



## Ejercicio 6 - Mecánica Estadística

Duración: 1:30 hrs.  
 Fecha 25 de octubre de 2010

Prof. Álvaro Núñez

### 1. Fluctuaciones de número

Considere que  $c_i^\dagger$  corresponde al operador de creación fermionico en el estado  $i$ . Considere  $|\Psi\rangle = \alpha|10000\dots\rangle + \beta|1110000\dots\rangle$ . Encuentre  $\langle N \rangle = \langle \Psi | \hat{N} | \Psi \rangle$  y  $\Delta N = \sqrt{\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2}$ .

### 2. Superconductor unidimensional

Un modelo para un sistema superconductor unidimensional consiste en una red, indexada mediante el índice  $i$ , de fermiones descritos mediante el siguiente Hamiltoniano:

$$\mathcal{H} = \sum_i \left( t c_i^\dagger c_{i+1} + \eta c_i^\dagger c_{i+1}^\dagger + \text{H.c.} \right), \quad (1)$$

el último termino, conocido como el término de "pairing", es el responsable de la formación y estabilidad de pares de Cooper. Considere, en espacio de momento, el campo fermionico definido mediante la transformación de Bogoliubov:

$$\lambda_k = u_k c_k + v_k c_{-k}^\dagger \quad (2)$$

satisface el álgebra fermionica, si y solo si,  $|u_k|^2 + |v_k|^2 = 1$ . Usando dicha transformación, lleve a  $\mathcal{H}$  a su forma diagonal:

$$\mathcal{H} = E_0 + \sum_k E_k \lambda_k^\dagger \lambda_k. \quad (3)$$

Encuentre la energía del estado basal,  $E_0$ , y la de las excitaciones,  $E_k$ .