FI2004-1 Termodinámica
Primavera 2010
Profesora: Mª Teresa Garland

Auxiliares: Francisco del Campo R.
Daphnea Iturra

⁎⁎ Guía de ejercicios N°1 ⁎⁎

13 de Septiembre de 2010

P1

Un gas ideal está inicialmente confinado a un volumen V_1 en un recipiente aislado de volumen $V_1 + V_2$ (ver figura 1). El resto del recipiente está evacuado. El tabique es removido y el gas se expande ocupando todo el recipiente. Si la temperatura inicial del gas era T_0, ¿cuál es su temperatura final? Justifique su respuesta.

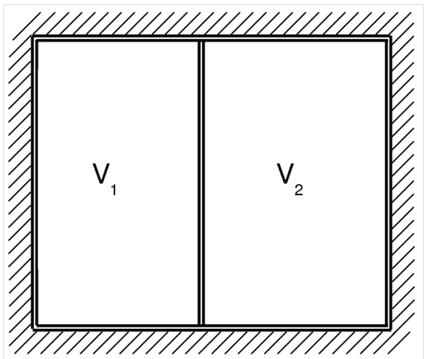

Figura 1

P2

Cuando se construye un termómetro de mercurio (Hg) capaz de medir hasta 100 °C a 1 atm, por razones de seguridad se acostumbra darle al capilar una longitud algo mayor, generalmente equivalente a dos grados más. Si la temperatura aumenta a 102,2 °C, ¿en cuánto debería aumentar la presión externa para que el termómetro no se rompa?
Desprecie la dilatación y resistencia del vidrio que contiene al mercurio.
Datos: $\beta_{Hg} = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ K^{-1}, $\kappa_{Hg} = 3{,}9 \cdot 10^{-6}$ atm^{-1}.

P3

Considere un mol de gas real, cuya energía interna está dada por la expresión $dU = c_V dT + a/V^2 dV$. Demuestre que en el experimento de la expansión al vacío este gas se enfría.

P4

La figura 2 muestra el aparato utilizado para determinar la razón C_P/C_V para un gas, de acuerdo al método de *Clément-Desormes*. La botella G, de capacidad razonable (unos pocos litros), está provista de una válvula H y un manómetro M. Observando la diferencia de nivel h entre las columnas en el manómetro, es posible determinar la diferencia de presión entre el interior y el exterior de la botella. Inicialmente la botella tiene una determinada cantidad de gas en equilibrio térmico con el ambiente, siendo el desnivel en el manómetro nulo. Empujando el émbolo de la bomba B, se aumenta la presión en la botella hasta un valor ligeramente superior a la presión atmosférica. En ese momento $h=h_i$. Se abre la válvula por un breve lapso justo lo suficientemente largo para igualar presiones con la atmósfera ($h=0$). Con la válvula cerrada, se espera hasta que la temperatura del gas se haya igualado a la temperatura ambiente, entonces $h=h_f$. La densidad del líquido del manómetro es desconocida, pero siendo $h_0 = P_0/\rho g$ la columna de líquido equivalente a la presión atmosférica, considere $h_i \ll h_0$, $h_f \ll h_0$. Encuentre C_P/C_V en función de h_i y h_f.
Indicación: No despreciar el volumen de gas desplazado por el émbolo. Cualquier expansión

violenta de un gas puede aproximarse por un proceso adiabático.

Sólo si están muy perdidos o ya resolvieron el problema... En este link hay un applet didáctico que puede ayudar a entender este experimento. Presionar el botón '*Pompe*' para bombear y luego el botón '*Détente*' para abrir la válvula.

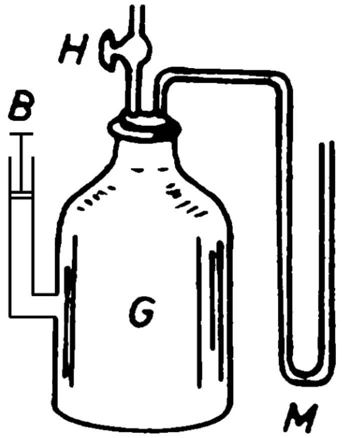

Figura 2

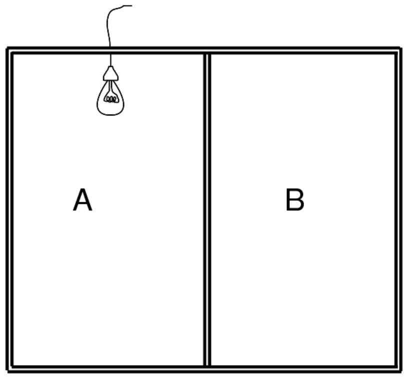

Figura 3

P5

Considere gas Argón en la caja adiabática de la figura 3, cuyos compartimentos A y B están separados por un tabique hermético y adiabático pero móvil. Antes de perturbar el sistema, el estado del gas en A es el mismo que aquel en B: P_0, V_0, T_0. En cierto instante se enciende la luz en A, transmitiendo calor lentamente de modo tal de mover el tabique hasta que el gas en B ocupa la mitad de su volumen original.

(a) Calcule la temperatura y presión finales en A y en B.
(b) Calcule el trabajo sobre A y B.
(c) Calcule la energía utilizada en el proceso.
(d) ¿Qué ocurriría en el experimento si el tabique fuera diatérmico?

P6

(a) Partiendo de la primera ley de la termodinámica y las definiciones de c_P y c_V, muestre que

$$c_P - c_V = \left[P + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

(b) Usando el resultado de arriba y expresión $P + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

encuentre c_P - c_V para un gas de Van der Waals, que satisface la ecuación de estado

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = nRT$$

P7

(a) Considere un estanque rígido no aislado con dos cámaras separadas por un tabique fijo. Inicialmente una de las cámaras contiene 1 kg de aire a 200.000 Nm^2, y a una temperatura de 300 K. La otra cámara tiene 0,7 kg de aire a una temperatura de 400 K y una presión de 250.000 Nm^2. Si se saca el tabique, y se estima una pérdida de calor al exterior de 50.000 J, calcule la temperatura final del aire. R = 8,314 J mol^{-1} K^{-1}. PM_{aire} = 0,029 kg mol^{-1}.

(b) Un estanque rígido y de paredes aisladas de volumen V_0 contiene en su interior aire a temperatura T_0 y presión $5P_0$. El estanque está conectado mediante una válvula metálica a un cilindro lleno de aire con un pistón en su parte superior, también adiabáticos. Por efecto del peso del pistón y de la presión atmosférica, la presión en el cilindro es de $2P_0$. Suponga que se abre la válvula. En el estado final calcule la temperatura del aire y el trabajo realizado suponiendo que:

i. la válvula se abre muy lentamente.
ii. la válvula se abre violentamente.

P8

(a) En los hornos se usan materiales cerámicos. Considere un ladrillo cerámico cúbico de 0,1 m de arista que se fabricó a temperatura ambiente (20 °C), y se usa en un proceso que requiere calentarlo hasta 1200 °C. Por motivos de espacio en el horno, el volumen del ladrillo no puede aumentar en más de 0,4% respecto a su volumen original. Si se calienta más allá de ese punto, se generan tensiones termo-mecánicas que podrían llegar a romperlo. Estime el aumento de presión máximo en el ladrillo cuando el horno funciona.
Propiedades del ladrillo: $\beta = 8 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$, $\kappa = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{atm}^{-1}$.

(b) Una cantidad desconocida de hierro a 90 °C se deposita en un estanque aislado que contiene 0,08 m^3 de agua líquida a 20 °C. Al mismo tiempo una hélice accionada por un motor de 200 W se activa para agitar el agua. Después de 1500 s se establece el equilibrio térmico con una temperatura final de 27 °C. Determine la masa del hierro. Calor específico del agua: 4180 $\mathrm{J\ kg^{-1}\ K^{-1}}$, calor específico del hierro: 450 $\mathrm{J\ kg^{-1}\ K^{-1}}$, densidad del agua : 1 $\mathrm{g\ cm^{-3}}$.

(c) Considere un experimento hipotético en el cual se expanden cuasiestáticamente n moles de un gas ideal en un cilindro vertical, mediante una fuente de calor. El cilindro termina por arriba en un pistón, al cual se le agrega paulatinamente arena (por afuera) de modo de mantener la presión del gas constante. Utilice este proceso imaginario para demostrar que la diferencia de calores específicos de un gas ideal es constante:

$$c_P - c_V = R$$

P9

(a) Una cámara de rueda de bicicleta de volumen V_0 es inflada hasta alcanzar una presión λP_0 con P_0 la presión atmosférica local.

i. Si $\lambda \gg 1$ estime el trabajo realizado por un estallido de la cámara. Desprecie el estiramiento del caucho de la cámara.
ii. Una cámara de bicicleta común nunca debería inflarse más allá de 90 psi ($P_0 \approx 1$ bar = 10^5 Pa = 14,4 psi). Si la presión en la cámara justo antes del estallido fue de 4 veces ese límite recomendado, y V_0 = 3500 cm^3, evalúe el valor numérico en Joules del trabajo de explosión. Luego, suponiendo que la explosión duró 0,1 s, estime la intensidad media I_{media} de la onda sonora de la explosión a 1 m, usando la siguiente fórmula:

$$I_{media} \equiv \langle I \rangle \approx \frac{1}{4\pi r^2} \langle \frac{dW}{dt} \rangle$$

Donde los brackets denotan un promedio temporal a lo largo de la explosión:

$$\langle A \rangle \equiv \frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} A(t)\, dt$$

W(t) es el trabajo de la explosión hasta el tiempo t, y r es la distancia entre la explosión y el lugar donde se quiere calcular la intensidad del sonido ($4\pi r^2$ es la superficie del frente de onda de sonido si éste fuera esférico).

La intensidad del sonido en escala de decibeles es $L_I = 10 \log_{10}(I/I_0)$ dB, donde $I_0 = 10^{-12}$ Wm^{-2} es el umbral de audición (valor de referencia). ¿Cómo se compara la intensidad media recién calculada en escala de decibeles con el umbral del dolor (~140 dB)?

(b) Una casa solar libera un flujo de calor hacia el exterior a una tasa promedio de 50000 kJ/h a través de sus muros y ventanas. Considere que se desea mantener la temperatura de la casa constante a 22 °C durante las 10 h de una noche de invierno. La casa se va a calentar mediante 50 recipientes de vidrio, cada uno con 0,02 m^3 de agua que se calentaron durante el día hasta 80 °C al absorber energía solar. Un calefactor de resistencia eléctrica de respaldo de 15 kW de potencia controlado por un termostado se enciende cada vez que es necesario para mantener el aire de la casa a 22 °C.

i. ¿cuánto tiempo operó el sistema de calefacción eléctrico esa noche?
ii. ¿cuánto tiempo habría operado el calefactor si no hubiese calefacción solar?

Calor específico del agua: 4180 J $kg^{-1} K^{-1}$. Densidad del agua : 1 g cm^{-3}.

P10

Un gas ideal está contenido en un jarro grande de volumen V_0 (ver figura 4). Ajustado a la tapa del jarro hay un tubo de vidrio de sección transversal A, en el cual una bola de masa M puede deslizar sin dejar escapar aire. La presión de equilibrio dentro del jarro es ligeramente mayor a la presión atmosférica P_0, debido al peso de la bola. Si la bola es desplazada ligeramente del equilibrio, realizará un movimiento armónico simple (despreciando el roce). Si los estados del gas en el jarro están dados por aquellos de un preoceso cuasiestático adiabático, con γ la razón entre los calores específicos del gas, encuentre la relación entre la frecuencia de oscilaciones de la bola y las variables del problema.

Figura 4

P11

La velocidad de las ondas de sonido longitudinales de pequeña amplitud en un gas ideal es $v_S = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$ donde P es la presión ambiente del gas y ρ es la densidad correspondiente.

Encuentre una expresión lo más simple posible para la velocidad del sonido, suponiendo que las compresiones y rarefacciones del gas debido al sonido son:

i. isotérmicas
ii. adiabáticas

Enseguida, tomando al aire como un gas diatómico (buena aproximación), evalúe ambas predicciones para la velocidad del sonido en el aire a 20 °C (293 K).
R = 8,314 J $mol^{-1} K^{-1}$, PM_{aire} = 0,029 kg mol^{-1}.
¿Cuál predicción se aproxima mejor al valor real de 340 m s^{-1}? ¿Qué conclusión puede sacar acerca de la propagación del sonido en gases ideales?

P12

(a) Un compresor diseñado para comprimir nitrógeno (gas diatómico), es usado para comprimir helio (gas monoatómico). Se observa que el compresor se sobrecalienta. Explique este efecto si se asume que la compresión es aproximadamente adiabática y que el nitrógeno y el helio son comprimidos a partir de la misma presión.

(b) La energía interna de cierto gas está dada por $U = a + bPV$, con a y b constantes. Calcular la variación de energía interna, el trabajo realizado y el calor transferido, correspondiente a los siguientes procesos experimentados por el gas: $V = cte.$, $P = cte.$, $U = cte.$

(c) Demostrar que la capacidad calórica molar de un gas ideal en un proceso reversible politrópico definido por $PV^{\lambda} = cte$, es $c = c_V - R/(\lambda\text{-}1)$, donde λ es una constante adimensional arbitraria.

P13

El cilindro de la figura 5 tiene todas sus paredes exteriores aisladas, incluyendo el émbolo que está unido a un resorte de constante elástica k. El émbolo tiene masa M no despreciable. Una pared fija y diatérmana separa el cilindro en dos cámaras. La cámara inferior contiene n moles de aire a una presión P_0, que ocupan un volumen V_0. En la cámara superior se encuentran m moles de aire, estando el resorte en su largo natural. Enseguida la hélice ejerce trabajo, inyectando energía al sistema, hasta que la presión en la cámara de abajo alcanza ηP_0, y el émbolo se ha desplazado una distancia d.

i. La temperatura final del aire.
ii. El trabajo realizado por la hélice.
iii. El calor transferido entre las cámaras.

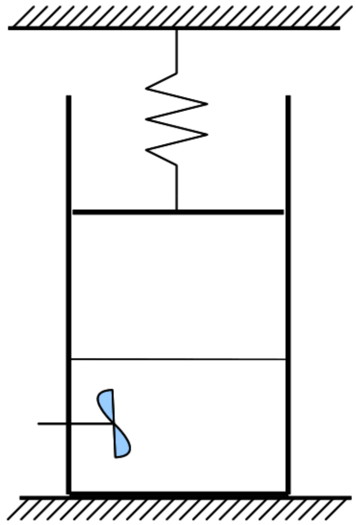

Figura 5

P14

(a) Un dispositivo cilindro-émbolo contiene 0,5 m³ de helio (He) a 150 kPa y 20 °C. Después el He se comprime en un proceso politrópico caracterizado por $PV^x = cte.$, hasta 400 kPa y 140 °C. Determine el exponente x y el calor transferido en la compresión. R = 8,314 J mol^{-1} K^{-1}, PM_{helio} = 0,004 kg mol^{-1}. Considere al helio como gas ideal monoatómico.

(b) Considere un gas ideal, que realiza un ciclo termodinámico de cuatro pasos, partiendo de $(P, T, V) = (P_1, T_1, V_1)$. El primer paso corresponde a una compresión muy lenta a $T = cte.$ hasta $(P, T, V) = (P_2, T_1, V_2)$. El segundo paso es una compresión muy rápida hasta $(P, T, V) = (P_3, T_3, V_3)$. El tercer paso es un expansión muy lenta a $T = cte.$ hasta $(P, T, V) = (P_4, T_3, V_4)$. El cuarto paso es una expansión muy rápida de vuelta a $(P, T, V) = (P_1, T_1, V_1)$.

i. Siendo W el trabajo total ejercido sobre el sistema ¿Qué relación hay entre W, el calor absorbido en el primer paso y el calor del tercer paso?
ii. Esquematice el ciclo en un diagrama (P, T).
iii. Calcular W en función de T_1 y T_3. ¿A qué corresponde W en su diagrama de la parte *ii*?