

## Auxiliar

Profesores: Roberto Cominetti, José Correa, Nicolás Figueroa  
Auxiliares: Andrés Fielbaum, Francisco Unda

**Pregunta 1** Pruebe que todo equilibrio de Nash es un equilibrio correlacionado.

**Pregunta 2** El juego clásico de Bertrand es el siguiente. Asuma que  $n$  compañías, que producen un mismo bien, compiten por clientes. Si cada compañía  $i$  tiene un nivel de producción  $q_i$ , habrá un total de  $q = \sum_i q_i$  unidades del producto en el mercado. Ahora, la demanda por este producto depende del precio y si hay  $q$  unidades, el precio será tal que se venden todas. Asuma que se nos da la curva precio-demanda  $p(d)$ , que nos da el precio al cual se venden  $q$  unidades. Asuma además que  $p(d)$  es decreciente y diferenciable. Con esta definición, la ganancia de la empresa  $i$  es  $q_i p(q)$ . Asuma que la producción es muy barata y cada firma maximiza su utilidad.

1. Muestre que la utilidad de un monopolio, puede ser arbitrariamente mas grande que la utilidad total de varias firmas compartiendo el mercado.
2. Asuma que  $p(d)$  es dos veces diferenciable, y decreciente y que  $p''(d) \leq 0$ . Muestre que el monopolio gana a los más  $n$  veces más que todas las firmas que compiten juntas.
3. Estudie los casos en que existe un equilibrio de Nash.

**Pregunta 3** Considere un juego con  $n$  jugadores en que cada jugador tiene 2 estrategias. Para este problema, se pensará en las estrategias como *on* y *off*. Por ejemplo la estrategia podría ser participar o no en un evento. Asuma además que el juego es simétrico, en el sentido que todos los jugadores tienen la misma función de pagos, y esta función depende de la estrategia del jugador y de la cantidad de los otros jugadores que juegan la estrategia *on*. Así, el juego está definido por  $2n$  valores:  $u_{\text{on}}(k)$  y  $u_{\text{off}}(k)$ , los cuales denotan el pago cuando el jugador elige *on* y *off* respectivamente, asumiendo que otros  $k$  jugadores juegan *on*. De un algoritmo polinomial que encuentra un equilibrio correlacionado para este tipo de juego. Note que la entrada del problema consiste en los  $2n$  números mencionados arriba. HINT: Use que  $\text{LP} \in \text{P}$ .

**Pregunta 4** Compare los siguientes juegos y sus equilibrios (de Nash y Correlacionados):

1. La guerra de los sexos
2.  $n$  jugadores que deben decidir si ir a la playa o al bar. La utilidad de cada jugador es simétrica y vale 1 si elige ir al lugar donde va la minoría ( $\leq \frac{n}{2}$ ) y  $-1$  si elige ir al lugar donde va la mayoría.