

Fluidos a bajo número de Reynolds: fluidos confinados, suspensiones y baños bacterianos

Profesor: Rodrigo Soto

Tipo: General, 15UD

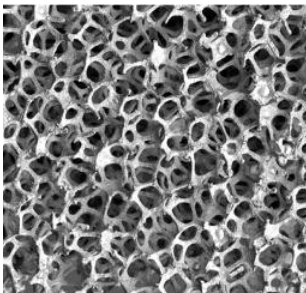
Duración: Semestral

Resumen:

La dinámica de los fluidos normalmente es descrita por las ecuaciones de Navier Stokes, las cuales son una expresión de la segunda ley de Newton cuando las fuerzas son debidas a las presiones y a esfuerzos viscosos. En condiciones de bajas velocidades y/o de tamaños muy pequeños, las fuerzas viscosas dominan y todos los efectos inerciales desaparecen. En dichas condiciones los fluidos se mueven bajo condiciones de sobreamortiguamiento, caracterizados por un bajo número de Reynolds. Estas condiciones se presentan en fluidos confinados, por ejemplo en medios porosos o cuando hay objetos microscópicos inmersos en un fluido como es el caso de las suspensiones o los baños bacterianos. En este último ejemplo, bacterias de unos pocos micrones son capaces de nadar en un fluido mediante la transformación geométrica de su cuerpo.

En este curso se presenta la fenomenología más relevante de los fluidos en condiciones de bajo número de Reynolds considerando tres aplicaciones fundamentales: (a) los flujos confinados, en particular los medios porosos; (b) las suspensiones llamadas pasivas donde partículas sólidas son inmersas en un fluido y modifican por un lado las propiedades globales (la viscosidad, por ejemplo) pero también la dinámica individual de los granos individuales es relevante pues da lugar a difusión y mezcla; y (c) los baños bacterianos donde millones de bacterias suspendidas en agua nadan mediante deformaciones de su geometría produciendo agitación del fluido y dando lugar a comportamientos colectivos similares a un cristal líquido. En cada uno de estos casos se construirán modelos matemáticos y numéricos que permitan describir y cuantificar sus rasgos más destacados.

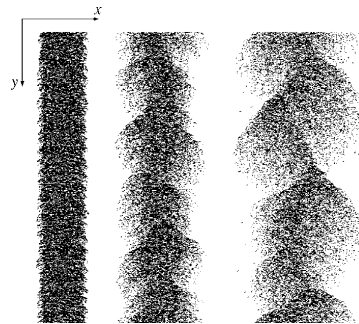
Además de la fenomenología y en el modelamiento de estos sistemas, también se pondrá énfasis en algunas propiedades matemáticas interesantes y que guardan relación con otras áreas de la física como la electrodinámica o la materia condensada de materiales heterogéneos y desordenados. Por ejemplo, la función de Green de las ecuaciones de Stokes es de largo alcance (decae como $1/r$) pero la presencia de múltiples condiciones de borde, móviles o estáticas, renormaliza la función de Green haciéndola de corto alcance. Esto permite que las ecuaciones de Stokes se reduzcan a la ecuación de Darcy en medios porosos. Esto es análogo a la electrodinámica donde las ecuaciones de Maxwell con densidades dipolares que tienen interacciones de largo alcance se regularizan para dar lugar a las ecuaciones de Maxwell en materia, sólo con ecuaciones locales. De igual manera, si se considera la sedimentación de una suspensión un cálculo directo (Smoluchowski, 1905) da una velocidad infinita! Sólo después de una delicada regularización se obtiene un resultado finito (Batchelor, 1972) pero las fluctuaciones siguen siendo infinitas.



Ejemplo de medio poroso (espuma de aluminio) donde un fluido debe pasar. Se verá como la complejidad de las condiciones de borde da lugar a una ecuación efectiva y sencilla, de carácter local (ley de Darcy).



Microscopía SEM de una bacteria E. coli. Las bacterias nadan mediante la rotación del flagelo, alcanzando velocidades de unos $30 \mu/s$. Las bacterias interactúan en parte mediante el flujo provocado por la rotación de flagelos vecinos.



Sedimentación de una suspensión confinada. Las tres imágenes muestran tiempos sucesivos. Se observa que la interfase provoca una desestabilización colectiva del flujo, además de tener fenómenos individuales como difusión en la interfase.

Contenidos:

1. **Dinámica de fluidos [2 semanas]**
 - Ecuaciones de conservación
 - Ecuaciones de Navier Stokes
 - Condiciones de borde
2. **Fluidos no inerciales [2 semanas]**
 - Número de Reynolds. Regímenes de bajo número de Reynolds
 - Ecuaciones de Stokes y de Oseen
 - Soluciones clásicas de la ecuación de Stokes
 - Aproximación de lubricación
3. **Flujos confinados [1 semana]**
 - Medios porosos
 - Ley de Darcy
 - Reducción del alcance de las funciones de Green debido al confinamiento. Renormalización
4. **Propiedades matemáticas de la Ecuación de Stokes [3 semanas]**
 - Linealidad de la ecuación. No linealidad debida a múltiples condiciones de borde
 - Reversibilidad
 - Teorema de reciprocidad
 - Teorema de la “almeja” (scallop theorem)
 - Funciones de Green
 - Métodos numéricos para la ecuación de Stokes: ecuaciones integrales, expansiones multipolares
5. **Suspensiones pasivas [3 semanas]**
 - Dinámica sobreamortiguada de las partículas
 - Expansión multipolar
 - El problema de la sedimentación
 - Ecuaciones de autoconsistencia
 - Dinámica Stokesiana
 - Viscosidad efectiva (Einstein)
 - Difusión y resuspensión
6. **Baños bacterianos (suspensiones activas) [3 semanas]**
 - Dinámica sobreamortiguada
 - Expansión multipolar
 - Autopropulsión
 - Viscosidad activa
 - Movimiento browniano
 - Tumbling, quimotaxis y búsqueda eficiente del alimento
 - Nematodinámica y flocking
 - Mezcla y difusión

Bibliografía:

- C. Pozrikidis, “Boundary Integral and Singularity Methods for Linearized Viscous Flow”, (Cambridge, 1992)
- H.C. Berg, “E. coli in Motion”, (Springer, 2003).
- S. Kim and S.J. Karilla, “Microhydrodynamics: Principles and Selected Applications”, (Dover, 2005).
- J.F. Brady, G. Bossis, “Stokesian Dynamics”, Annual review of fluid mechanics **20**, 111 (1988).
- J.M. Ortiz de Zarate and J.V. Sengers, “Hydrodynamic Fluctuations in Fluids and Fluid Mixtures”, (Elsevier, 2006).
- J. Happel and H. Brenner, “Low Reynolds Number Hydrodynamics: with special applications to particulate media”, (Springer, 2009).
- L. Gary Leal, “Advanced Transport Phenomena: Fluid Mechanics and Convective Transport Processes (Cambridge, 2007).

Requisitos:

- Métodos matemáticos para la física o equivalente.
- Es recomendable, aunque no fundamental, un curso de probabilidades.
- El curso presentará los elementos de la dinámica de fluidos necesarios, por lo que no es requisito un curso previo de dinámica de fluidos.

Evaluación:

Tareas periódicas y presentaciones orales de artículos.