

*Guía de Ejercicios**Gravimetría*

- 1) Usando la integral de contorno vista en clases:

$$g_z = 2 G \rho \oint_C z d\theta$$

Demuestre que la atracción gravitatoria de una placa horizontal infinitamente extendida de espesor h y densidad ρ viene dada por:

$$g_z = 2\pi G \rho h$$

(Corrección de Bouguer)

- 2) En la parte central de una cuenca sedimentaria se observa un residual de gravedad de -2 mgal. Utilizando una aproximación de Bouguer de capa plana:

$$\Delta g = 2\pi G \cdot \Delta\rho \cdot h$$

estime el espesor de sedimentos en esta parte de la cuenca. Para ello asuma una densidad de 2.7 gr/cc para el basamento de esta cuenca, y un relleno sedimentario poroso con una porosidad vacía de 10% y densidad matricial igual a la del basamento (para g en mgal, ρ en gr/cc y h en metros, $2\pi G = 0.04193$). ¿Cual sería el resultado si la porosidad está llena de agua? ¿El procedimiento empleado sobre o subestima el espesor?

- 3) Explique brevemente y en forma clara los conceptos de:

a) Forma Normal de la Tierra b) Gravedad Normal c) Geoide

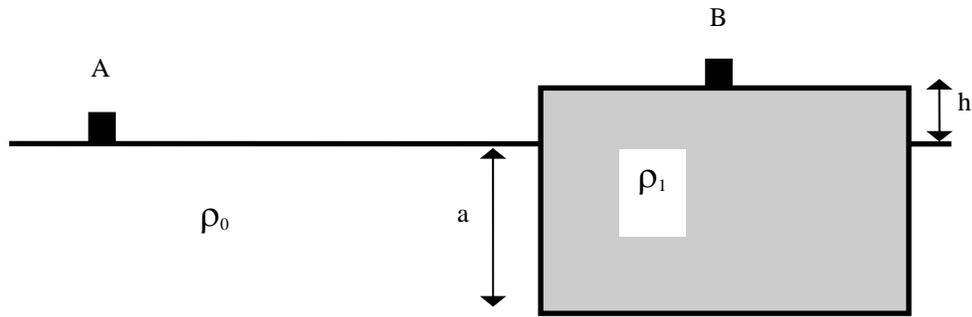
De las fórmulas correspondientes cuando sea pertinente.

- 4) En relación con la reducción de datos de gravedad, explique las correcciones, de :

a) Bouguer b) Aire libre c) Latitud d) Topográfica e) Eötvös

De las fórmulas correspondientes cuando sea pertinente.

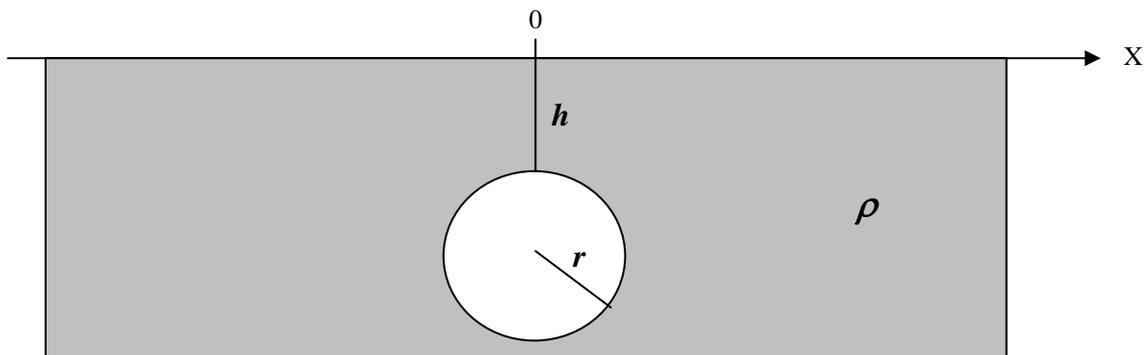
5)



Considere la situación representada en la figura donde un bloque cortical de densidad ρ_1 está inserto en un medio de diferente densidad ρ_0 . Asumiendo que los puntos A y B están suficientemente alejados de los bordes del bloque como para que el efecto de estos sea despreciable:

- Estime la diferencia de gravedad que esperarías encontrar en mediciones efectuadas en los puntos A y B.
- ¿Qué condición se debe cumplir para que una vez hecha la corrección por altura la diferencia entre las mediciones sea nula? Interprete su resultado.

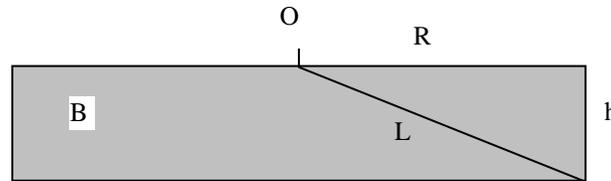
- 6) Sobre la superficie plana de una zona donde existe un túnel cilíndrico muy largo de radio r y a una profundidad h , se lleva a cabo un perfil gravimétrico en una dirección perpendicular al eje del túnel. Determine la anomalía gravimétrica a lo largo del perfil (eje x) que espera encontrar por efecto del túnel. Para $h = 10$ m, $r = 5$ m, y una densidad de la roca circundante $\rho = 2.7$ gr/cc ¿Cuál es la amplitud máxima de esta anomalía? ¿Sería posible mediante gravimetría detectar la presencia de este túnel?



7) Para llevar a cabo la corrección topográfica según el esquema de “Hammer”, el cálculo más relevante es el de la atracción gravitatoria g , de un cilindro de radio R , altura h , y densidad ρ , sobre el punto central (O) de una de sus caras.

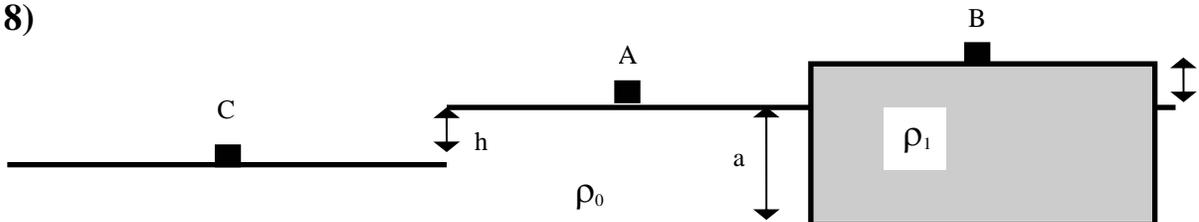
a) Demuestre que:

$$g = 2 \pi \rho G (R + h - L), \quad L = (R^2 + h^2)^{1/2}$$



b) En base a la fórmula de la parte a, estime la atracción gravitatoria (componente vertical) en el punto central O, de un sector circular recto de densidad 2.7 gr/cc , espesor h de 100 m , y radio externo R de 200 m (ver figura).

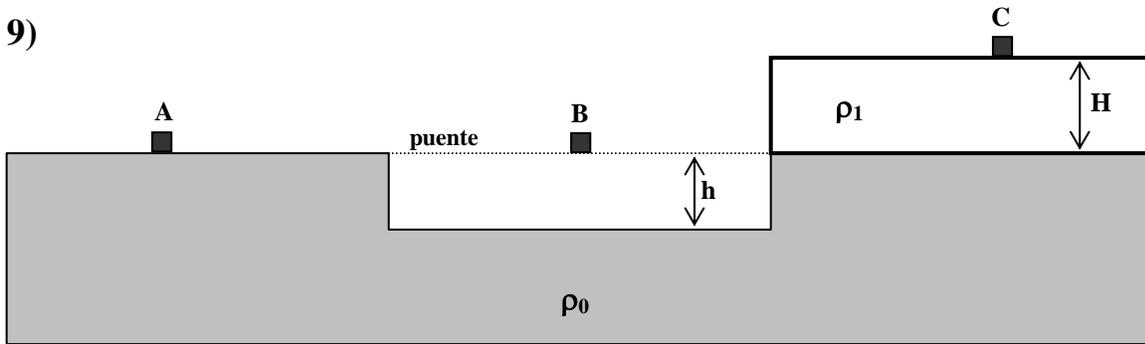
8)



Considere la situación representada en la figura donde un bloque cortical de densidad ρ_1 está inserto en un medio de diferente densidad ρ_0 . Asumiendo que los puntos A, B y C están suficientemente alejados de los bordes verticales como para que el efecto de estos sea despreciable:

- Estime la diferencia de gravedad que esperaría encontrar en mediciones efectuadas en los puntos A, B y C
- ¿Qué condición se debe cumplir para que una vez hecha la corrección por altura la diferencia entre las mediciones A y B sea nula? Interprete su resultado.

9)



Considere la situación representada en la figura donde mediciones de gravedad son efectuadas en los puntos A, B y C. Los puntos A y B tienen la misma cota, y el punto B se encuentra en la mitad de un puente sobre un valle de profundidad h . Asumiendo que los puntos A, B y C están suficientemente alejados de los bordes verticales como para que el efecto de estos sea despreciable, y que el puente tiene un efecto gravitatorio despreciable:

- Encuentre expresiones para la diferencia de gravedad que esperaría encontrar en estas mediciones, es decir, $g_B - g_A$ y $g_C - g_A$
- ¿Qué condición se debe cumplir para que la diferencia entre las mediciones A y C sea nula?
- Asuma $h = 20$ m, $H = 50$ m, $\rho_0 = 2.7$ gr/cc, $\rho_1 = 2$ gr/cc y estime valores numéricos para $g_B - g_A$ y $g_C - g_A$.

10) Considere un modelo de la Tierra con una densidad interna esféricamente simétrica, la que varía linealmente entre un valor ρ_c en su centro ($r = 0$), a un valor ρ_o en su superficie ($r = R_T$).

- Asumiendo que el valor de la gravedad en la superficie de la Tierra debe ser el valor normal $g = g_0$, determine ρ_c en función de ρ_o y ρ_m , donde ρ_m es la densidad media de la Tierra.
- En este modelo, ¿Cual es el máximo valor que puede tomar ρ_o ?

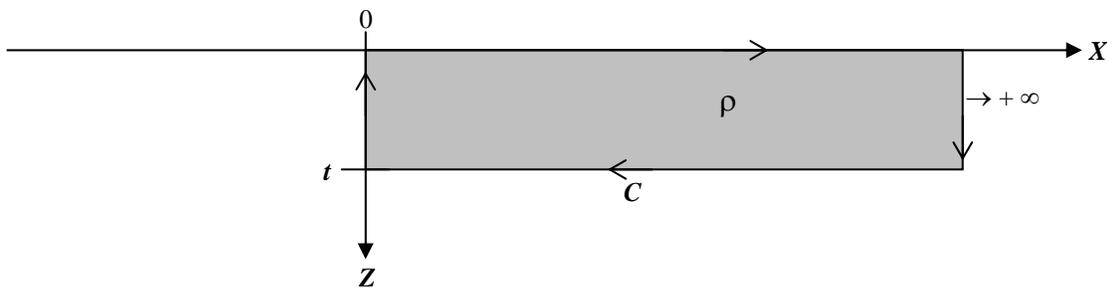
11) A bordo de un submarino, se lleva a cabo un perfil gravimétrico vertical desde la superficie $z=0$ a el fondo oceánico $z = h$, en una zona con batimetría que en primera aproximación puede considerarse plana.

- Determine el gradiente gravimétrico dg/dz que esperaría encontrar en este experimento.
- Para $h = 2000$ m , estime la diferencia de gravedad entre la superficie del mar y el fondo oceánico.

12) Usando la integral de contorno vista en clases:

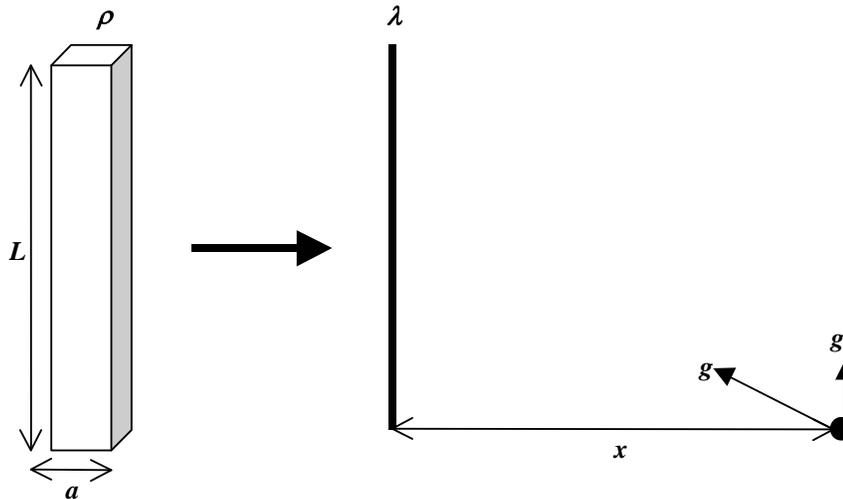
$$g_z = 2 G \rho \oint_C z d\theta$$

- Encuentre una expresión para el efecto gravitatorio (g_z) sobre el eje x , de una placa horizontal seminfinita de espesor t y densidad ρ representada en la figura. El borde derecho de esta placa se encuentra en $x \rightarrow +\infty$, el derecho en $x = 0$, y el superior en $z = 0$ coincidiendo con el eje x .
- Grafique esquemáticamente su resultado, ¿Cuales son los valores de g_z para $x \rightarrow \pm \infty$? Interprete su resultado.



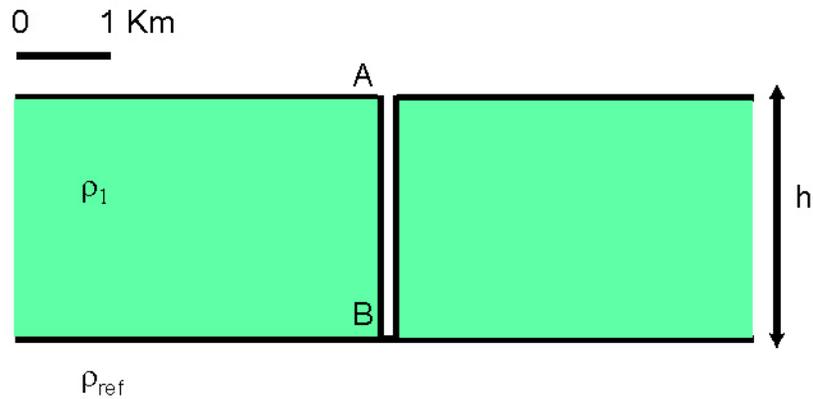
13)

- a) Calcule la atracción gravitatoria vertical g_z (corrección topográfica) de una columna vertical de base cuadrada de lado a , alto L y densidad ρ , en un punto P al nivel de la base y a una distancia x del eje de la columna. Para hacer este cálculo, aproxime la columna por una línea de masa vertical en su eje de densidad lineal equivalente $\lambda = a^2 \rho$ (masa / unidad de largo).
- b) Estime g_z si $L = 50$ m, $a = 10$ m, $x = 100$ m y $\rho = 2.67$ gr/cc.
- c) Suponiendo que en una cierta área de estudio dispone de una topografía digital con valores de cota en una grilla cuadrada de puntos, explique como podría usar el resultado de a) para estimar la corrección topográfica a medidas gravimétricas llevadas a cabo en el área. ¿Cómo podría usar este método para considerar zonas que se encuentran bajo el punto de medida?

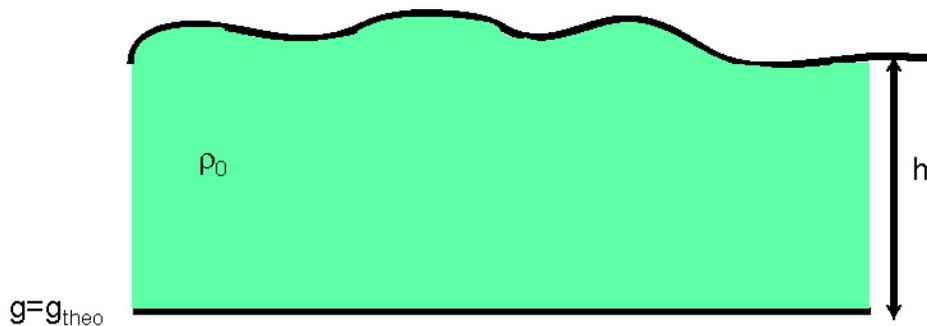


14)

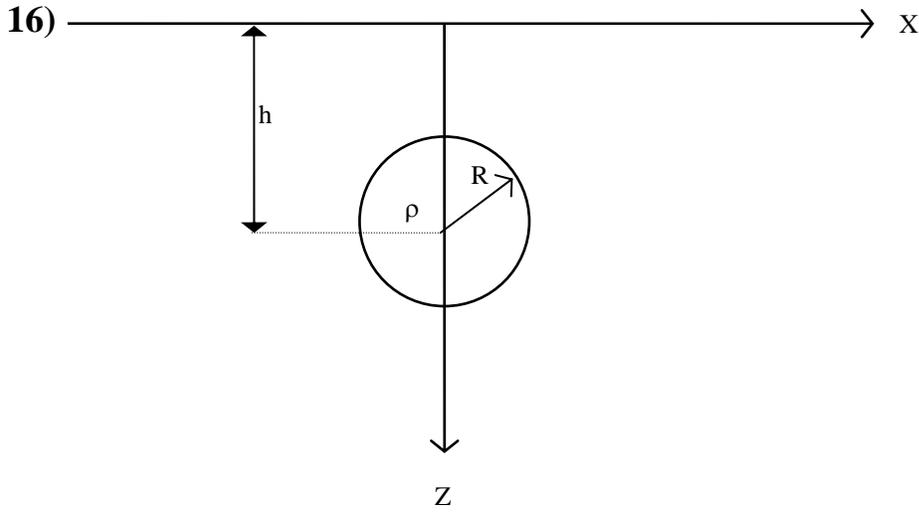
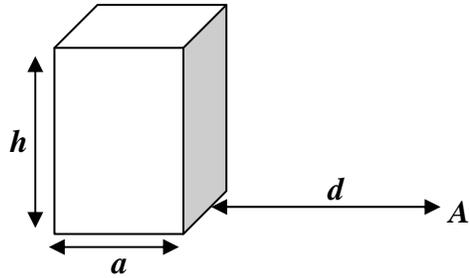
- a) Para poder determinar la densidad del subsuelo se realizó el siguiente experimento: se midió la gravedad en los puntos A y B de la figura. Ambos puntos se ubican en los extremos de un pozo que se perforó en una unidad de roca cuya densidad es la que se busca. El diámetro del pozo es despreciable. Indique como se puede estimar a partir de las mediciones gravimétricas la densidad ρ_1 del substrato entre A y B.



- b) Otra forma de calcular la densidad in situ de un terreno se efectúa normalmente haciendo uso del método de Parasnis. Este se basa entre otras suposiciones, en la ausencia de heterogeneidades geológicas en el substrato del perfil levantado, tal como se grafica en la figura. Exprese la anomalía de Bouguer completa para este levantamiento. Suponga que el modelo gravimétrico usado se ajusta exactamente a sus datos (g_{obs}), determine la densidad del substrato a partir de la anomalía de Bouguer completa.



- 15) Considere un punto A donde se han hecho mediciones de gravedad antes y después de la construcción de un edificio de altura h y base cuadrada de lado a . Estime la diferencia de gravedad que esperaría encontrar en mediciones antes y después de la construcción del edificio. Para ello asuma que $h = 40$ m , $a = 20$ m, y una distancia d entre el edificio y el punto de medición A de 30 m. Asuma además una densidad media para el edificio de 0.5 gr/cc, y que aproximadamente el efecto gravitatorio del edificio lo podemos concentrar en su centro de gravedad.



- a) Para la esfera de radio R y contraste de densidad ρ representada en la figura, calcule la anomalía de gravedad g_z en la superficie $z = 0$.
- b) Integre esta anomalía en todo el plano $(x-y)$ y compruebe en este caso particular la relación general

$$\iint_{\text{Plano } x-y} g_z \, ds = 2\pi G \Delta M$$

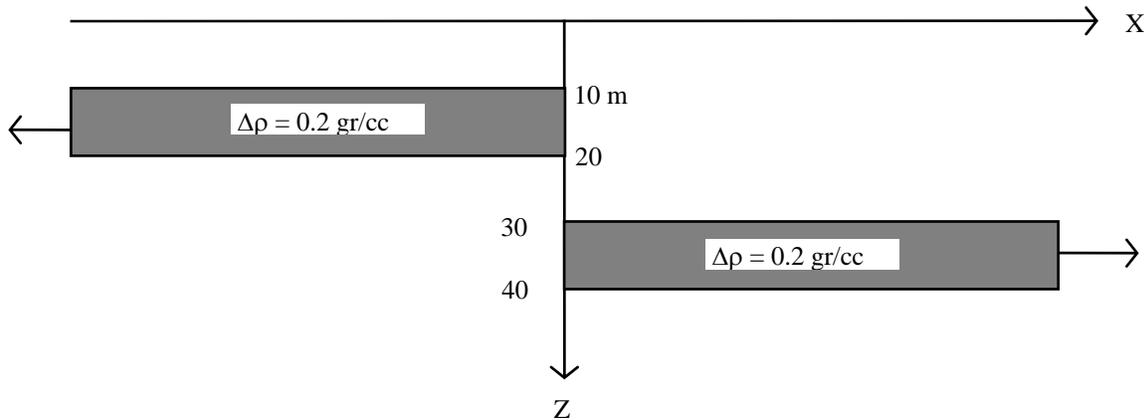
donde ΔM es el exceso de masa que representa la esfera.

- c) Asuma $R = 500$ m, un contraste de densidad de 0.2 gr/cc, y grafique la anomalía correspondiente a $h = 1000$ m, $h = 2000$ m.

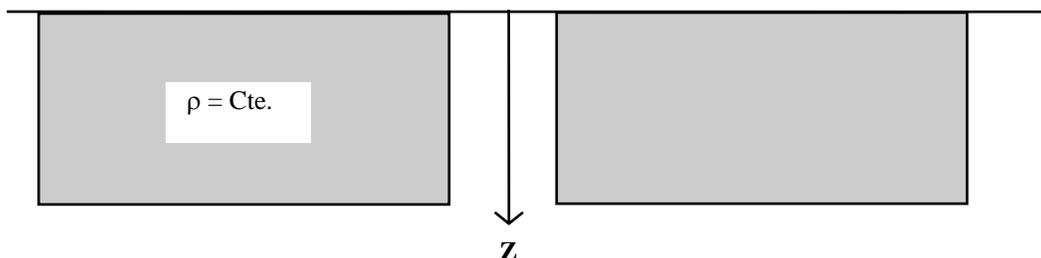
17) Considere ahora que la figura de arriba representa la sección de un cilindro infinitamente extendido en la dirección y, es decir, saliendo y entrando de la página. Use el teorema de Gauss y calcule la anomalía gravitatoria en la superficie $z = 0$, tal como en la pregunta 17a. Compare esta anomalía con la de la esfera correspondiente.

18) Calcule la anomalía gravimétrica correspondiente a la “falla vertical” representada en la figura de más abajo. Esta anomalía se puede calcular mediante la superposición de dos placas semi-infinitas. El resultado para una placa semi-infinita se puede obtener mediante la integral de contorno vista en clases.

$$g_z = 2 G \rho \oint_C z d\theta$$



19) ¿Que variación de gravedad en función de la profundidad Z esperarías encontrar en mediciones llevadas a cabo en el pozo representado en la figura de más abajo? Asuma una densidad ρ constante para el medio donde se ha cavado el pozo, y de que el diámetro del mismo es suficientemente pequeño como para que el material extraído no afecte las mediciones.



- 20) Calcule la anomalía gravitatoria (g_z) en el origen ($x=0, z=0$), debida al cuerpo rectangular bidimensional representado en la figura siguiente; el cuerpo es infinitamente extendido en la dirección y . ¿Como llevaría a cabo su cálculo si el cuerpo fuera limitado entre $-L$ y L en el eje y ?

