INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Tarea 1
Macroeconomía II - IN759
Segundo Semestre 2010
Profesor: Benjamín Villena R.

Problema 1: Modelo de Solow

Considere una economía de Solow donde no hay progreso tecnológico exógeno ni crecimiento de la población. La función de producción utiliza capital y trabajo y satisface retornos constantes a escala y las condiciones de Inada. La tasa de depreciación δ y de ahorro s son constantes y exógenas. Los hogares poseen una unidad de tiempo y no valoran el ocio.

1. Suponga que el mercado laboral *no es perfectamente competitivo*. Debido a la ley laboral, los trabajadores en lugar de recibir un salario competitivo obtienen una fracción $\phi \in (0, 1)$ del producto de su empleador como ingreso laboral. Caracterize el equilibrio competitivo de esta economía suponiendo que en el momento $t = 0$ existe un stock de capital $K_0 > 0$.

2. Suponga que la función de producción es Cobb-Douglas y compare su resultado con el de una economía con un mercado laboral perfectamente competitivo. ¿ Bajo qué condiciones el nivel de producto per cápita será mayor en la economía con mercado laboral competitivo? ¿ Sería posible que la existencia de un mercado laboral no competitivo aumentara el bienestar de los hogares en algún sentido? Sea preciso en su respuesta.

3. Considere ahora la economía con un mercado laboral potencialmente competitivo donde existe un gobierno que aplica un impuesto al trabajo $\tau \in (0, 1)$. La recaudación tributaria es redistribuida a los hogares como transferencia de suma alzada. Explique los efectos del impuesto en los casos en que (i) el ahorro se realiza antes de recibir la transferencia fiscal y (ii) el ahorro se realiza después de recibir la transferencia.

4. ¿ Sería posible que el impuesto laboral aumentara el bienestar de los hogares en algún sentido?

Problema 2: Teorema de Uzawa

Para este problema puede resultar útil ver la demostración del Teorema en Jones and Scrimgeour (2008) o en el capítulo 2 de Acemoglu (2009) para el caso de tiempo continuo. La idea es probar el Teorema aquí en tiempo discreto siguiendo una lógica parecida.

El tiempo es, por supuesto, **discreto**. La economía posee una tecnología de producción que usa capital K y trabajo L con retornos constantes a escala y condiciones de Inada que puede depender del tiempo (por ejemplo, a través de cambio tecnológico exógeno de algún tipo). El producto Y se utiliza completamente en consumo o inversión física. El capital se acumula de acuerdo a la ley acumulación del capital con tasa de depreciación constante $\delta \in (0,1)$, es decir $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$. El factor trabajo crece a una tasa exógena constante de $g_L \geq 0$.

Una **senda de crecimiento balanceado** (SCB) es una secuencia de variables $\{Y_t, K_t, L_t, C_t, I_t\}_{t=0}^{\infty}$ en la cual todas las variables crecen a una tasa neta constante g_X con $X = Y, K, L, C, I$ para todo $t > \tau > 0$.

Podemos formular el teorema de Uzawa en los siguientes términos: Si en la economía descrita el producto per cápita $y = Y/L$ tiene una tasa de crecimiento constante g desde el período $\tau > 0$ en adelante, existe una senda de crecimiento balanceado, y la inversión física I_t es estrictamente positiva para todo $t \geq \tau$, entonces la función de producción puede representarse como $Y_t = F(K_t, A_t L_t)$ con $A_{t+1}/A_t = 1 + g$ para todo $t \geq \tau$. Es decir, el cambio tecnológico es Harrod-neutral.

Para probar el teorema seguiremos los siguientes pasos:

1. Muestre que el crecimiento del stock de capital debe ser igual al crecimiento de la inversión.

2. Utilizando SCB y la función de producción $Y_t = F(K_t, L_t, t)$ muestre que si $g_Y = g_K$ entonces el teorema se prueba con $A_t = \left(\frac{1+g_Y}{1+g_L}\right)^{t-\tau}$.

3. Utilizando la identidad contable $Y_t = C_t + I_t$ y la definición de SCB, muestre que

$$C_t(1+g_C)(g_Y - g_C) = I_t(1+g_I)(g_I - g_Y) \quad \forall t \geq \tau$$

4. Con el último resultado concluya que $g_Y = g_K$ salvo si la inversión es cero, lo que prueba el teorema.

5. Explique la intuición económica del resultado obtenido.

Problema 3: Modelo neoclásico

Suponga que existe una economía con características neoclásicas analizada en clases. Suponga que las preferencias de los hogares vienen dadas por $u(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}$ con $\sigma \geq 0$. La función de producción emplea capital y trabajo y tiene retornos constantes a escala. La población no crece. Caracterice el equilibrio competitivo de la economía (estado estacionario y dinámica de transición) en las siguientes circunstancias especiales y explique **económicamente** sus resultados.

1. Las preferencias por consumo son lineales, es decir $\sigma = 0$.

2. El stock de capital inicial es mayor que el de estado estacionario, pero hay irreversibilidad de la inversión, es decir $I_t \geq 0 \quad \forall t$.

3. Las preferencia tienen formación de hábitos de consumo, es decir, la función de utilidad instantánea es $u(c_t, c_{t-1}) = \frac{(c_t - \theta c_{t-1})^{1-\sigma}}{1-\sigma}$ con $\theta \in (0, 1)$. Pista: redefina las variables estado del modelo.

References

Acemoglu, D. (2009). *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton University Press.

Jones, C. I. and D. Scrimgeour (2008). A New Proof of Uzawa's Steady-State Growth Theorem. *Review of Economics and Statistics 90*(1), 180–182.