuta los problemas que presenta una estimación por MCO.

2. Modelo de Ramsey y SCB

Considere el modelo de Ramsey de horizonte infinito y tiempo discreto. La población no crece. Cada agente tiene un factor de descuento intertemporal de β . La función de producción viene dada por $F(K_t, A_t L_t)$. Donde A_t es la productividad del trabajo, que crece a una tasa g . El capital se deprecia a una tasa $\delta > 0$.

Los pagos de los factores productivos son respectivamente R_t , que es el costo de uso del capital, y w_t que son los salarios. Suponga que el bien de esta economía (bien que se consume, invierte, produce, etc.) en cada momento t tiene un precio p_t .

1. Muestre que el costo de uso del capital $R_{t+1} = r_t + \delta$ con r_t la tasa de interés real.
Hint: Para esto, considere un argumento de arbitraje.
2. Escriba la restricción intertemporal y plantee el problema que tiene el consumidor, que tiene una utilidad $u(c_t, 1 - l_t)$.
Hint: Suponga de inmediato que son los agentes los dueños del capital.
3. Encuentre las condiciones de optimalidad del problema del consumidor.
4. Plantee el problema de la firma y encuentre las condiciones de optimalidad.

Definición: Una *senda de crecimiento balanceado* vendrá dada por un capital inicial k_0 y una tasa g tal que el conjunto óptimo será:

$$c_t = c_0(1 + g)^t$$

$$k_t = k_0(1 + g)^t$$

$$l_t = l_0$$

$$w_t = w_0(1 + g)^t$$

$$r_t = r_0$$

5. Escriba las condiciones de optimalidad del consumidor y de la firma, imponiendo una senda de crecimiento balanceado. Usando esto, escriba el sistema de ecuaciones para c_0 , l_0 , k_0 , w_0 , r_0 que la senda debe satisfacer.
6. Muestre que si las preferencias son de la forma:

$$u(c, 1 - l) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma} v(1 - l)$$

para $\gamma \neq 1$

$$u(c, 1 - l) = \log c + v(1 - l)$$

existe una senda de crecimiento balanceado.

7. Sea

$$u(c, 1 - l) = g \left(c + \frac{(1 - l)^\sigma}{\sigma} \right)$$

Para $\sigma > 1$ y $g(\cdot)$ estrictamente creciente y cóncava. Muestre que estas preferencias son inconsistentes con una SCB. **Nota:** las preferencias llamadas GHH son de esta forma y si bien, a veces se ajustan mejor a ciertos datos, no cumplen la SCB.

8. Muestre que si la economía admite una SCB para cualquier conjunto de parámetros β , g , y δ , entonces las preferencias deben ser de la forma descrita en la pregunta 6.