

EJERCICIOS DE INTERVALOS DE CONFIANZA

1. En Inferencia Estadística:

- (a) ¿Qué es estimar un parámetro?
- (b) ¿Qué son el grado de confianza y el margen de error?
- (c) Si queremos estimar al $1 - \alpha$ % de confianza, ¿qué percentil hay que hallar, cualquiera que sea la tabla a emplear?. Completa el cuadro siguiente:

| | | | | |
|------------------------|----|----|----|----|
| Grado de confianza (%) | 80 | 90 | 95 | 99 |
| Percentil adecuado | | | | |

- (d) Supón que en un intervalo de confianza ponemos $z = 2,5$, en otro $z = 2$ y en otro $z = 3$. Según la tabla, ¿qué grado de confianza estamos empleando en cada caso?. ¿Y si ponemos $t_8 = 1,86$?
2. Se desea estimar el número medio de libros que los estudiantes de cierta titulación adquieren en el último curso de sus estudios. Suponiendo conocida la dispersión (varianza igual a 36) y siendo Normal el comportamiento de la variable, ¿ qué tamaño muestral hace falta para alcanzar un grado de confianza del 95% y un margen de error no superior a 2 unidades? ¿Cuál sería el tamaño muestral si queremos reducir el intervalo a la mitad sin perder fiabilidad?
3. El número de horas diarias que los empleados de cierta entidad bancaria de ámbito nacional trabajan delante del ordenador es una variable aleatoria normal con varianza 1,5. Se toma una muestra al azar de 10 empleados y se anota el número de horas que cierto día trabajaron con el ordenador:

| | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----|
| 6 | 3,4 | 5,6 | 6,3 | 6,4 | 5,3 | 5,4 | 5 | 5,2 | 5,5 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----|

- (a) Determina el intervalo de confianza al 90% para el número medio de horas diarias que se trabaja en el ordenador en esa entidad. Explica claramente el resultado comentando que significa el 90% de confianza.
 - (b) Si el margen de error hubiera sido de 1 hora ¿qué grado de confianza se tendría?
 - (c) ¿Qué tamaño muestral es necesario si se quisiera el margen de error del apartado primero y el grado de confianza del apartado segundo?
4. Con respecto al problema anterior, si quiere hacerse el estudio para los empleados de una oficina de la entidad en la que trabajan 50 personas ¿Qué diferencia deberá tenerse en cuenta en el proceso de muestreo? ¿Qué diferencia supone esto en el estadístico? ¿Qué diferencia supone esto en el intervalo?

- (a) Construye el intervalo al 90% de confianza suponiendo que se ha tomado una muestra de 10 empleados de esa oficina y que los datos de la muestra son los del problema anterior.
 - (b) Si el margen de error hubiera sido de 1 hora ¿qué grado de confianza se tendría?
 - (c) ¿Qué tamaño muestral es necesario si se quisiera el margen de error del apartado primero y el grado de confianza del apartado segundo?
5. Una encuesta realizada a 25 empleados de un sector dió como resultados que el tiempo medio de empleo era de 5,3 años con una desviación típica de 1,2 años. Estimar, al 90% de confianza, el tiempo medio de empleo para el sector, suponiendo Normalidad. ¿Consideras que dicha estimación es precisa?
 6. Estudiamos dos muestras de 70 hombres y 70 mujeres con respecto a su nivel de etnocentrismo (se refiere a la tendencia a evaluar a todos los grupos de personas usando nuestras propias normas culturales). Se ha obtenido una media de 1,71 en los hombres y 1,54 en las mujeres. Se conoce por estudios anteriores que la variable en cuestión sigue una distribución Normal con varianza igual a 1 en ambas poblaciones. Obtener un intervalo de confianza al 95% para la diferencia de medias, comentando el resultado.
 7. Se seleccionaron al azar en una gran ciudad 25 distritos de entre los que están asistidos por una fuerte promoción cultural y otros 25 de los que no poseen apenas actos culturales y se observó en un mes el número de actos delictivos ocurridos en ellos. Los resultados fueron:

| | | | |
|-------------------------|----------|--------------|----------------|
| Con asistencia cultural | $n = 25$ | $media = 28$ | $desv.tip = 6$ |
| Sin asistencia cultural | $m = 25$ | $media = 30$ | $desv.tip = 8$ |

Estimar al 99% de confianza la diferencia de medias, en caso de Normalidad con dispersión común a nivel poblacional. Comentar el resultado.

8. Se entrevistó a 500 estudiantes universitarios tomados al azar y se encontró que 290 estaban a favor de la reinserción social del delincuente. ¿Entre qué valores oscilará la proporción a nivel general de la Universidad, al 95% de confianza?
9. Antes de comenzar el curso en un colegio se está pensando en ofrecer servicio de comedor. El colegio esta dispuesto a hacerlo si se quedaran a comer una cuarta parte de los alumnos. Para estimar qué proporción de alumnos se quedaría a comer se ha tomado una muestra de 50 alumnos de los cuales 15 lo harían.
 - (a) Construye un intervalo de confianza adecuado para esta estimación al 95%.

- (b) Si se quiere reducir a la mitad el margen de error, ¿Qué tamaño muestral sería necesario?
 - (c) Repite los apartados anteriores en el supuesto de que se supiera que como mucho un 40% de los alumnos se quedaría a comer.
10. Repite el problema anterior en el supuesto que en el colegio estén matriculados 800 alumnos.
11. En un estudio sobre las relaciones prematrimoniales se encontró en la zona A que, de 200 personas, 124 estaban a favor y en la zona B, de 266 personas, 133 también lo estaban. Estimar la diferencia de proporciones de ambas zonas al 90% de confianza comentando el resultado.
12. En un amplio estudio sobre hábitos de comportamiento, a nivel estatal, uno de los objetivos es conocer la proporción de personas que ven diariamente 2 ó más horas de TV.
- (a) Para realizar la estimación al 95,45% de confianza y un error máximo de 0,01, ¿cuál es el tamaño muestral necesario?.
 - (b) Dicho tamaño muestral se reparte por comunidades autónomas de forma directamente proporcional a su población. Andalucía y Cataluña representan respectivamente el 17,41% y el 15,81% del censo. ¿Qué precisión tendrán los resultados parciales de esas comunidades?
 - (c) Si resultaron 890, en la muestra de Andalucía, y 715, en la de Cataluña, las personas que ven 2 ó más horas al día de TV, estimar la diferencia de proporciones y comentar el resultado.

EJERCICIOS DE CONTRASTES PARAMÉTRICOS

1. Una encuesta a 64 empleados profesionales de una institución reveló que el tiempo medio de empleo en dicho campo era de 5 años. Sabemos que la desviación típica de esta variable aleatoria es 4. ¿Sirven estos datos de soporte para afirmar que el tiempo medio de empleo de los empleados profesionales de esta institución está por debajo de 6 años?. Hacer el estudio con un nivel de significación del 5%.
2. Se está realizando una investigación sobre diversos temas relacionados con colegios mayores. Se piensa que la edad media de las personas que en ellos habitan es menor que 21 años. Se ha tomado una muestra de 16 personas y ha dado una media de 20 y una desv. tip. de 3.
 - (a) ¿Puede mantenerse la afirmación, al 5% de significación, de que la edad media de las personas residentes en colegios mayores es menor que 21?. Se supone que la variable aleatoria en estudio sigue una distribución Normal.
 - (b) ¿Contradice el resultado muestral, al 5% de significación, la hipótesis de que la varianza de la edad en las personas residentes en colegios mayores es menor o igual que 7. Suponer normalidad.
3. Una periodista sostiene que más del 60% de la población de una determinada zona estaría dispuesto a votar en las próximas elecciones. De una muestra de 2000 individuos, 1275 estarían dispuestos a votar. Determinar si es cierta la aseveración del investigador a un nivel de significación del 5%.
4. Se toma una muestra de 30 personas que están viviendo en pisos de alquiler. Investigada la cantidad que pagan por alquiler, resulta una media de 60937,4 ptas. y una desviación típica de 20478,6 ptas. Se pide:
 - (a) Hacer uso de esta muestra para contrastar al 1% de significación la hipótesis que mantiene una asociación de vecinos de que la media de alquiler para toda la población es de 70500 ptas.
 - (b) ¿Qué supuesto falta para realizar el contraste paramétrico?.
 - (c) Hacer uso de esta muestra para contrastar al 1% de significación la hipótesis que mantiene el ayuntamiento de que la media de alquiler para toda la población es de 60000 ptas.
 - (d) Explica por qué es posible aceptar las dos hipótesis nulas de los dos apartados anteriores, es decir, por qué esto no es una contradicción estadística.

5. Se desea hacer un estudio sobre la necesidad de guarderías en cierto barrio. Se hace una encuesta a 120 personas en el barrio y resulta que 45 necesitan guardería.

Se considera necesaria la guardería si al menos la mitad de la población del barrio la utiliza.

¿Es correcto creer que no es necesaria?. Nivel de significación del 5%.

6. Se trata de evaluar los efectos del ruido sobre la capacidad de aprendizaje. Se distribuyeron aleatoriamente 2 grupos de 224 estudiantes cada uno. Al primer grupo se le enseñó una habilidad en condiciones de ruido. Al segundo grupo se le enseñó la misma habilidad, con el mismo profesor, pero sin ruido.

Al final del experimento se administró a cada estudiante una prueba para medir su nivel de dominio en la habilidad:

| Grupos | n | \bar{x} |
|-----------|-----|-----------|
| Con ruido | 224 | 80 |
| Sin ruido | 224 | 89 |

¿Proporcionan estos datos evidencia suficiente como para concluir que el ruido es un factor que perjudica el aprendizaje?. (Se supone Normalidad y se supone que las varianzas poblacionales respectivas son 60 y 45. Nivel de significación del 5%).

7. Una encuesta hecha a 100 estudiantes matriculados en una universidad A reveló que, durante el primer trimestre, la cantidad gastada (promedio) en libros se elevó a 3500 ptas. con una desviación de 500 ptas.

En otra población universitaria B se tomó una muestra de 100 estudiantes y se vio que el dinero gastado en libros en el trimestre era de 2500 ptas. (promedio) con una desviación de 800 ptas.

(a) ¿Puede considerarse la diferencia significativa?. Se supone Normalidad y homocedasticidad. (Nivel de significación del 1%).

(b) Contrástese al 1% la hipótesis de homocedasticidad.

8. Se han tomado 10 familias de refugiados que han vivido, durante cierto periodo de tiempo, en dos países europeos. Lo que se pretende es averiguar si el índice medio de integración varía en función del país europeo que los ha acogido.

| FAMILIA | INDICE DE INTEGRACION | |
|---------|-----------------------|--------|
| | País A | País B |
| 1 | 18 | 12 |
| 2 | 14 | 15 |
| 3 | 16 | 14 |
| 4 | 13 | 10 |
| 5 | 17 | 16 |
| 6 | 15 | 13 |
| 7 | 10 | 8 |
| 8 | 9 | 11 |
| 9 | 6 | 12 |
| 10 | 8 | 10 |

Suponiendo Normalidad, efectuar el oportuno contraste al 5% de significación.

9. Utilizando los datos del problema 8, contrastar la hipótesis siguiente: "En el país A, el índice de integración presenta una varianza igual a 10 ", al 5% de significación.
10. Una muestra de 300 votantes del distrito 1 y otra de 200 del distrito 2, mostró que el 56% y el 48% respectivamente están a favor de un candidato en las elecciones municipales. Al nivel de significación del 5% ensayar la hipótesis de que no hay diferencia entre los distritos en el porcentaje de votos.