

**Profesor:** Fernando Ordóñez P.

**Semestre:** Primavera 2010

**Fecha:** 9 de Septiembre de 2010

## IN4704 Gestión de Operaciones II

### Control N°1

#### Problema 1 (50 %)

1. (0,5 pts) Explique dos motivos diferentes para hacer corridas piloto de un sistema de simulación.

**Sol:** Algunos motivos son:

- definir parámetros importantes en la simulación (por ejemplo  $c^*$  en el método de la variable de control)
  - definir el rango de validez de los supuestos hechos para definir el rango del experimento
  - ver resultados preliminares para evaluar la validez de los supuestos hechos.
2. (0,5 pts) Describa como generar la variable aleatoria  $z = 2t + 7w$  utilizando solo un número aleatorio  $U[0, 1]$  si  $t$  y  $w \sim U[0, 1]$  son variables aleatorias independientes.

**Sol:** Para esto debemos calcular la función distribución de  $z$ ,  $F_z(x) = P(z \leq x) = P(2t + 7w \leq x)$ . Para cada valor de  $x$ , esta probabilidad es el área del cuadrado  $[0, 1]^2$  que está bajo la línea  $2t + 7w = x$ . Esta función acumulativa es:

$$F_z(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^2/28 & 0 \leq x \leq 2 \\ (x-1)/7 & 2 \leq x \leq 7 \\ 1 - (9-x)^2/28 & 7 \leq x \leq 9 \\ 1 & x \geq 9 \end{cases}$$

Notar que  $F_z(2) = 1/7$ ,  $F_z(7) = 6/7$ . Para generar  $z$ , entonces tiramos  $u \sim U[0, 1]$  si  $u \in [0, 1/7]$  entonces  $x = \sqrt{28u}$ , si  $u \in (1/7, 6/7]$  entonces  $x = 1 + 7u$ , y si  $u \in (6/7, 1]$  entonces  $x = 9 - \sqrt{28(1-u)}$

3. (0,5 pts) De un ejemplo de cuando es importante utilizar un método de reducción de varianza en una simulación.

**Sol:** Reducción de varianza es importante cuando hacer una simulacion es muy caro o dificil. Por ejemplo en el diseño de perfiles de alas de avion, la unica forma de comprobar realmente las propiedades de la ala, es construir la ala, ponerla en el tunel de viento y verificar estas propiedades. Como es tanto caro como demorado es mejor hacer el menor numero de simulaciones posibles. Hay muchos ejemplos posibles.

4. (0,5 pts) Considere un sistema de inventario  $(S, s)$  con tiempos entre llegadas de clientes exponencialmente distribuidas (con tasa  $\lambda$ ), tiempo de pedido exponencial de tasa  $\mu$ , y con costos de inventario ( $h$ ), quiebre de stock ( $b$ ), de orden fijo ( $A$ ) y de orden variable ( $v$ ). ¿Como utilizaria el método de reducción de varianza que considera una variable de control para obtener una estimación del costo total de inventario?

**Sol:** Si  $x_i$  son los resultados de costo total de la simulacion  $i$ , este método utiliza el estimador insesgado del costo total dado por  $\bar{X}_c = 1/n \sum_{i=1}^n x_i + c(z_i - \mu_z)$ , donde  $z$  es una variable aleatoria correlacionada con  $x$  y con esperanza conocida. En este caso  $z$  puede ser el tiempo entre la llegada de  $i - 1$  e  $i$ , que tiene esperanza conocida  $\mu_z = 1/\lambda$ . Se deben correr algunos simulaciones piloto para estimar  $c = -corr(x, z)/var(z)$  con la correlacion y varianzas empiricas de las corridas piloto.

5. (0,5 pts) Explique porque conviene utilizar revenue management cuando se tienen costos fijos altos, costos variables bajos, y productos perecibles. De un ejemplo.

**Sol:** Si los costos fijos son altos, entonces es muy dificil cambiar la oferta para ajustarse a la demanda. Por es preferible aumentar o disminuir la demanda cambiando el precio. Si los costos variables son bajos, cambios en el numero de clientes no aumentan o disminuyen los costos significativamente asi que el aumento en clientes (posiblemente a menor precio) es muy relacionado al impacto en ingresos. Finalmente si los productos no son perecibles (y los costos de almacenamiento variables son bajos) podemos preferir guardar el producto hasta que la demanda aumente y venderlo a precio completo antes de rebajar el precio para estimular la demanda. Esto no es posible si el producto es perecible.

6. (0,5 pts) Suponga que la probabilidad que lleguen al menos  $i$  clientes de la clase 1 es  $p_1(i) = 1/5^i$  y de la clase 2 es  $p_2(i) = 1/2^i$ . Calcule cuantos asientos se deben reservar en total para las clases 1 y 2 y no vender a la clase 3 si los precios son  $c_1 = 100$ ,  $c_2 = 80$  y  $c_3 = 40$ .

**Sol:** Los asientos que reserva la clase  $j$  estan dados por el mayor  $i$  tal que  $c_j p_j(i) \geq c_3$ . Si  $c_j p_j(i) < c_3$  preferimos aceptar el cliente de la clase 3. Con los datos arriba, esto dice que  $p_1(i) = 1/5^i > 40/100 = 2/5$ . Es decir  $i = 0$  para la clase 1, y  $p_2(i) = 1/2^i \geq 40/80 = 1/2$  es decir  $i = 1$  para la clase 2. En total EMSRa guardaria 1 asiento para las clases 1 y 2 y no se lo venderia a algun cliente de 3 que aparezca.

7. (BONUS 0,5 pts) De acuerdo a lo expuesto en la charla del sr. Martin Fuentes sobre RM en Enjoy: Mencione 2 motivos por los que las decisiones referentes a RM no son generadas únicamente por el software y requieren de conocimiento experto

**Sol:**

- Hay que corregir la demanda historica por situaciones excepcionales. Por ejemplo la baja demanda los dias despues del terremoto no implica que todos los comienzos de marzo tienen baja demanda.
- Existen restricciones como que en este 18 solo se puede reservar para el fin de semana completo y no para dias individuales.
- Existe capacidad de negociacion para clientes walk in. (no cobro lo mismo a un turista relajado que a un ejecutivo apremiado)
- La empresa debe mantener su posicion en el mercado (no se puede cobrar muy bajo aunque el software lo indique por una cuestion de imagen)

## Problema 2 (50 %)

Se desea simular el efecto de un sistema de RM en la venta de entradas a un cine (Joik) con capacidad  $C$ . En este sistema los clientes pueden comprar entradas para un show desde 14 hasta 1 dia antes de la función con un descuento o en el momento de la función a precio completo. Suponga que conoce  $p(i, q)$ , la probabilidad que al menos  $i$  personas aparezcan a comprar entradas al momento de la función, si  $q$  entradas se han vendido con descuento. Note que  $p(0, q) = 1$  para todo  $q \in \{0, \dots, C\}$  y suponga que estas funciones son constantes durante las 2 semanas.

1. (0,5 pts) Utilize Littlewood para definir cuantas entradas reservar para precio completo si el precio de descuento por internet tiene un 50% de descuento y se han vendido 10 entradas con descuento. Respuesta en funcion de  $p(i, q)$ .

**Sol:** Si el precio completo es  $c$ , Littlewood dice que se vende con descuento si  $cp(i, 10) < ,5c$ , es decir si  $p(i, 10) < 0,5$ . El numero de asientos que se deberia guardar para precio completo entonces es el mayor  $i$  tal que  $p(i, 10) \geq 0,5$ . Note que por su definicion  $p(i, 10)$  es decreciente en  $i$ .

2. (1,5 pts) Deseamos hacer una simulación del período de venta de entradas. Suponga que el tiempo entre clientes en internet sigue una distribución exponencial con tasa  $\lambda_d$  que depende del dia  $d$ . ¿Cuales son las variables de estado, eventos y los estadísticos de interes en una simulación con incrementos variables de tiempo?

**Sol:**

- variables de estado:  $q$  numero de asientos vendidos,  $d$  el dia de la simulación.
- Eventos: 1. la llegada de un cliente a comprar en internet. Seguido del calculo de la cantidad de asientos que se reservan para precio completo. 2. Cambio de dia, pues cambia la tasa de llegada. 3. El dia de la funcion: generar llegadas de clientes a tiempo completo
- estadístico de interés son los ingresos por entradas. También para medir la calidad de servicio puede ser en numero de clientes con precio entero y de internet que no pueden comprar entrada.

### 3. Como pude modificar esta simulación para incluir

- a) (0,5 pts) El ingreso promedio por comida de clientes que compraron la entrada con descuento es 30% que los que compraron a precio completo (Suponga que el precio completo de la entrada es \$7000 y el ingreso por comida de precio completo es \$5000).

**Sol:** En este caso sabemos que el ingreso de un cliente de precio completo es \$ 12,000 y el de un cliente con descuento es \$ 6,500. Estos nuevos valores deben ser usados en la simulacion, tanto para incrementar los ingresos totales como para calcular la cantidad de asientos que debemos reservar para clientes de precio completo.

- b) (0,5 pts) Hacer una simulacion con incrementos fijos de tiempo. ¿Que supuestos adicionales son necesarios?

**Sol:** Para poder hacer en incremento fijo de tiempo, lo natural es suponer que el tiempo avanza de un dia al otro. Y no estariamos revisando la politica de aceptar o rechazar clientes despues de que llegue cada individuo. Esto estaria bien si las funciones  $p(i, q)$  no dependend de  $q$  (o son constantes por partes y se podria separar en otro evento cuando pase los pocos umbrales)

Alternativamente hay que cambiar llos eventos de llegada y aceptacion de clientes. Llegan segun una poisson correspondiente al periodo de un dia. Luego para el numero de clientes que llegamos tenemos un evento de aceptacion o rechazo que secuencialmente incluye clientes (y si los acepta) recalcula los asientos a reservar. (ojo, si llegan muchos, es probable que la pelicula sea popular y deban reducir el numero de tickets con descuento.)