GF3003
Ciencias Atmosféricas

Laura Gallardo Klenner

Departamento de Geofísica de la Universidad de Chile

Primavera 2010

HOY: Vientos y dinámica

- Principios de conservación en la atmósfera: ecuaciones de Navier-Stokes
- Intentos de pronóstico del tiempo
- Escala sinóptica
- Aproximaciones a escala sinóptica
  - Balance hidrostático
  - Balance geostrófico
- Curvatura y viento gradiente
- Fricción y su efecto

Más específicamente, el/la alumno/a será capaz de:

- Reconocer la aplicación de los principios de conservación de momentum, masa y energía en el caso del fluido atmosférico (Ec. de Navier –Stokes)
- Familiarizarse con el desarrollo del pronóstico numérico del tiempo
- Reconocer y caracterizar la escala sinóptica
- Explicar y hacer aplicaciones simples de los balances geostrófico, hidrostático y considerando fricción a nivel de superficie

En la atmósfera rige la segunda ley de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

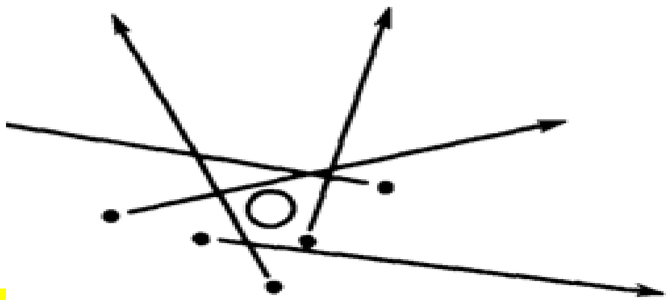
Pero siendo un sistema en rotación, se corrige por Coriolis y por centrífuga:

$$\sum \vec{F} = m(\vec{a} + 2\vec{\Omega} x \vec{v} - \Omega^2 \vec{r})$$

Y además se conservan la masa y la energía

La atmósfera como un medio continuo

Discontinuo

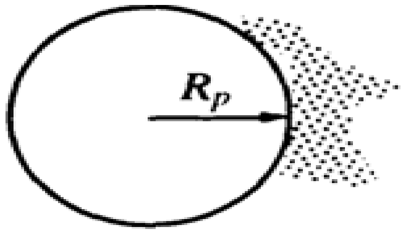


$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$m$$

$$T, p, \vec{v}....$$

Continuo



$$\sum \vec{f} = \vec{a}$$

$$\rho$$

$$T, p, \vec{v}...$$

En cada unidad de volumen infinitesimal quedan bien definidas las variables. Esto es, las variables son continuas y derivables

Formalmente, en la atmósfera:

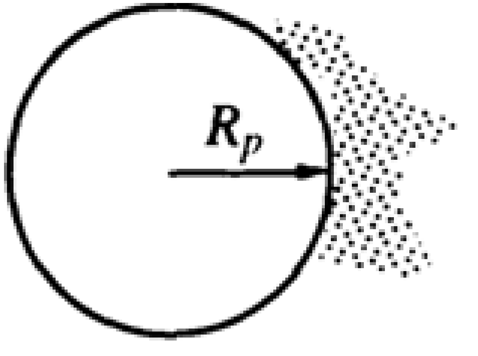
1871-1949

Número de (Martin) Knudsen

$$\boxed{\begin{array}{l} K_n = \dfrac{\lambda}{R} \\ \lambda : \text{camino libre medio} \\ R : \text{radio de la partícula} \end{array}}$$

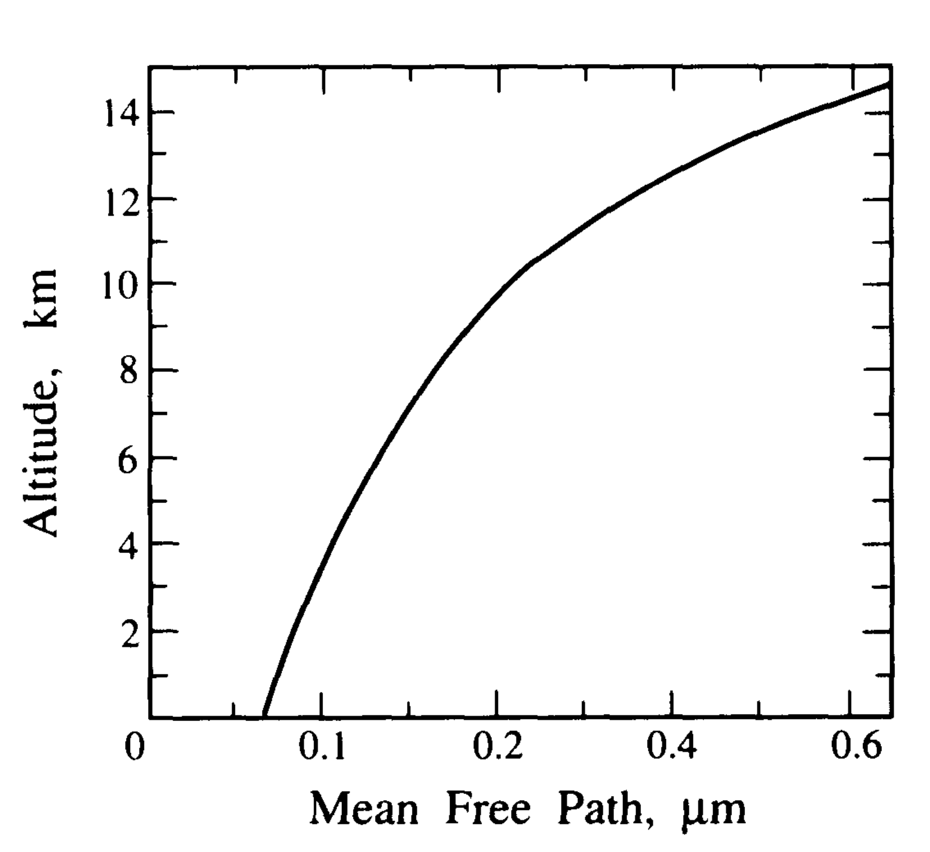
Caracteriza cuán contínuo es el fluído c/r transporte de la partícula y sus propiedades

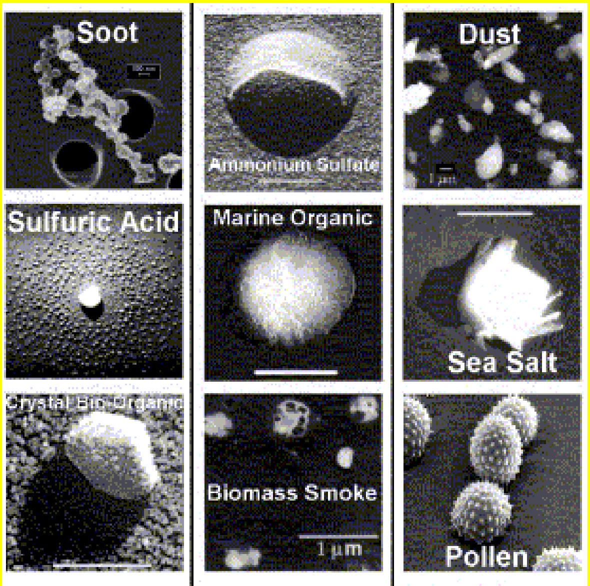
$$K_n = \frac{\lambda}{R} \rightarrow 0 \quad \text{(Continuo)}$$



Seinfeld & Pandis, 1998

¿Qué pasa con la aproximación del continuo si se considera la sedimentación de un núcleo de condensación?





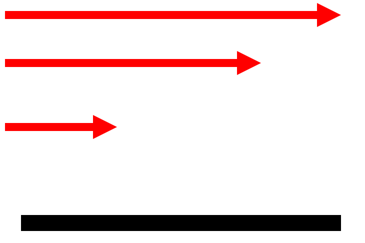
LGK 2010

Las fuerzas reales son:

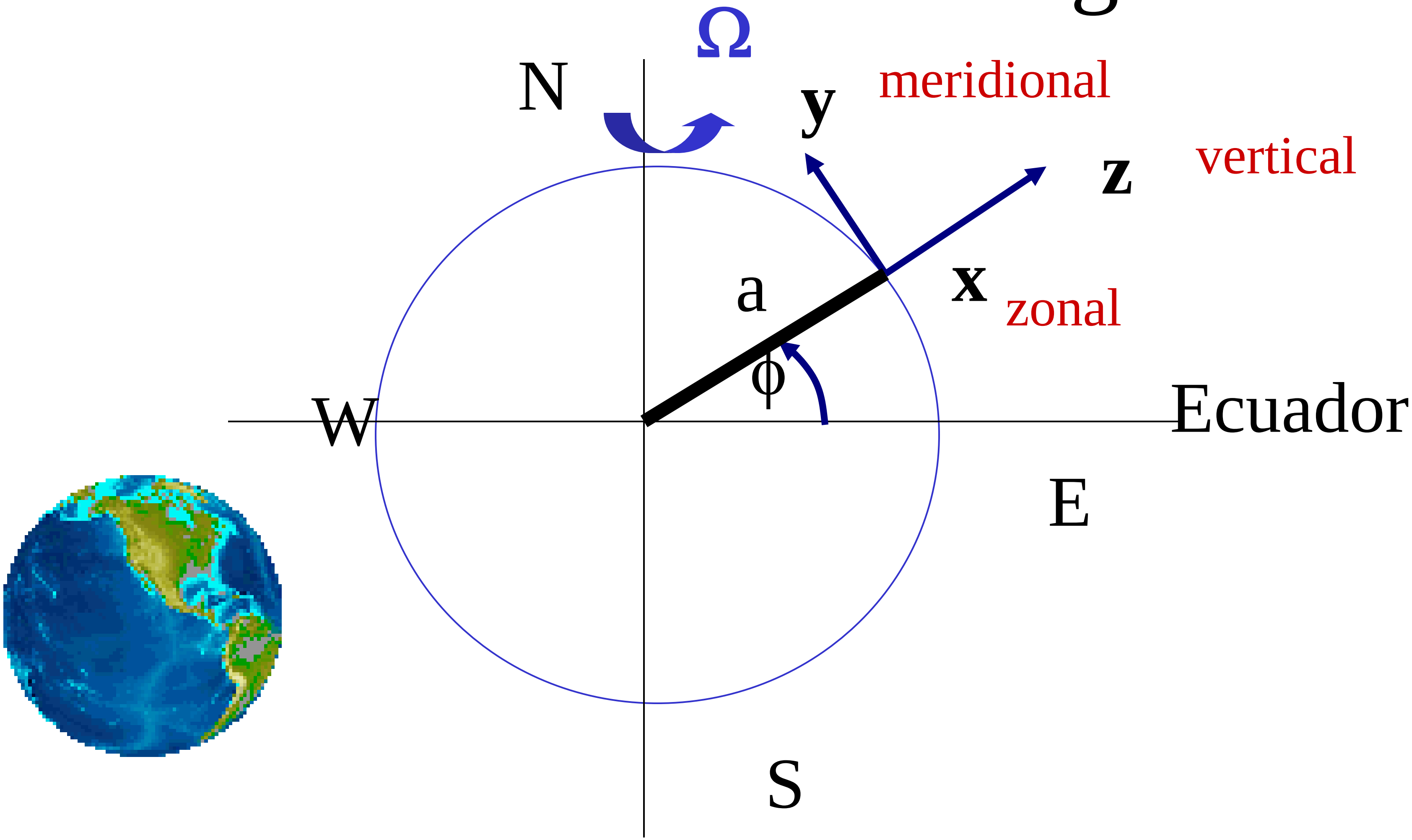
- Gradiente de presión $\dfrac{\mathrm{F}_{\Delta \mathrm{p}}}{\mathrm{m}} = -\dfrac{1}{\rho}\vec{\nabla}\mathrm{p}$

- Gravitacional $\dfrac{\mathrm{F}_{G}}{\mathrm{m}} = -\dfrac{\mathrm{GM}_{\mathrm{Tierra}}}{r^{2}}\hat{r} \approx -g\hat{r}$

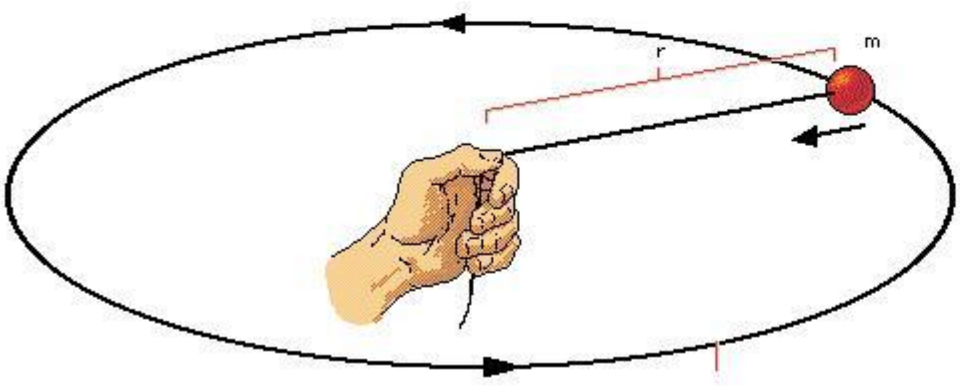
- Roce, fricción o cizalle



Coordenadas Meteorológicas

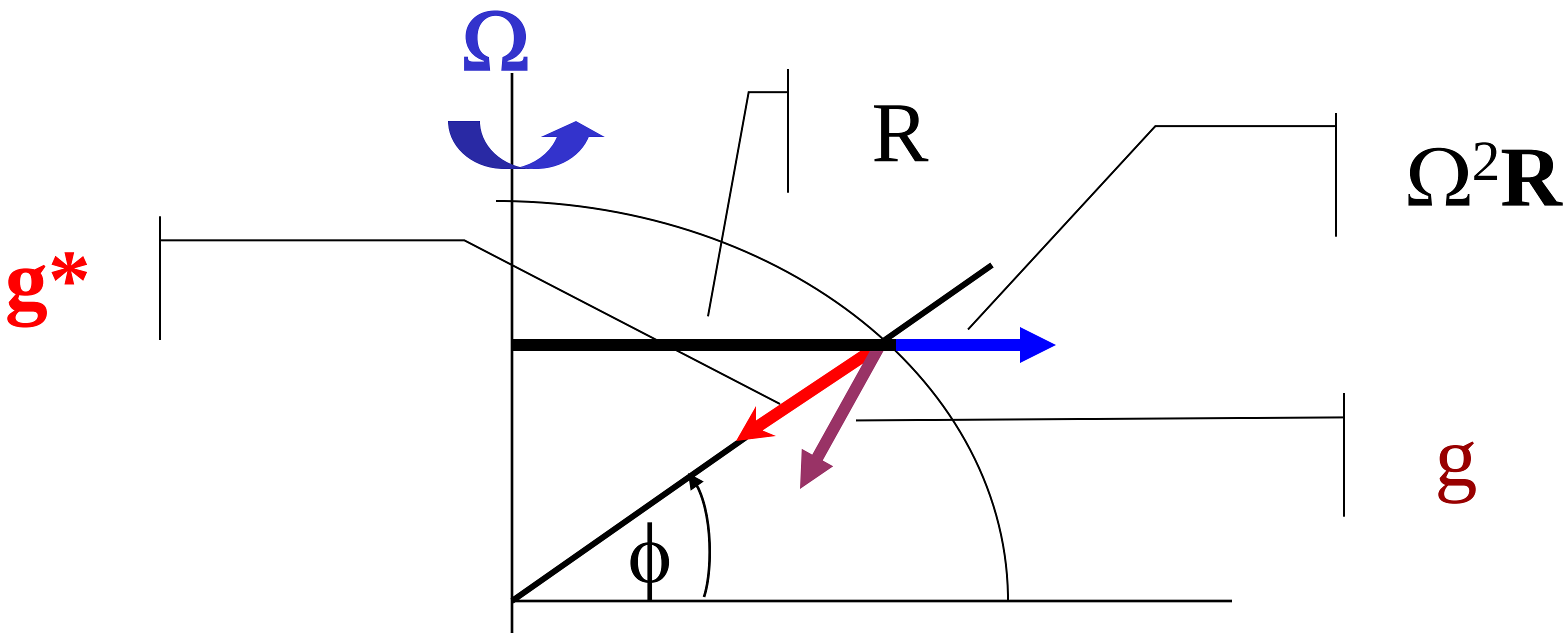


Movimiento circular....



$$\vec{F} = m\vec{a}_c = -m\frac{v^2}{r}\hat{r} = -mr\omega^2\hat{r}$$

El efecto centrífugo

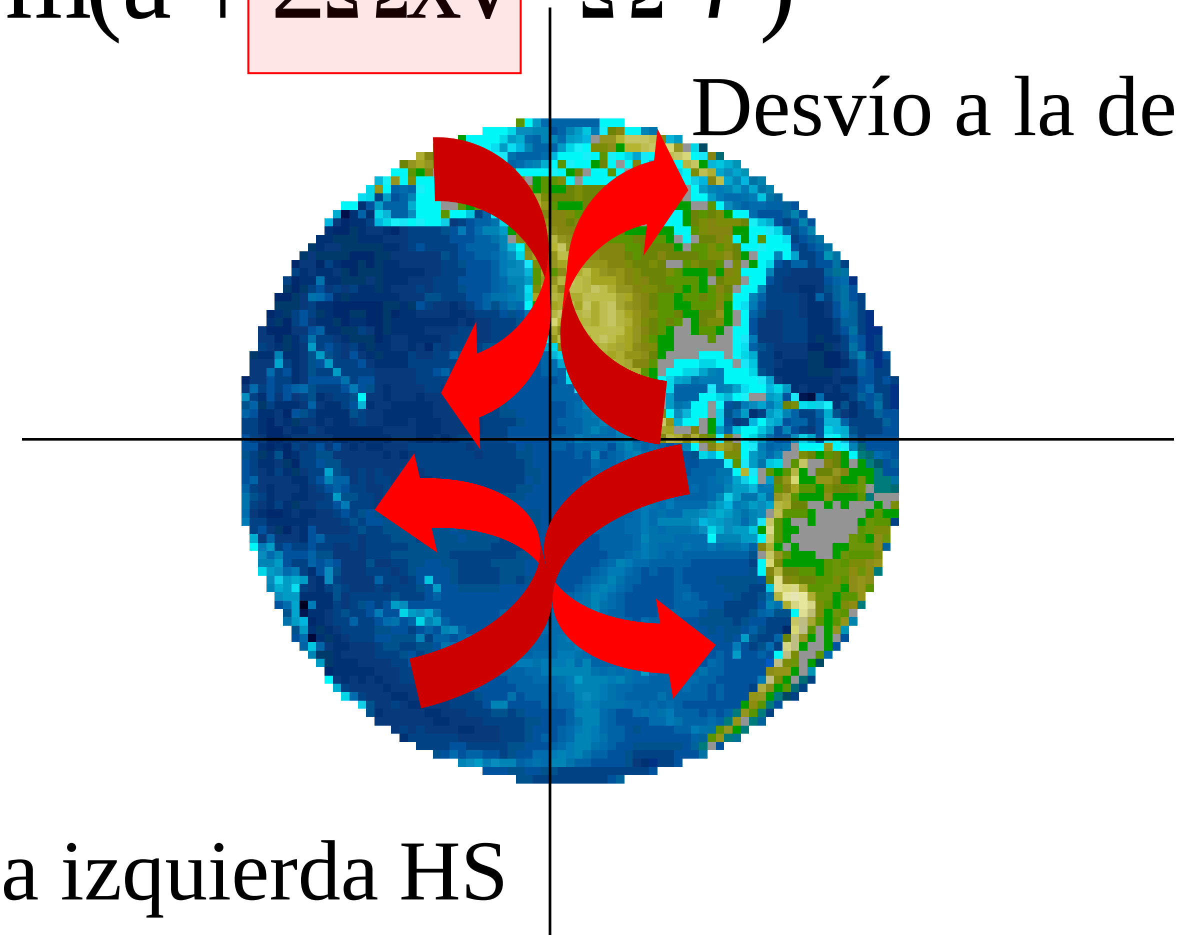


$$\vec{g} = -\frac{\mathrm{GM}_{\mathrm{Tierra}}}{r^2}\hat{r} + \Omega^2\vec{r} = \vec{g}\,^* + \Omega^2\vec{R}$$

El efecto de Coriolis

$$\sum \vec{f} = m(\vec{a} + \boxed{2\vec{\Omega} x \vec{v}} - \Omega^2 \vec{r})$$

Desvío a la derecha HN



Desvío a la izquierda HS

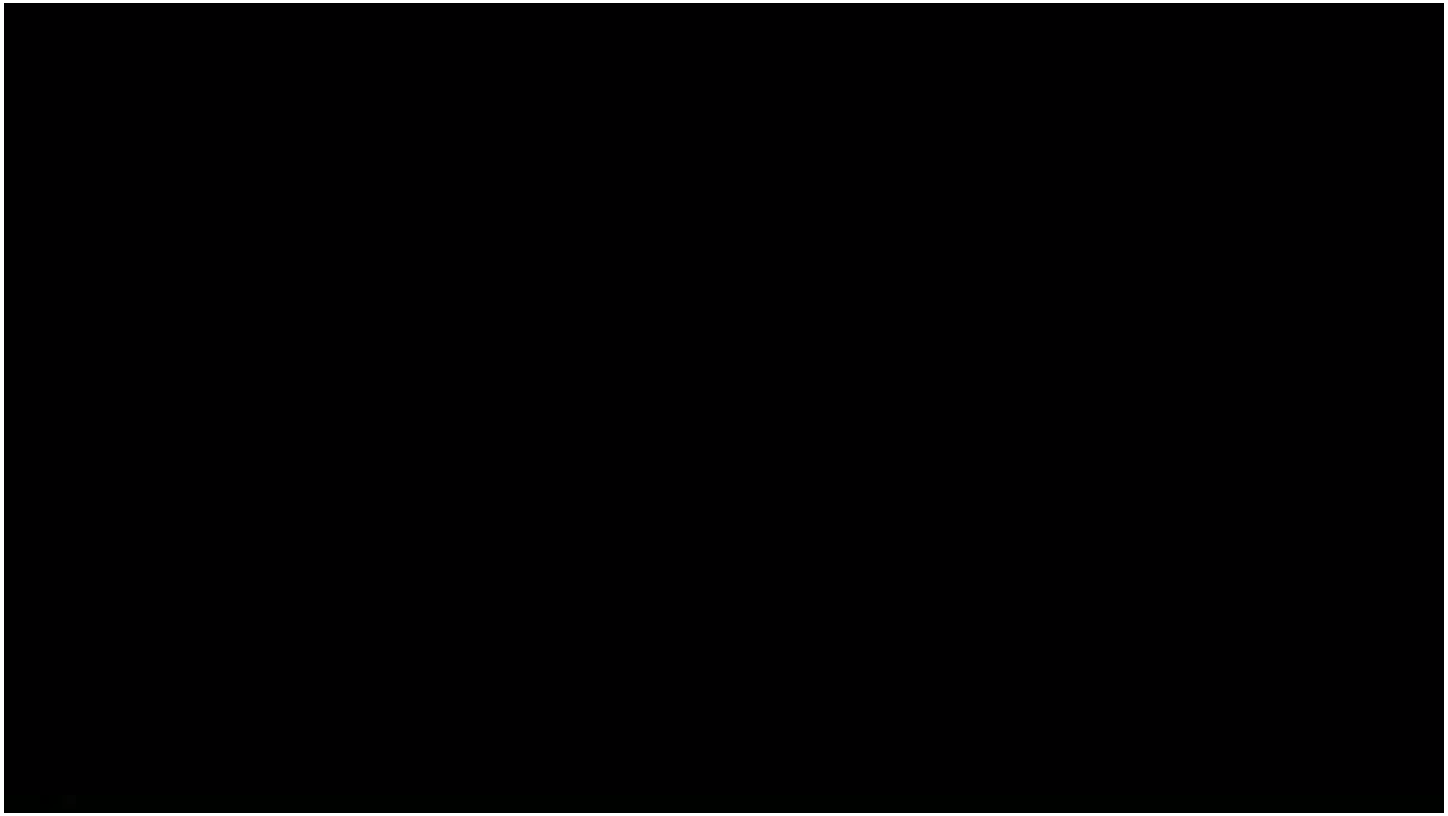
Coriolis Effect...the british way.. Reading University

University of Reading

http://www.met.reading.ac.uk/users/?usersearch=&staffonly=1

http://www.youtube.com/watch?v=Wda7azMvabE

NASA for kids



Ver también: http://techtv.mit.edu/videos/3714-the-coriolis-effect

http://www.nasa.gov/audience/forstudents/brainbites/nonflash/bb_home_corioliseffect.html

Y claro, la energía se conserva...

$$c_v \frac{dT}{dt} + p \frac{d\alpha\alpha}{dt} = \frac{dQ}{dt}, \alpha = \frac{1}{\rho}$$

En un volumen de aire, la energía interna cambia si hay transformación entre energía térmica y mecánica y/o por efectos de radiación, conducción o transf. de calor latente.

Y la masa se conserva...

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla.(\rho \vec{v})$$

Lavoisier, 1789

Ec. de continuidad para el aire LGK 2010

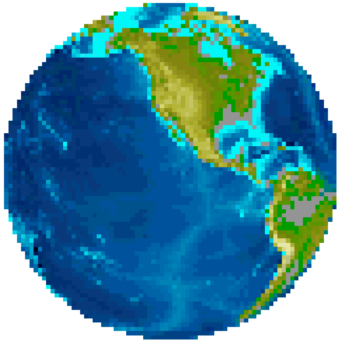
Conservación del momentum

$$\hat{x}: \frac{du}{dt} - \frac{uv\tan\varphi}{a} + \frac{uw}{a} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v\sin\varphi - 2\Omega w\cos\varphi + F_x$$

$$\hat{y}: \frac{dv}{dt} + \frac{u^2\tan\varphi}{a} + \frac{vw}{a} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + 2u\sin\varphi_x + F_y$$

$$\hat{z}: \frac{dw}{dt} + \frac{u^2 + v^2}{a} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\Omega u\cos\varphi + F_z$$

Conservación de la energía



$$c_v\frac{dT}{dt} + p\frac{d\alpha}{dt} = \frac{dQ}{dt}, \alpha = \frac{1}{\rho}$$

Conservación de la masa

$$\frac{d\boldsymbol{\rho}}{dt} = -\boldsymbol{\rho}\nabla.\vec{\mathbf{v}}$$

$$\boxed{\{u, v, w, T, p, \boldsymbol{\rho}\} \quad \forall \quad \{\vec{r}, t\}}$$

Ecuación de estado para gas ideal

$$p = \rho RT$$

LGK 2010

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}.\nabla$$

Ecuaciones de Navier-Stokes

Claude-Louis Navier
1785-1836

Newton's second law

$$\frac{D_r u}{Dt} - \frac{uv\tan\phi}{r} - 2\Omega\sin\phi v + \frac{c_{pd}\theta}{r\cos\phi}\frac{\partial\Pi}{\partial\lambda} = -\left(\frac{uw}{r} + 2\Omega\cos\phi w\right) + S^u$$

$$\frac{D_r v}{Dt} + \frac{u^2\tan\phi}{r} + 2\Omega\sin\phi u + \frac{c_{pd}\theta}{r}\frac{\partial\Pi}{\partial\phi} = -\left(\frac{vw}{r}\right) + S^v$$

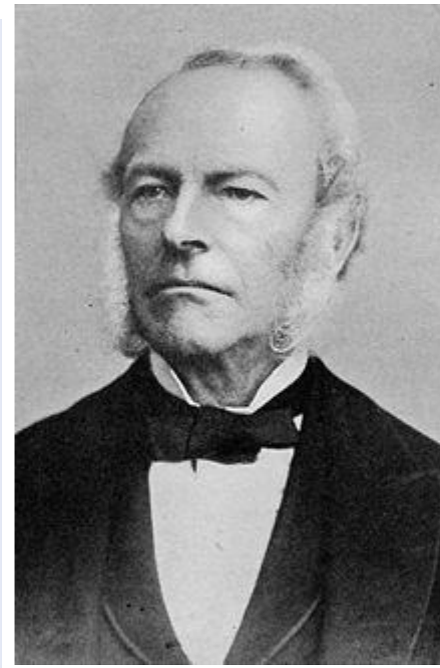
$$\frac{D_r w}{Dt} + c_{pd}\theta\frac{\partial\Pi}{\partial r} + \frac{\partial\Pi}{\partial r} = \left(\frac{u^2 + v^2}{r}\right) + 2\Omega\cos\phi u + S^w$$

mass continuity

$$\frac{D_r}{Dt}\left(\rho_d r^2\cos\phi\right) + \rho_d r^2\cos\phi\left[\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{u}{r\cos\phi}\right) + \frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{v}{r}\right) + \frac{\partial w}{\partial r}\right] = 0$$

thermodynamics

$$\frac{D_r\theta}{Dt} = S^\theta$$

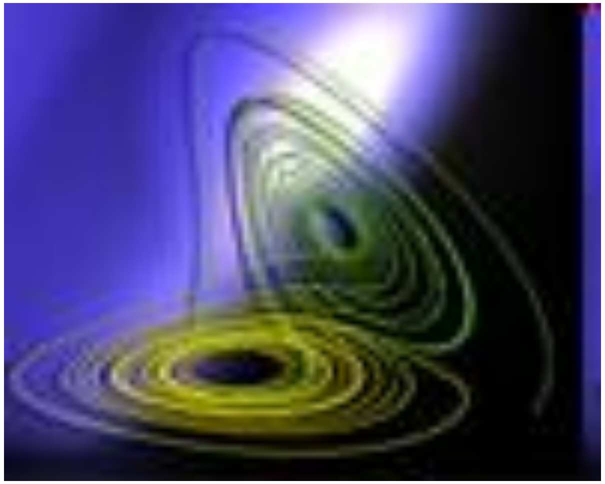


George G. Stokes
1819-1903

No lineales, sin solución analítica....caóticas

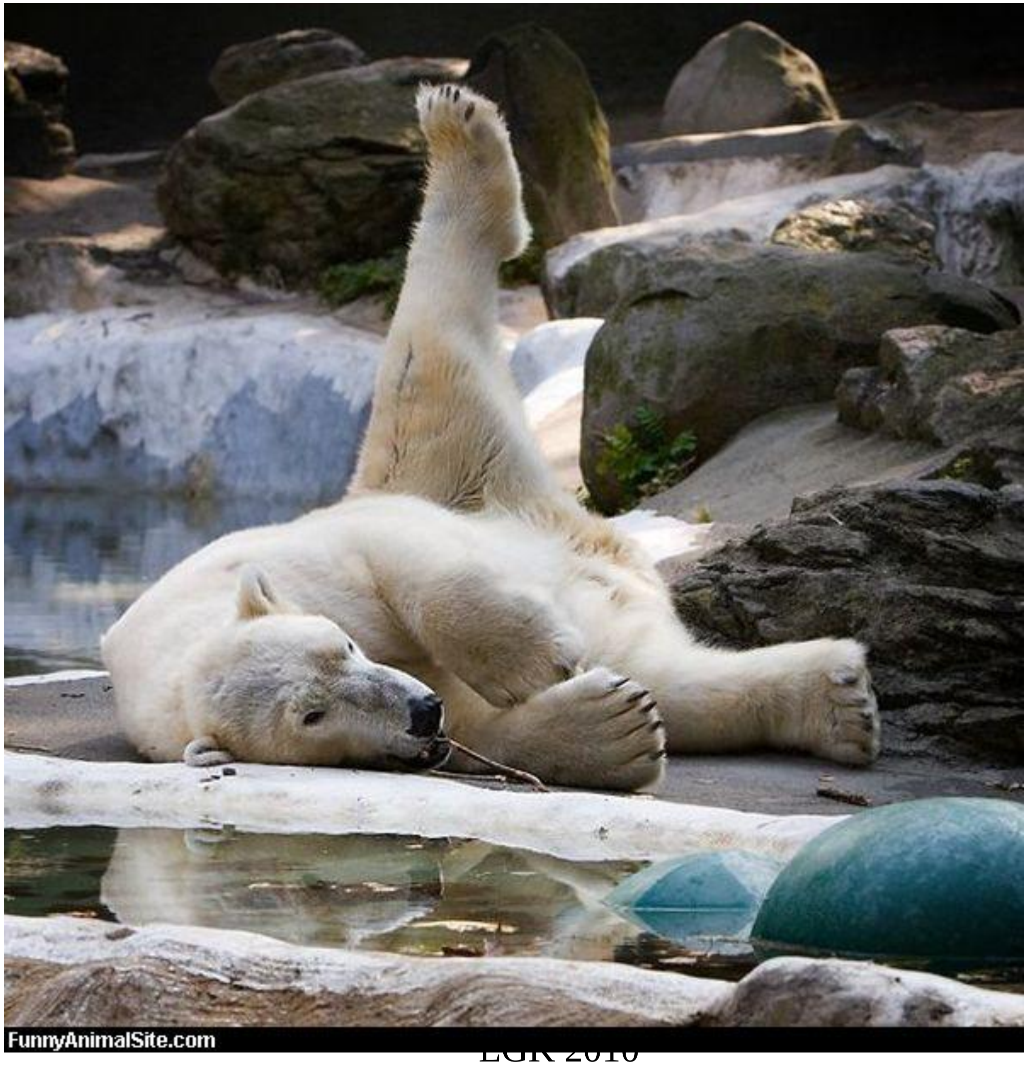
Las ecuaciones que describen la evolución del estado atmosférico son integrables en el tiempo si se conocen las CI y CB pero:

- El sistema es caótico y por ello los errores (en las CI) se propagan y crecen limitando la predictabilidad



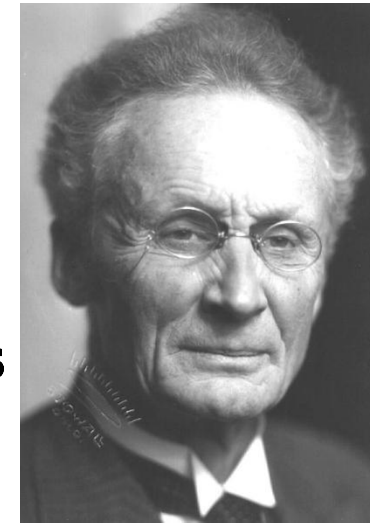
http://www.ecmwf.int/research/predictability/

Pausa (10 minutos)



Formulación del problema de pronóstico de tiempo(~ 1904)…

Vilhelm Bjerknes (1862-1951)
was a professor of applied mechanics and mathematical physics at the University of Stockholm, where his research revealed the fundamental interaction between fluid- and thermodynamics



Later: Professor at:
Oslo 1907
Leipzig 1912

By 1922, Lewis Fry Richardson

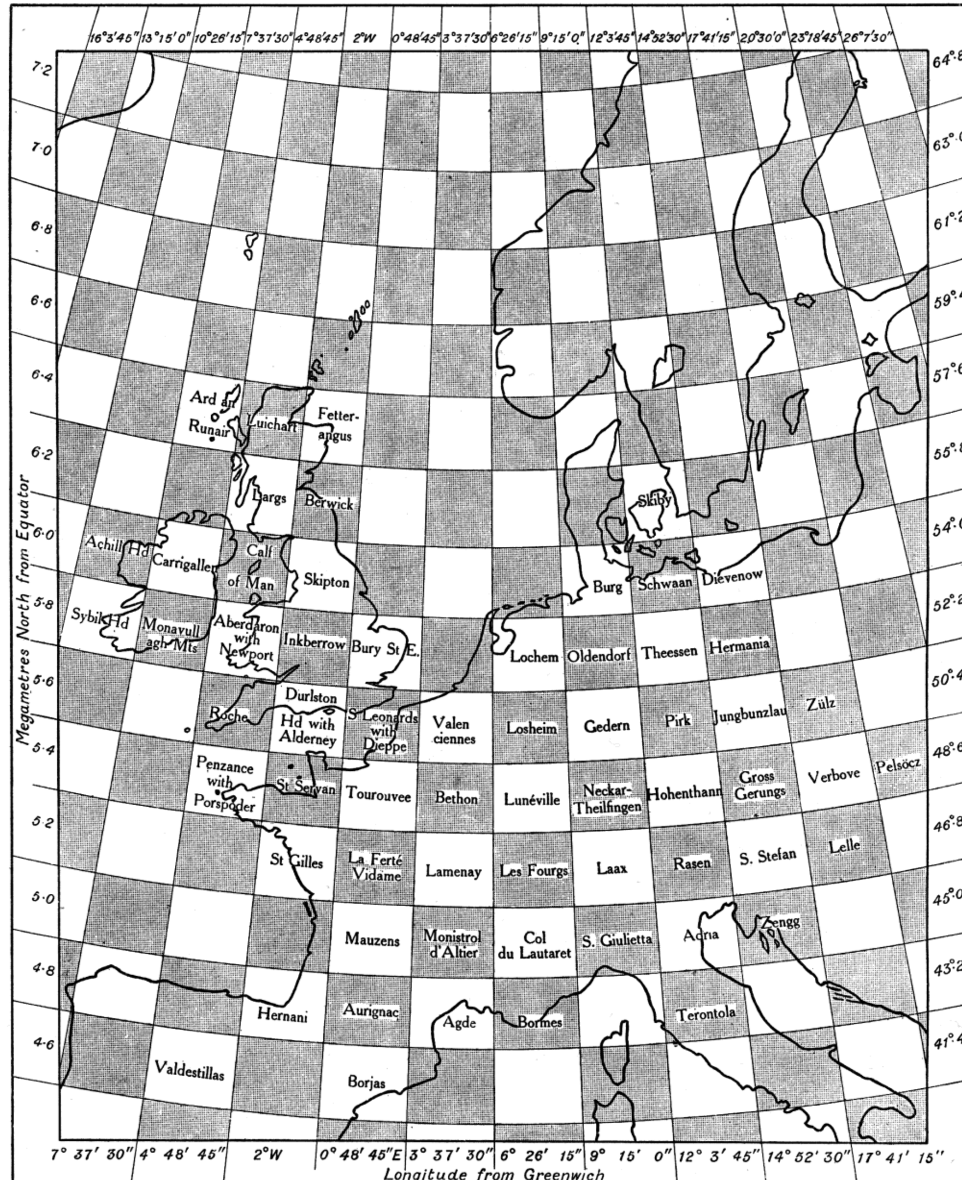
Diferencias
finitas

Richardson thought he would probably be able to calculate weather (using the forecast factory)only about as fast as it actually happens :

"a large hall like a theatre... the walls of this chamber are painted to form a map of the globe... A myriad computers [people, not machines in 1911] are at work upon the weather of the part of the map where each sits... The man [1911] in charge of the whole theatre... is like the conductor of an orchestra in which the instruments are slide-rules and calculating machines."

Las CI de Richardson

Richardson's forecast failed dramatically, predicting a huge 145 mbar rise in pressure over 6 hours when the pressure actually stayed more or less static…after 6 weeks/2 years of calculations ☹



LG

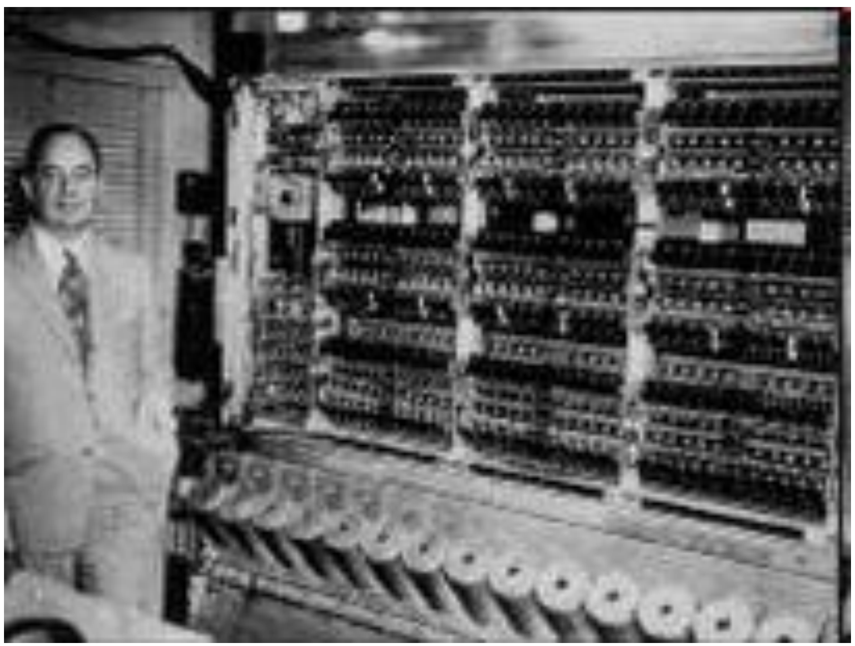
Si las ecuaciones son las correctas, ¿por qué falló Richardson?

- Insuficiente entendimiento de la dinámica atmosférica
- Falta de algoritmos computacionales estables para integrar las ecuaciones
- Ausencia de observaciones regulares en la atmósfera libre
- **Inexistencia de equipos computacionales automáticos**

Ref: http://maths.ucd.ie/~plynch/Dream/Dream.html.

Y unos 30 años más tarde

Now, those 64,000 human "computers" envisioned by Richardson could be replaced by a single machine, albeit one that filled a 30 x 50 foot room.

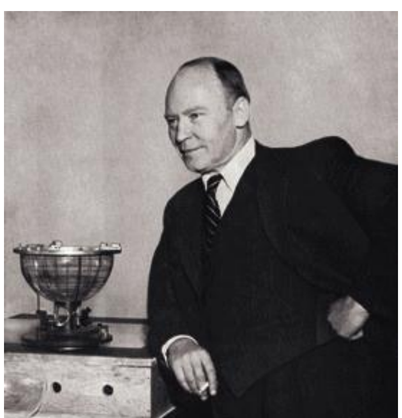


John von Neumann and the Electronic Numerical Integrator and Computer (ENIAC) (Princeton, USA, ~1948).

http://celebrating200years.noaa.gov/foundations/welcome.html

También, Charney & Rossby habían propuesto simplificaciones …

Jule Charney (1917-1981)



Gustav Rossby (1898-1957)

LGK

Generic structure of dynamical systems that model stratified, layerwise-2D vortical motion:

Rossby 1936 (ref. [99] in Appendix III)

(prognostic:) $\frac{DQ}{Dt} = \text{(small terms)}$ $\left(\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}.\nabla\right)$

Charney 1948; Kleinschmidt 1950

(diagnostic:) $\mathbf{u} = \mathcal{I}_{\mathbf{u}}(Q)$ (invertibility principle)

(functional)

Q. J. Roy. Met. Soc. **111**, 877, and **113**, 402.

(Reminder:) Simplest model example is 2D vortex dynamics, called the one-layer barotropic model in the atmosphere–ocean literature. (As earlier.) The inversion operator $\mathcal{I}_{\mathbf{u}}$ is then defined, assuming suitable boundary conditions, by

$$\mathcal{I}_{\mathbf{u}}(Q): \begin{cases} \nabla^2\psi = Q - Q_{\text{planetary}} \\ \mathbf{u} = (u, v) = \left(-\frac{\partial\psi}{\partial y}, \frac{\partial\psi}{\partial x}\right) \end{cases}$$

In real atmosphere and oceans: PV is Rossby–Ertel PV

$\frac{H}{L} \sim \frac{f}{N} \sim 10^{-2}$ (Prandtl's ratio of scales) $\mathcal{I}_{\mathbf{u}}, \mathcal{I}_T$ nonlinear (often only weakly) but qualitatively like one-layer case.

Geostrophic or higher balance needs to be assumed (further discussion in Appendix III, pp.19 - 24.)

non-gravity-wave

Almost all the dynamical info (winds, temperatures, adiabatic vertical motion/cooling rate) ***in one scalar, Q!***

MEM 68

Modelo barotrópico

El modelo correcto...dado el poder computacional y la información...y el objetivo ...todavía la idea de Richardson

First real-time operational NWP

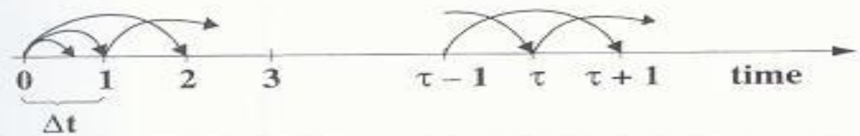
The Barotropic model

$$\frac{D}{Dt}(\zeta + f) = 0 \qquad f = 2\Omega \sin\varphi$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\phi = J(\zeta + f, \phi)$$

ϕ = geopotential height $\qquad$ m = mapfactor

$$\zeta^{\tau+1} = \zeta^{\tau-1} + 2\Delta t J\left(m^2 \zeta^{\tau} + f, \phi^{\tau}\right) \qquad \zeta = \frac{1}{f_0}\nabla^2\phi$$

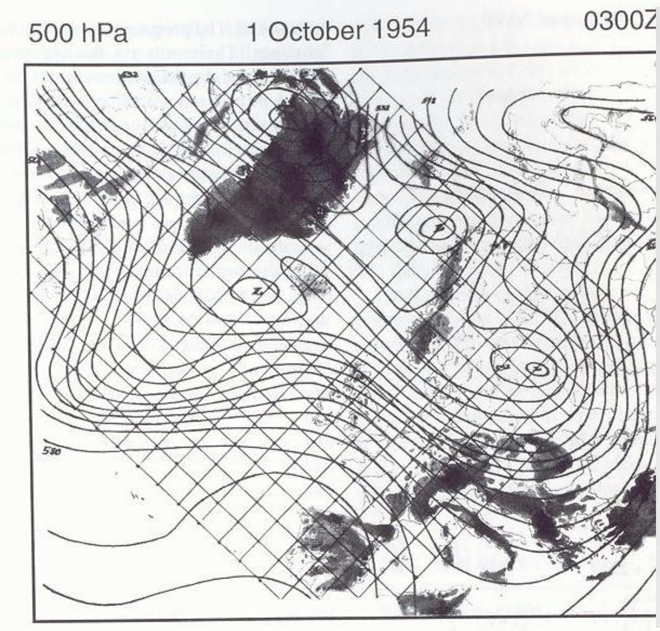


		ϕ^{τ}	$\zeta^{\tau-1}$	
a) Compute	$\zeta^{\tau} = \frac{1}{f_0}\nabla^2\phi^{\tau}$	ϕ^{τ}	$\zeta^{\tau-1}$	ζ^{τ}
b) Compute	J^{τ}	J^{τ}	$\zeta^{\tau-1}$	ζ^{τ}
c) Extrapolate	$\zeta^{\tau+1} = \zeta^{\tau-1} + 2\Delta t J^{\tau}$	J^{τ}	$\zeta^{\tau+1}$	ζ^{τ}
d) Solve the Poisson eq.	$\zeta^{\tau+1} = \frac{1}{f_0}\nabla^2\phi^{\tau+1}$	$\phi^{\tau+1}$	ζ^{τ}	
		14 bits	13 bits	13 bits

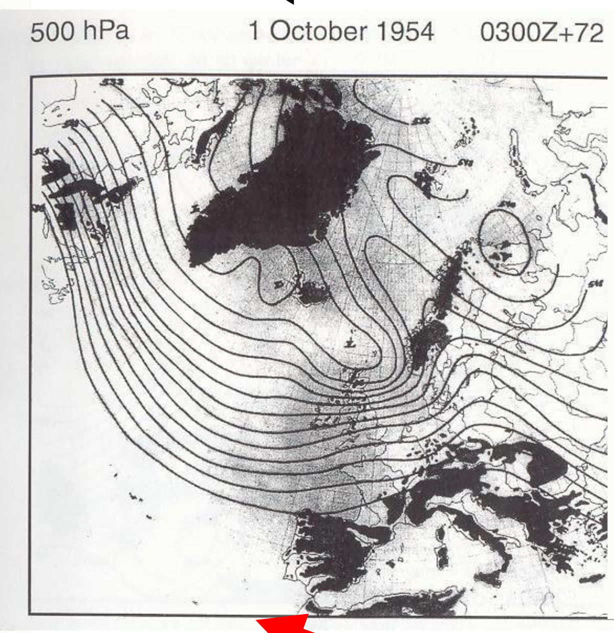
Integration area:
20 x 20 grid points; Δs= 300 km; Δt=1hr.

Staff Members of the Institute of Meteorology, University of Stockholm, "Results of Forecasting with the Barotropic Model on an Electronic Computer (BESK)," *Tellus* 6 (1954): 139-149.

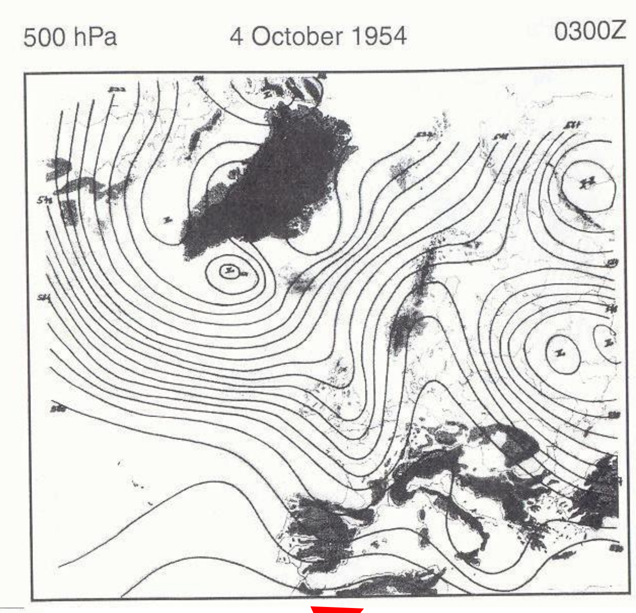
El primer pronóstico operacional...modelo barotrópico Stockholm. 1954 (*Tellus* 6, 139-149)



CI-Observada



Pronóstico a 3 días



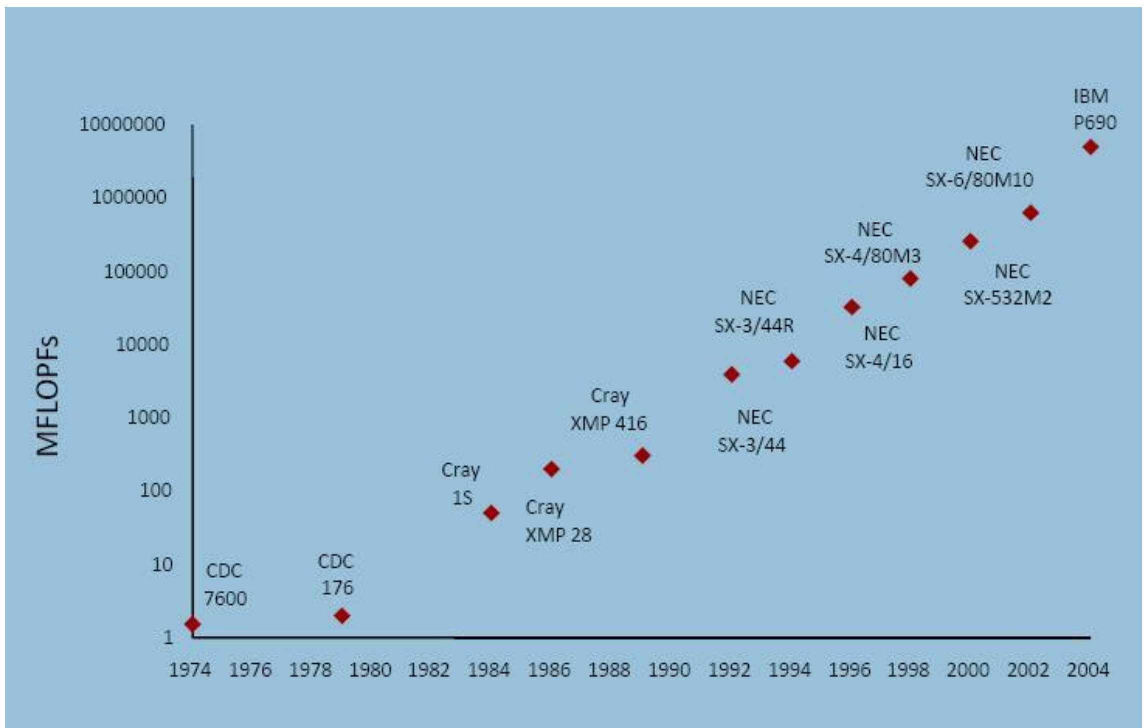
Observación

Noticeable resemblence!

Comparison of ECMWF's latest supercomputer with its first one

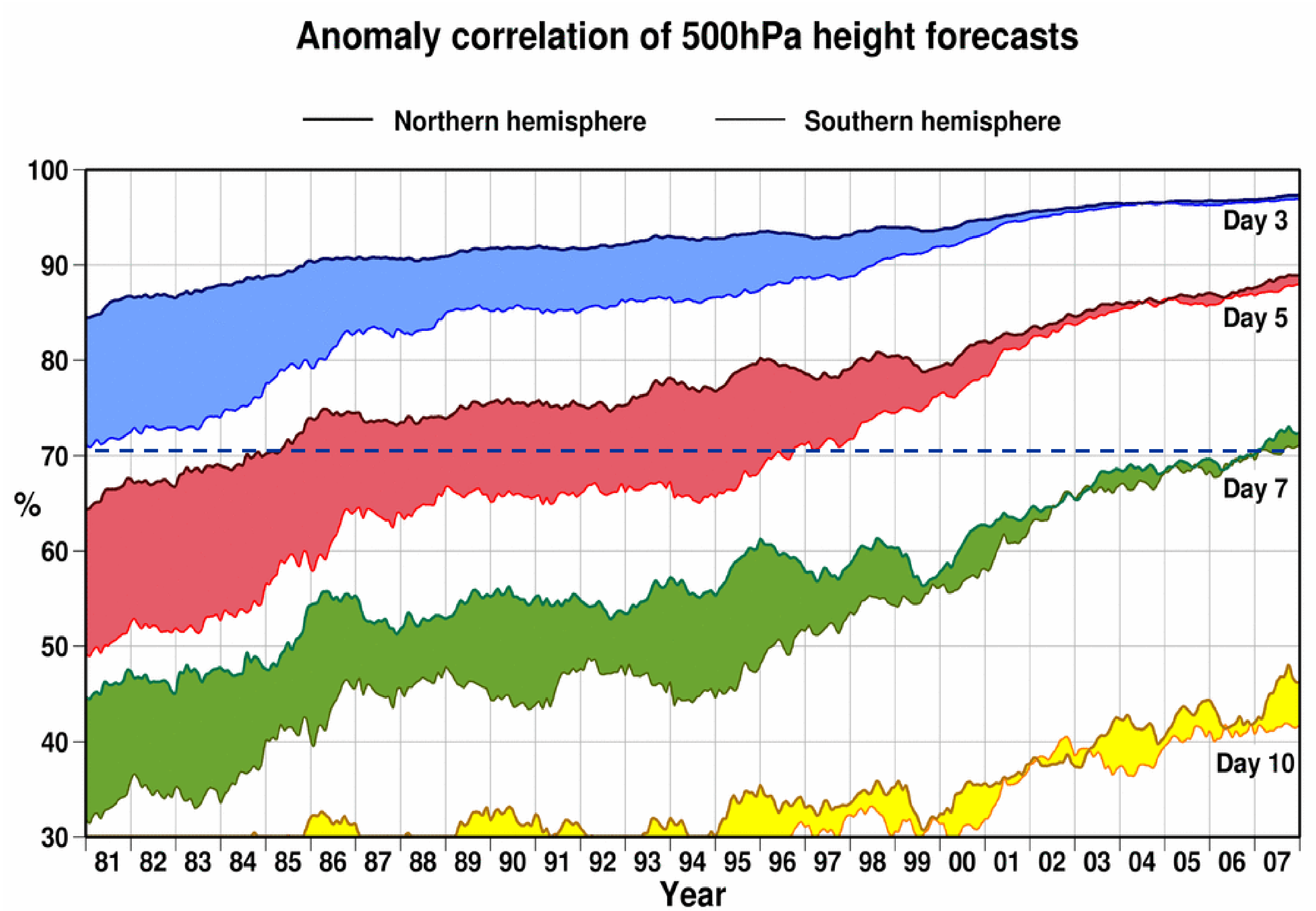
Specification	Cray-1A	IBM POWER6 System	Approx Ratio
Year installed	1978	2009	
Architecture	Vector processor	Dual Cluster of scalar CPUs	
Number of CPUs	1	~9,000	9,000:1
Clock Speed	12.5 nsec (80 MHz)	0.21 nsec (4.7 GHz)	60:1
Peak perf per CPU	160 MFLOPS	18.8 GFLOPS	120:1
Peak perf per system	160 MFLOPS	~320 TFLOPS	2,000,000:1
Sustained performance	~50 MFLOPS	~20 TFLOPS	400,000:1
Memory	8 MBytes	~40 TBytes	5,000,000:1
Disk Space	2.5 GBytes	~1.2 PBytes	500,000:1

http://www.ecmwf.int/services/computing/overview/supercomputer_history.html



• • •

Evolution of Forecasting Accuracy

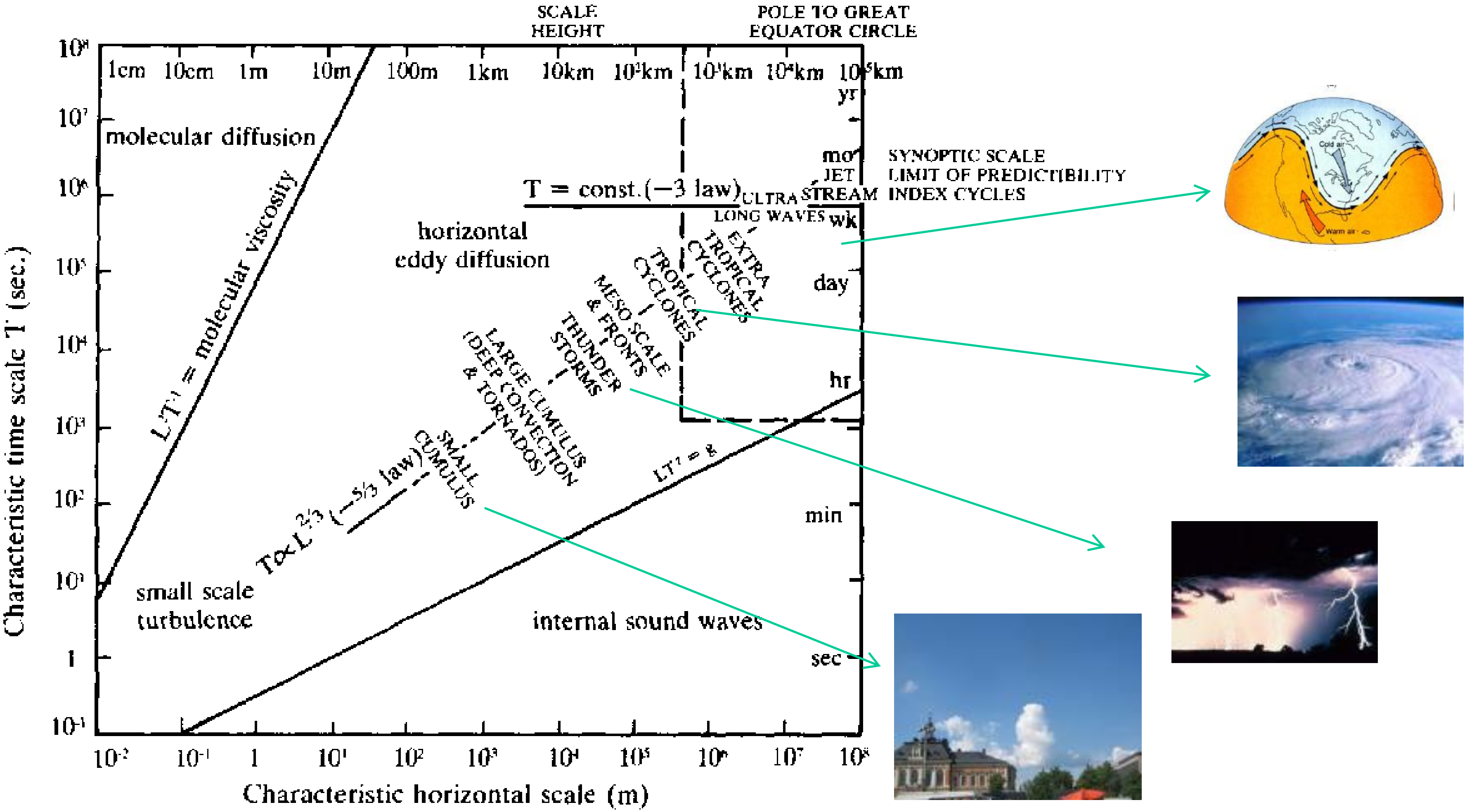


from ECMWF

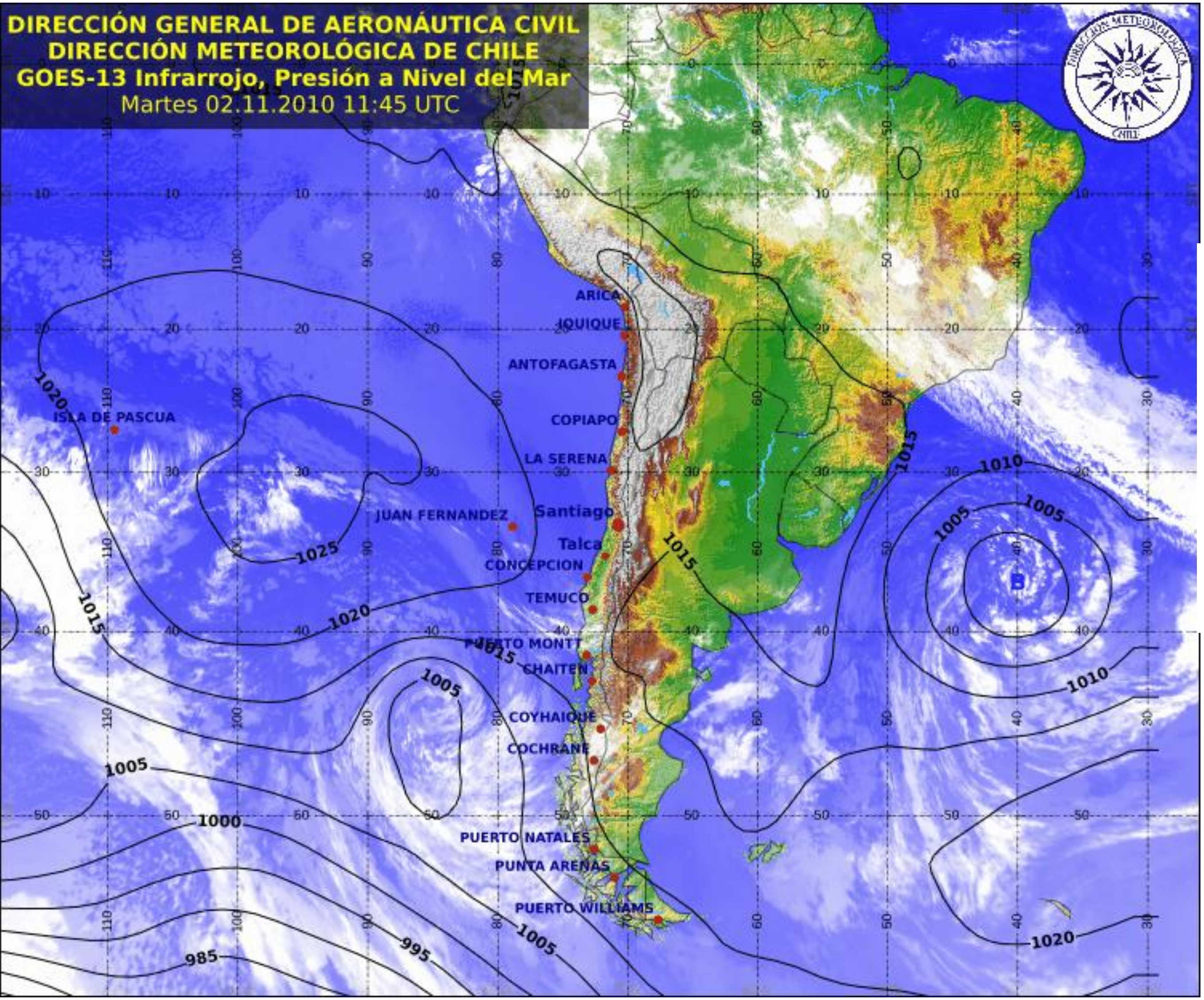
Bishop, 2010

Pausa (5 minutos)

Fenómenos atmosféricos cubren diversas escalas de tiempo y espacio



Escala sinóptica



$$U \sim 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$
$$W \sim 1\,\mathrm{cm\,s^{-1}}$$
$$L \sim 10^6\,\mathrm{m}$$
$$H \sim 10^4\,\mathrm{m}$$
$$\delta P/\rho \sim 10^3\,\mathrm{m^2\,s^{-2}}$$
$$L/U \sim 10^5\,\mathrm{s}$$

Análisis de escala...a escala sinóptica

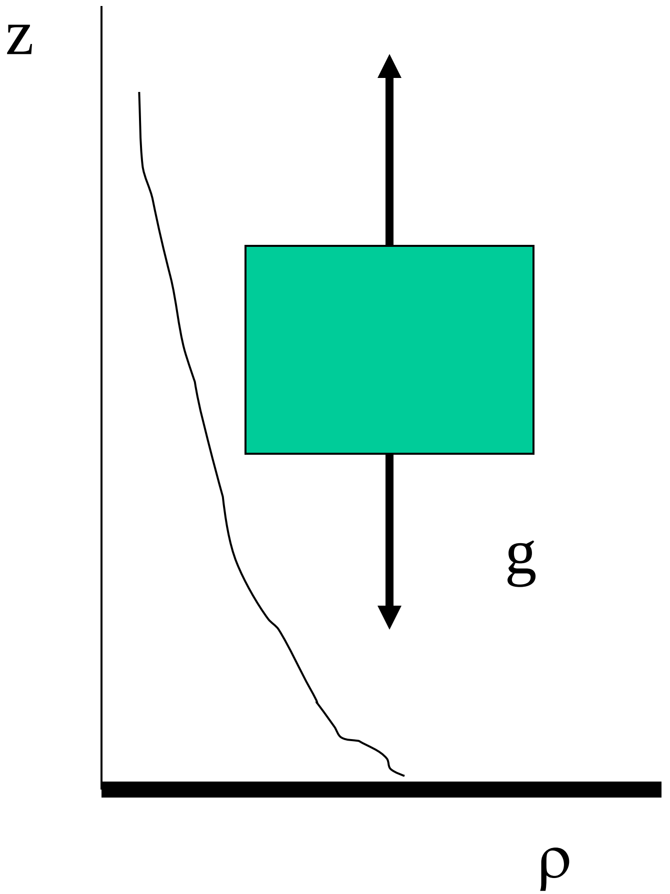
$U \sim 10\ \text{m s}^{-1}$	horizontal velocity scale
$W \sim 1\ \text{cm s}^{-1}$	vertical velocity scale
$L \sim 10^6\ \text{m}$	length scale [$\sim 1/(2\pi)$ wavelength]
$H \sim 10^4\ \text{m}$	depth scale
$\delta P/\rho \sim 10^3\ \text{m}^2\ \text{s}^{-2}$	horizontal pressure fluctuation scale
$L/U \sim 10^5\ \text{s}$	time scale

Table 2.2 *Scale Analysis of the Vertical Momentum Equation*

z - Eq.	Dw/Dt	$-2\Omega u \cos\phi$	$-(u^2+v^2)/a$	$= -\rho^{-1}\partial p/\partial z$	$-g$	$+F_{rz}$
Scales	UW/L	$f_0 U$	U^2/a	$P_0/(\rho H)$	g	$\nu W H^{-2}$
m s^{-2}	10^{-7}	10^{-3}	10^{-5}	10	10	10^{-15}

Holton, 2004

Balance hidrostático



"La atmósfera no se cae..."

La fuerza de gravedad (hacia abajo) es compensada por el gradiente vertical de presión (hacia arriba)

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g}$$

Aproximación geostrófica… escala sinóptica

$$\hat{x}: \frac{du}{dt} - \frac{uv\tan\varphi}{a} + \frac{uw}{a} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v \sin\varphi - 2\Omega w \cos\varphi$$

$$\frac{U}{L/U} \quad - \quad \frac{UU}{a} \quad + \quad \frac{UW}{a} = \quad \frac{\Delta P}{\rho L} + fU - fW$$

$$10^{-4} \qquad 10^{-5} \qquad 10^{-8} \qquad 10^{-3} \quad 10^{-3} \quad 10^{-6}$$

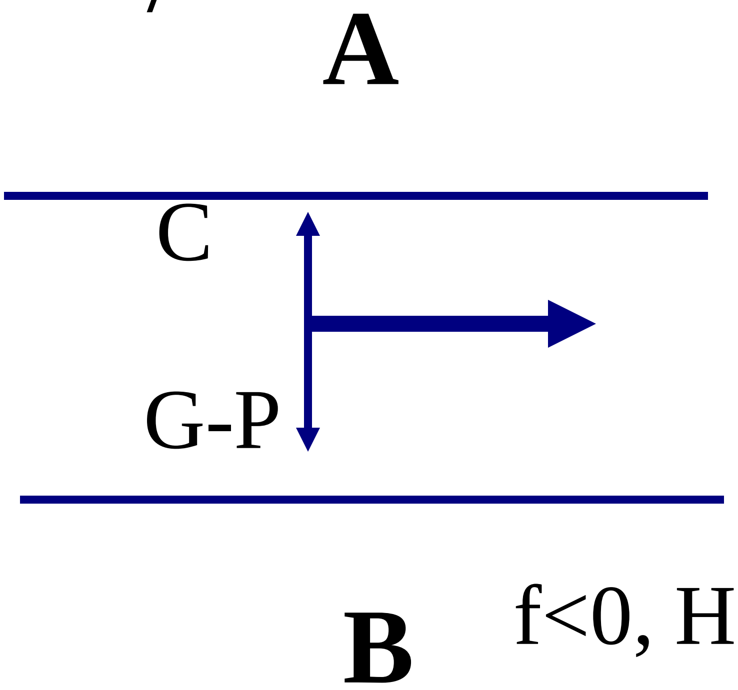
$$\boxed{\hat{x}: -fv \approx -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}, \; f = 2\Omega sin\varphi}$$

Aproximación geostrófica

$$\hat{x}: -fv \approx -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}, \; f = 2\Omega sin\varphi$$

$$\hat{y}: fu \approx -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

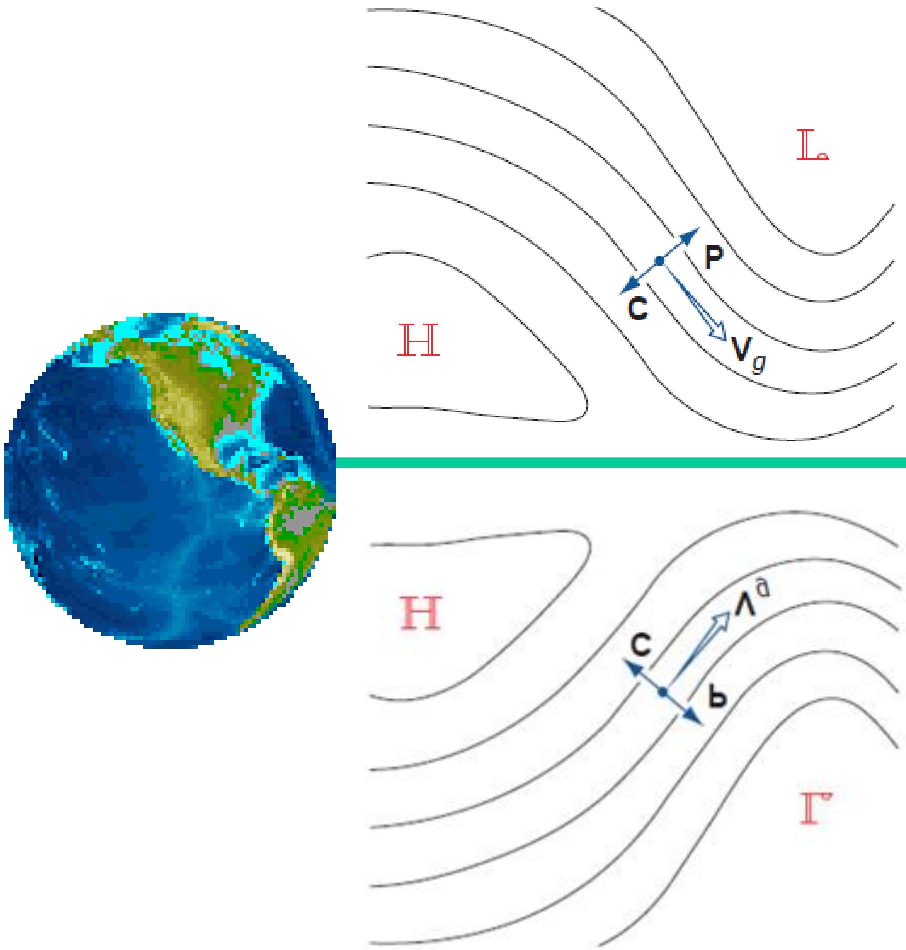
$$\vec{v}_g = \frac{1}{\rho f}\hat{z}x\nabla p$$



f<0, HS

Vale en ausencia de fricción y curvatura con un 10-15% de error

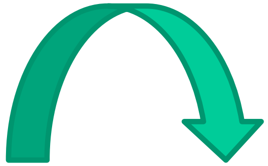
Viento geostrófico en HS y HN



Circulación ciclónica

HN:f>0

HN:f<0

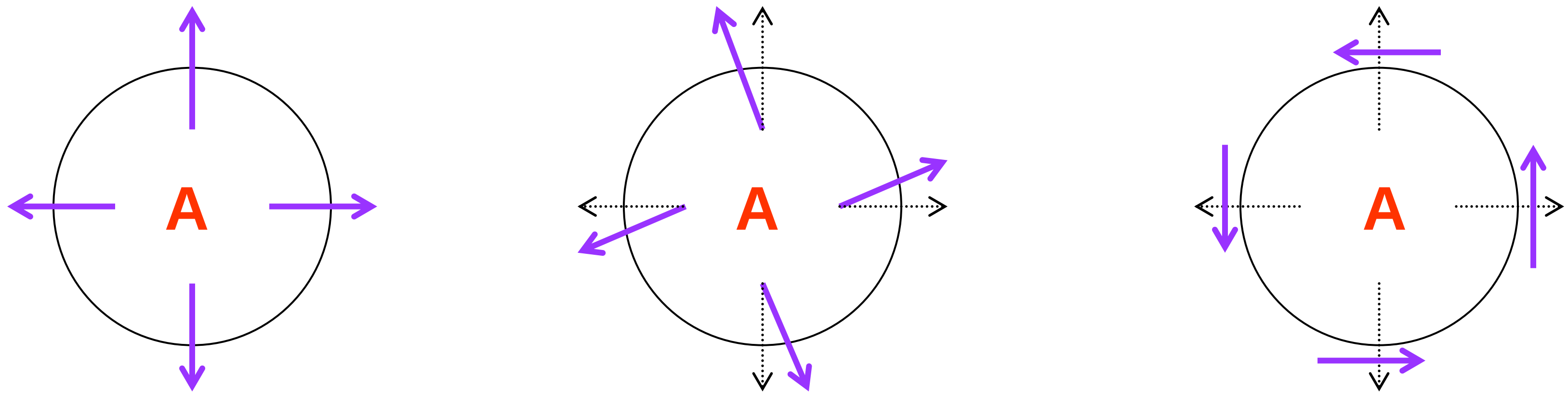


Circulación ciclónica

LGK 2010

¡Es simétrico c/r Ecuador!

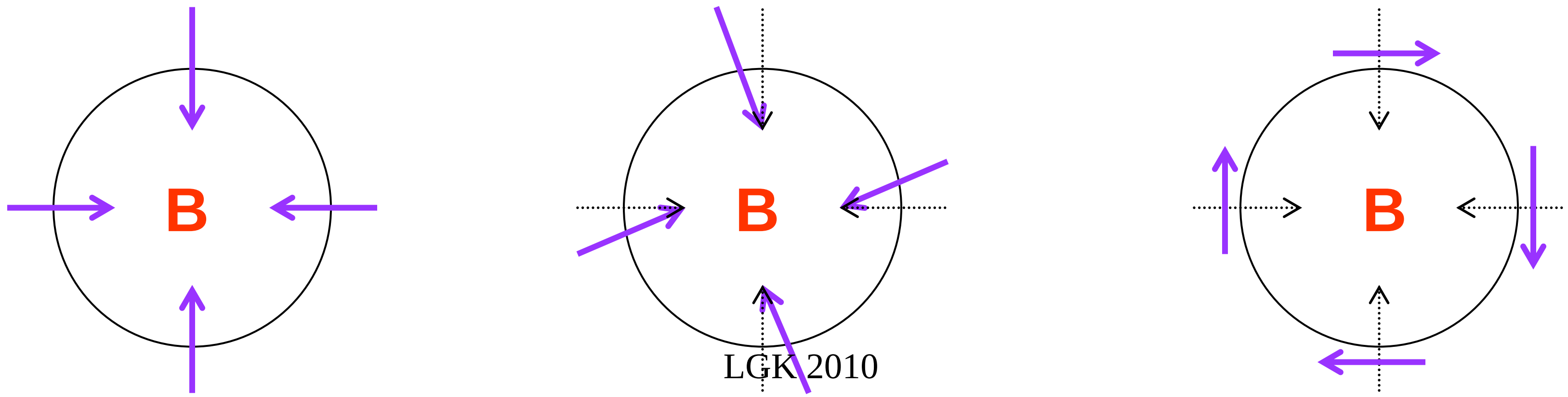
¿Como circula el aire en torno a los centros de alta y baja presión (HS)?



En el ecuador o en planeta sin rotación

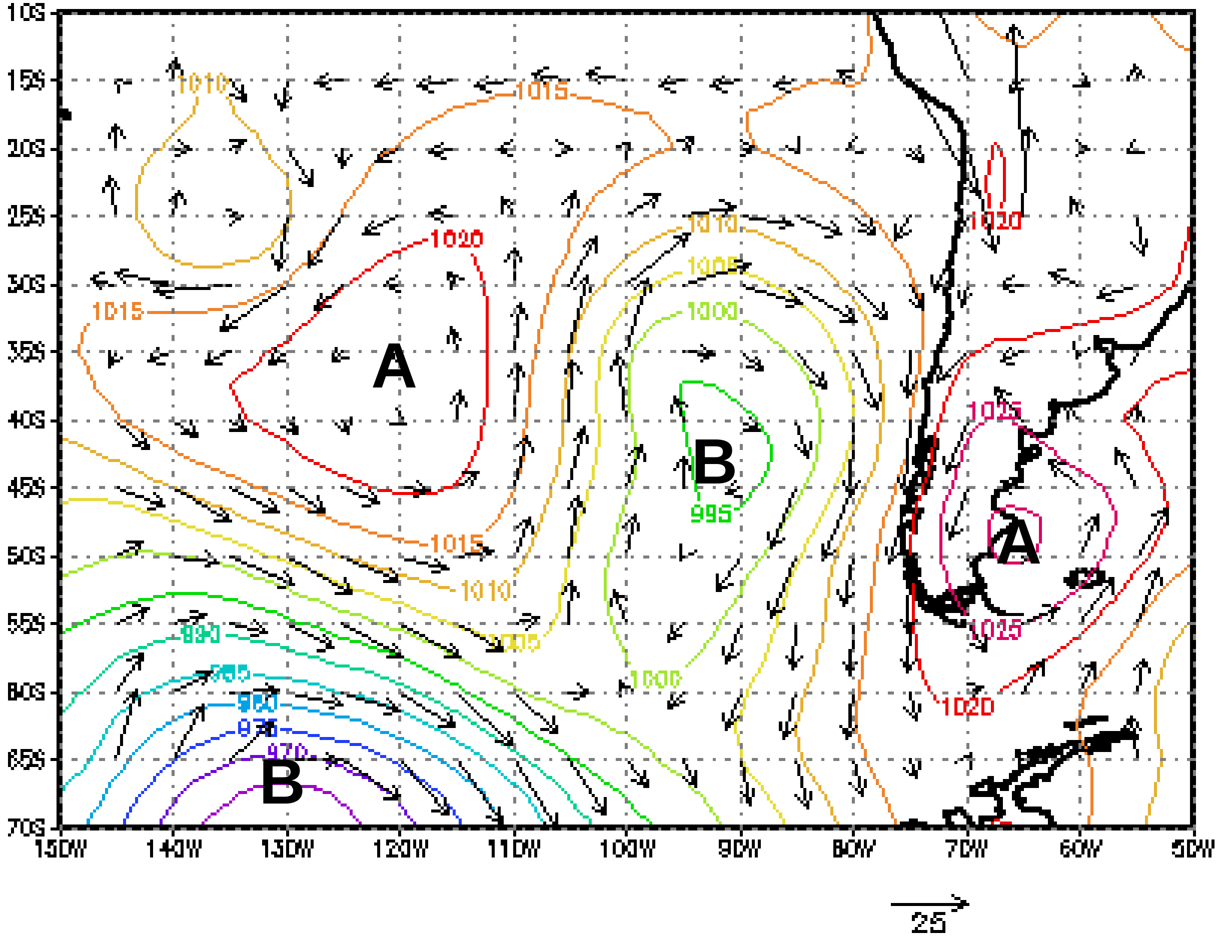
Muy cerca del ecuador o rotación planetaria muy lenta

Lejos del ecuador (>20°) para movimientos lentos



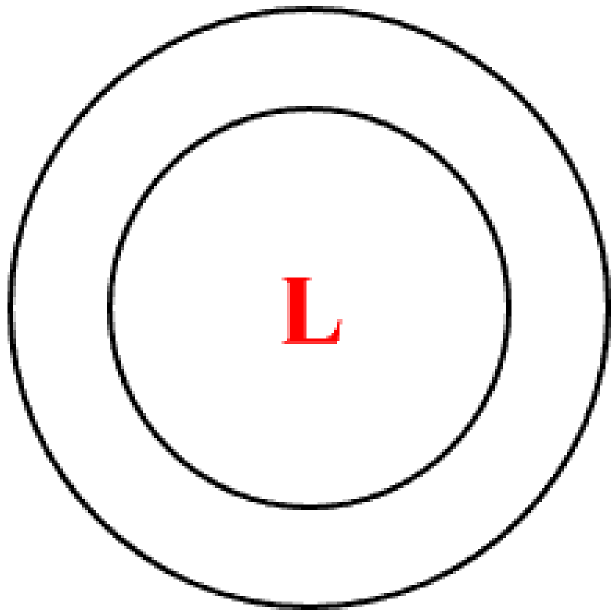
LGK 2010

Contornos: líneas de igual presión
Flechas: vector viento

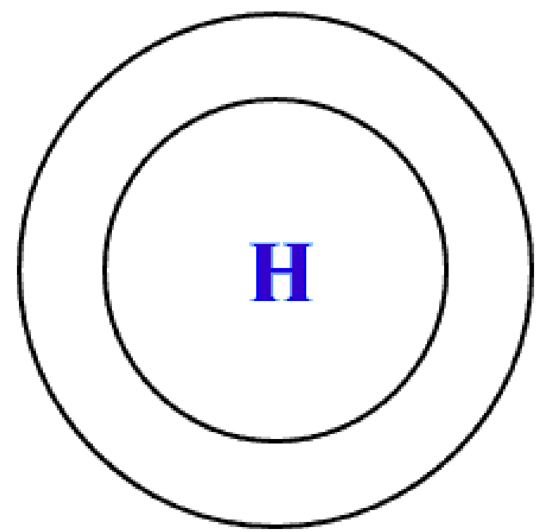


LGK 2010

Efecto de la curvatura: viento gradiente

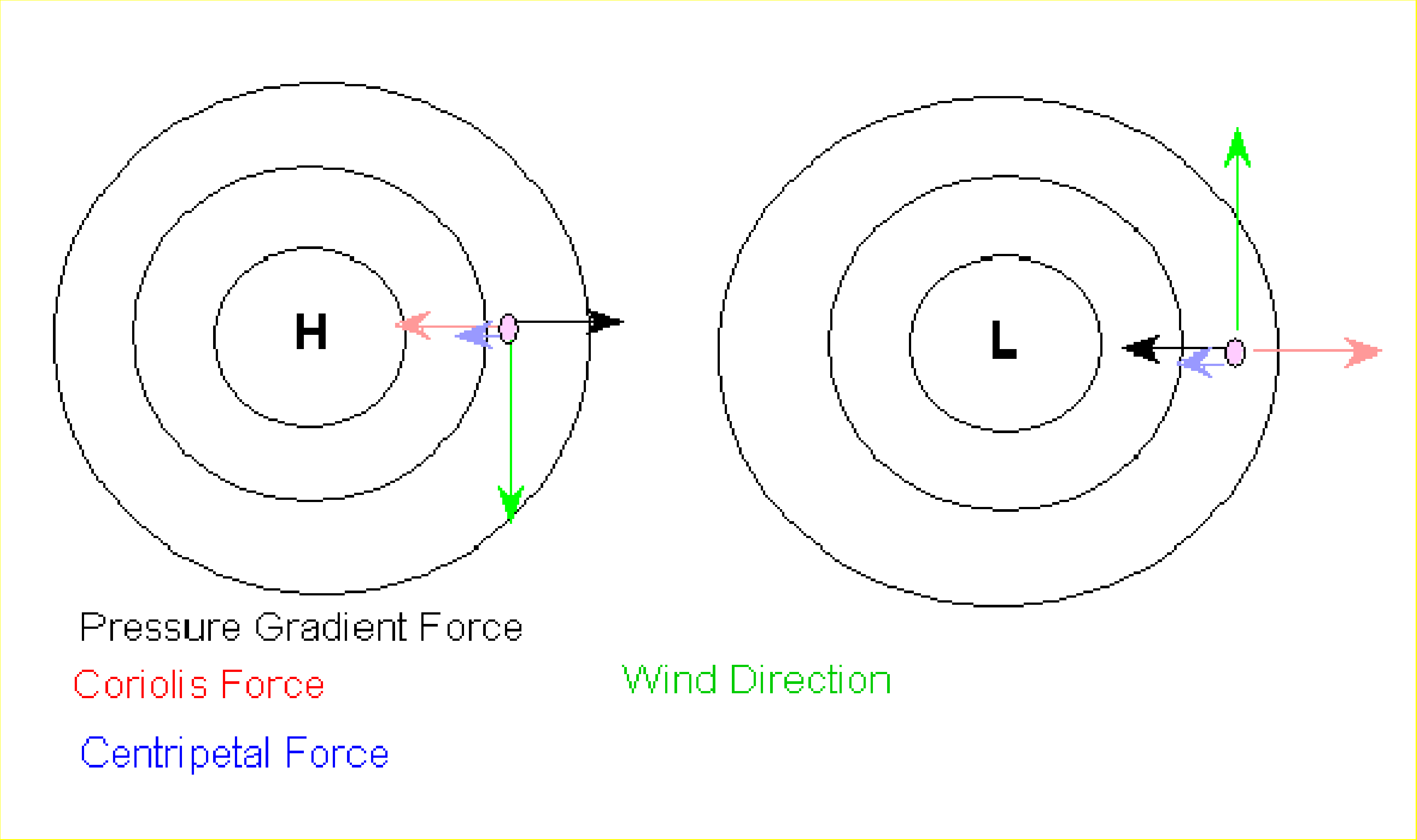


Condición sub-geostrófica
Vgrad<Vgeostrof



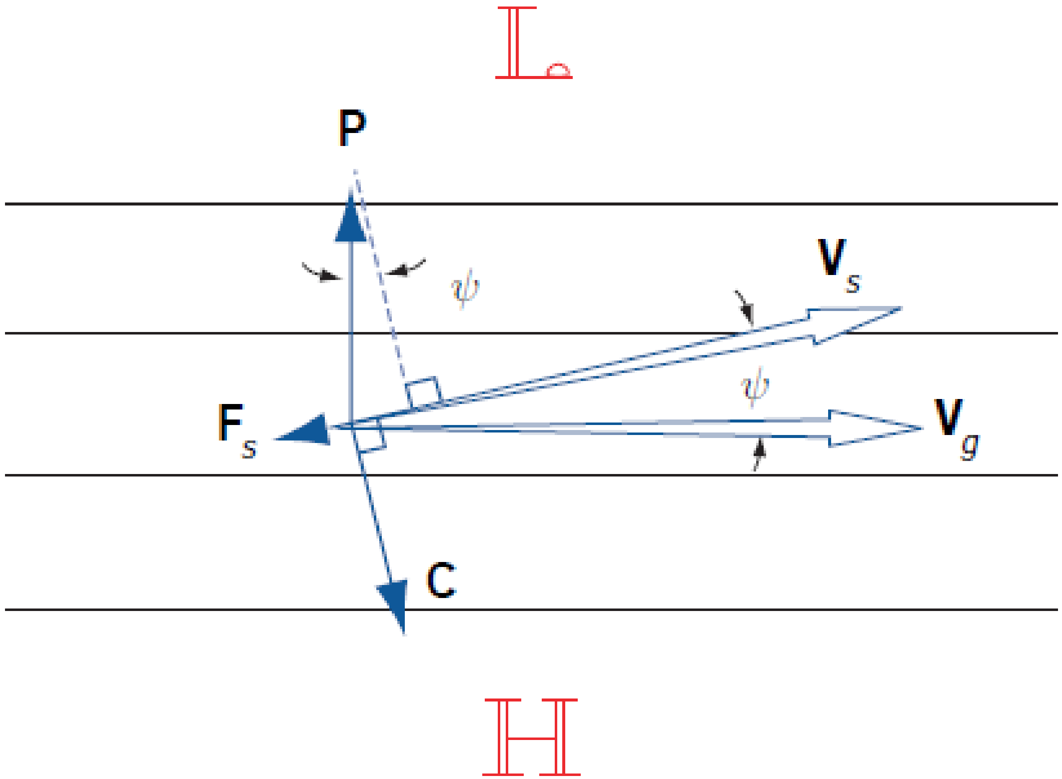
Condición super-geostrófica
Vgrad>Vgeostrof

¿Cómo es el efecto de la curvatura en el HS?



¿Cómo se llenan las bajas?

(Un efecto de la fricción en la superficie)



LGK 2010

Lecturas de hoy

- Obligatoria
  - Wallace and Hobbs, Atmospheric Science (Ch. ~7)
- Más sobre nubes y su formación
  - GF501 (Dinámica)
- Complementarias
  - Holton, J. An introduction to dynamic meteorology (Ch. 1 & 2)
  - Richardson's dream: http://maths.ucd.ie/~plynch/Dream/Dream.html

Próximamente...+DINÁMICA