

## Auxiliar 6: Procesos de Poisson

Martes 5 de Octubre de 2010

### Problema 1

El servicio de urgencias de un hospital ha detectado que el comportamiento de las llegadas de ambulancias a dicha unidad puede ser descrito como un proceso de Poisson no homogéneo. Respecto a la función de intensidad de este proceso se ha observado que el día se divide en dos horarios: “horario diurno” de 8:00 a 20:00, en que las ambulancias llegan a una tasa de 3 [ambulancias/hora], mientras que el “horario nocturno”, desde las 20:00 a las 8:00 del día siguiente, llegan a una tasa de 4 [ambulancias/hora].

- a) ¿Cuál es la probabilidad que, en un día cualquiera, en el intervalo entre las 18:00 y las 22:00, lleguen exactamente  $k$  ambulancias al servicio de emergencias?
- b) Suponga que desde las 8:00 de un día hasta las 8:00 del día siguiente ha venido apenas una ambulancia. ¿Cuál es la probabilidad que esta ambulancia haya llegado durante el “horario diurno”?

### Problema 2

A una heladería, en la que trabaja un solo heladero, llegan grupos de clientes según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda$  [grupos/hora]. Un grupo puede estar compuesto por 1, 2 o 3 personas, con probabilidad  $p$ ,  $q$  y  $1 - p - q$  respectivamente. La heladería abre a las 10 horas y cierra a las 20 horas. El tiempo de atención es despreciable. Todos los clientes que entran a la heladería compran exactamente un helado.

Calcule la probabilidad de que:

- a) Lleguen  $n$  grupos de personas entre las 11 y las 12 horas.
- b) El primer helado sea vendido antes de las  $h$  horas.
- c) Lleguen exclusivamente dos parejas entre las 10 y 11 horas.
- d) No lleguen grupos de un sólo integrante entre las 10 y las 12 horas.
- e) Se hayan vendido exactamente 3 helados entre las 16 y las 17 horas.
- f) Calcule el valor esperado del número de helados vendidos durante el día, dado que durante las primeras  $h$  horas se vendieron  $k$  helados ( $h \leq 10$ ).

Considere ahora que el tiempo de atención de cada cliente, por parte del heladero, se distribuye exponencialmente con parámetro  $\mu$  [1/hora]. Si al llegar un grupo el heladero está ocupado, estos clientes se retiran porque no están dispuestos a esperar.

- g) Calcule el valor esperado del número de ventas perdidas que tendrá la heladería por cada grupo que atiende el heladero.

### Problema 3

A una de las bodegas de un puerto de carga llegan contenedores según un Proceso de Poisson Homogéneo. Por una parte, la empresa  $A$  envía contenedores a tasa  $\lambda_A$  contenedores/hora. Adicionalmente llegan otros clientes (con un contenedor cada uno) a tasa  $\lambda_O$  clientes/hora. La bodega tiene capacidad ilimitada. Cada 3 horas se produce el embarque de mercancía, vaciando por completo la bodega. La empresa  $A$  es el cliente principal, por lo que recibe importantes beneficios. En primer lugar, en cada embarque pueden ser despachados un máximo de  $N$  contenedores que no sean de la empresa  $A$ , mientras que no hay límite para los contenedores de dicha empresa. Segundo, se cobra una tarifa diferenciada, siendo  $B_A$  el beneficio asociado a embarcar un contenedor de la empresa  $A$  y  $B_O$  para el resto ( $B_A < B_O$ ). Considere que si un cliente (salvo la empresa  $A$ ) no puede despachar su contenedor, se irá inmediatamente a la competencia generando un costo  $C$  para la bodega.

- a) Si entre dos embarques consecutivos llegaron  $n$  contenedores a la bodega, calcula la probabilidad de que  $k$  de ellos sean de la empresa  $A$ . Llame  $p_k(n)$  a dicha probabilidad.
- b) Si en un embarque se despacharon  $m$  contenedores, calcula la probabilidad de que  $k$  de ellos sean de la empresa  $A$ . Llame  $q_k(m)$  a dicha probabilidad.
- c) Calcula la probabilidad de que en un embarque se despachen exactamente  $m$  contenedores.
- d) Calcule la utilidad esperada por embarque para la bodega.