



Ejercicio 7 - Mecánica Estadística

Duración: 1:30 hrs.

Prof. Álvaro Núñez

Fecha 8 de noviembre de 2010

1. BEC en gases atrapados

Considere un gas de átomos bosónicos (e.g. ^{87}Rb) suficientemente diluido, de modo que la aproximación de *no interactuantes* es razonablemente precisa, y además, sujetos al potencial de confinamiento:

$$V_{\text{ext}}(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega_x x^2 + \frac{1}{2}m\omega_y y^2 + \frac{1}{2}m\omega_z z^2. \quad (1)$$

con niveles de energía trivialmente dados por:

$$\varepsilon_{n_x n_y n_z} = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_z \quad (2)$$

Demuestre que la temperatura de condensación de Bose-Einstein en este sistema depende del número de átomos (N):

$$T_c^{(0)} = \alpha \hbar\omega_0 \sqrt[3]{N} \quad (3)$$

donde α es un número (no necesita evaluarlo pero es $\approx 0,94$) y $\omega_0 = \sqrt[3]{\omega_x \omega_y \omega_z}$. Demuestre adicionalmente que, para $T < T_c^{(0)}$, la fracción de átomos que forma parte del condensado es:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c^{(0)}}\right)^3. \quad (4)$$

2. Gas ideal de Θ -ones

Considere un tipo de partículas en los que solo esta permitida una ocupación máxima de Θ por nivel. Esto corresponde a un tipo intermedio de estadística donde $\Theta = 1$ corresponde al caso de Fermi-Dirac y $\Theta = \infty$ al caso de Bose-Einstein. Determine la ley de distribución de este tipo de partículas en el ensemble gran canónico.