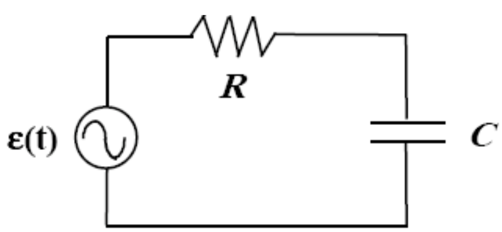
Pauta Ejercicio Nº2

P1.- (Teoría) 40%

a) Explique cómo influye la frecuencia ω en la respuesta de un circuito según la reactancia que éste posea. ¿Cómo variará el comportamiento del circuito? Explique en función de lo aprendido en clases (impedancia, filtros, resonancia, etc.)

R: Para un circuito simple, dependiendo si la reactancia es capacitiva o inductiva, la respuesta del circuito para diferentes frecuencia cambiará. Para reactancias capacitivas a mayor frecuencia f menor es su impedancia $Z(\omega)$, esto ya que $Z(\omega)=(i\omega C)^{-1}$, con C la capacitancia del circuito. Con esto la corriente que pasa por el circuito es mayor cuanto mayor es la freuencia ya que I=V/Z. Para reactancias inductivas es a la inversa: a mayor frecuencia f mayor es su impedancia $Z(\omega)$, esto ya que $Z(\omega)=(i\omega L)$, con L la inductancia del circuito. Con esto la corriente que pasa por el circuito es mayor cuanto menor es la freuencia ya que I=V/Z.

b) Considerando el circuito de la figura:

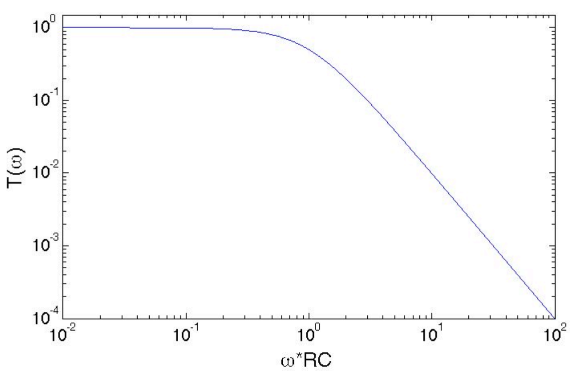


b.1) ¿Qué tipo de filtro puede obtener? ¿De qué depende el tipo de filtro?

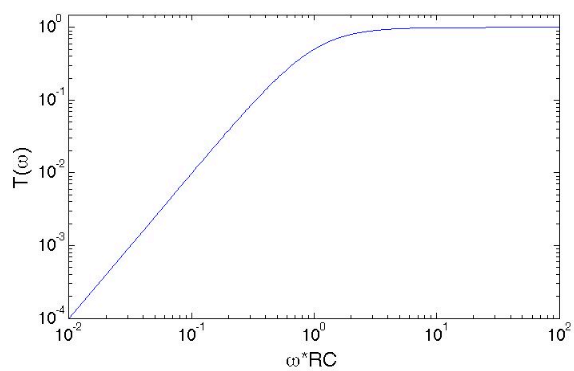
R: Dependiendo de donde se tome la diferencia de potencial el filtro será pasa bajos o pasa altos. Si se toma en C será pasabajos y si se toma en R será pasa-altos.

b.2) Haga un gráfico esquemático de la función de transferencia con los valores característicos.

Pasa-bajos



Pasa-altos



c)¿Qué representa la función de transferencia $T(\omega)$ en un filtro de frecuencias? Si se tienen dos filtros con idéntica función de transferencia y se les aplica el mismo voltaje de entrada V_{in}, ¿las señales resultantes con igual $T(\omega)$ tienen la misma fase? Explique brevemente su respuesta.

R: $T(\omega)$ representa la relaci´pn de amplitudes entre el voltaje de entrada y el de salida $T(\omega)=|Vout(\omega)|/|Vin(\omega)|$. A la vez, representa el porcentaje de energía que disipa o almacena un elemento eléctrico a frecuencia ω. Si 2 filtros tienen igual $T(\omega)$, entonces pueden tener cualquier diferencia de fase ya que $T(\omega)$ sólo mide amplitudes, y no fases.

P2

a y c) $\hat{I} = \dfrac{\hat{V}}{Z_{eq}}$ => corriente máxima cuando $|Z_{eq}|$ es mínimo

$$Z_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1\right)^{-1} + R_2 + \left(\frac{1}{j\omega L_1} + j\omega C_2\right)^{-1}$$

$$Z_{eq} = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + R_2 + \frac{j\omega L_1}{1 - \omega^2 C_2 L_1}$$

$$Z_{eq} = \frac{R_1(1-\omega^2 C_2 L_1) + R_2(1 + j\omega R_1 C_1)(1 - \omega^2 C_2 L_1) + j\omega L_1(1 + j\omega R_1 C_1)}{(1 + j\omega R_1 C_1)(1 - \omega^2 C_2 L_1)}$$

$$Z_{eq} = \frac{R_1 - R_1 C_2 L_1 \omega^2 + R_2 - R_2 C_2 L_1 \omega^2 - R_1 C_1 L_1 \omega^2 + j(R_2 R_1 C_1 \omega - R_2 R_1 C_1 C_2 L_1 \omega^3 + L_1 \omega)}{1 - C_2 L_1 \omega^2 + j(R_1 C_1 \omega - R_1 C_1 C_2 L_1 \omega^3)}$$

$$Z_{eq} = \frac{(300 - 3\cdot10^{-4}\omega^2) + j(23\cdot10^{-2}\omega - 18\cdot10^{-8}\omega^3)}{(1 - 9\cdot10^{-7}\omega^2) + j(10^{-3}\omega - 9\cdot10^{-10}\omega^3)}$$

$$|Z_{eq}| = \frac{\left[(300 - 3\cdot10^{-4}\omega^2)^2 + (23\cdot10^{-2}\omega - 18\cdot10^{-8}\omega^3)^2\right]^{1/2}}{\left[(1 - 9\cdot10^{-7}\omega^2)^2 + (10^{-3}\omega - 9\cdot10^{-10}\omega^3)^2\right]^{1/2}}$$

$$|\hat{I}| = \frac{|\hat{V}|}{|Z_{eq}|} = \frac{4}{|Z_{eq}|}$$

$|\hat{I}| \to \infty$ si $|Z_{eq}| = 0$

$|Z_{eq}| = 0$ si $\underbrace{(300 - 3\cdot10^{-4}\omega^2 = 0)}$ y $\underbrace{(23\cdot10^{-2}\omega - 18\cdot10^{-8}\omega^3 = 0)}_{b}$

$= 0$ si $\omega = 10^3$

pero b con $\omega = 10^3$ es 50

=> $|\hat{I}|$ no tiende a infinito nunca

Se analiza $\omega \to 0$ y $\omega \to \infty$

$\omega \to 0$ *(la impedancia es $R_1 + R_2$)

=> $|\hat{I}| = \dfrac{4}{300} = 13{,}333\,[mA]$

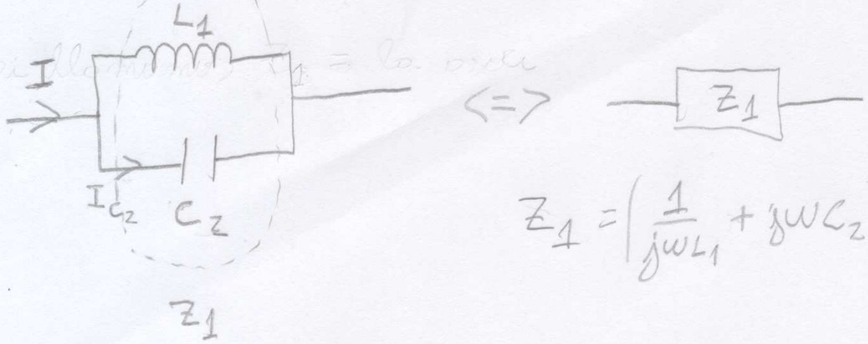
$\omega \to \infty$ *(la impedancia es solo R_2)

=> $|\hat{I}| = \dfrac{4}{\frac{-18\cdot10^{-8}}{-9\cdot10^{-10}}} = \dfrac{4}{200} = 20\,[mA]$

* Sale de los cálculos, pero se puede deducir

=> la corriente máxima tiende a 20 [mA] y se da cuando $\omega \to \infty$, es decir, no hay una frecuencia de resonancia única.

b)



$$Z_1 = \left(\frac{1}{j\omega L_1} + j\omega C_2\right)^{-1} = \frac{j\omega L_1}{1-\omega^2 C_2 L_1}$$

$$\hat{V}_{C_2} = Z_1 \hat{I} \;;\; \hat{I}_{C_2} = \frac{\hat{V}_{C_2}}{Z_{C_2}} \Rightarrow \hat{I}_{C_2} = \frac{Z_1 \hat{I}}{Z_{C_2}} = \frac{j\omega L_1}{1-\omega^2 C_2 L_1} \cdot j\omega C_2 \cdot \hat{I}$$

$$\Rightarrow \hat{I}_{C_2} = \underbrace{\frac{\omega^2 L_1 C_2}{\omega^2 C_2 L_1 - 1}}_{H} \hat{I}$$

$\hat{I} = |\hat{I}| e^{j\theta}$ $\quad \theta = \text{arctang}(\text{tang}(\theta_2)) - \text{arctang}(\text{tang}(\theta_1))$

$$\text{tang}(\theta_1) = \frac{23\cdot 10^{-2}\omega - 18\cdot 10^{-8}\omega^3}{300 - 3\cdot 10^{-4}\omega^2} \qquad \text{tang}(\theta_2) = \frac{10^{-3}\omega - 9\cdot 10^{-10}\omega^3}{1 - 9\cdot 10^{-7}\omega^2}$$

$$\text{tang}(\theta_2) = 10^{-3}\omega = \frac{\omega}{10^3}$$

$\hat{I}_{C_2} = |\hat{I}_{C_2}| e^{\theta - \pi}$ și $H<0$

$= |\hat{I}_{C_2}| e^{\theta}$ și $H>0$

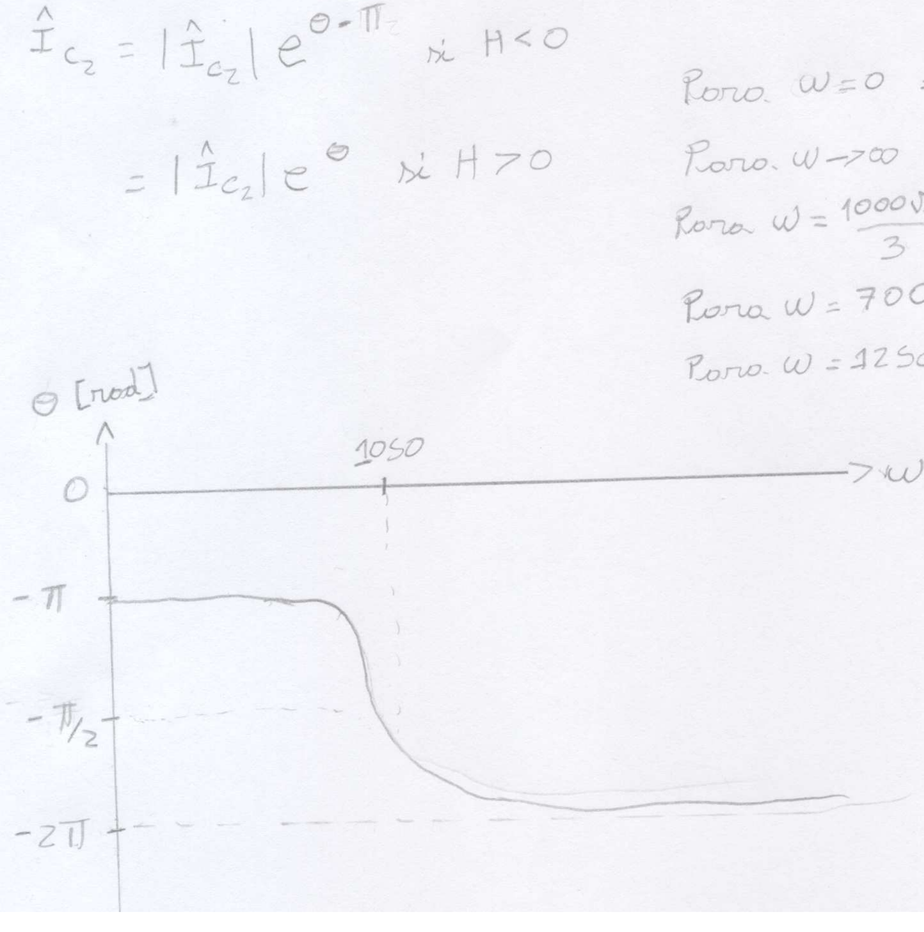
Para $\omega = 0 \Rightarrow \theta \approx -\pi$ $\qquad H = 0$ para $\omega = \frac{1000\sqrt{10}}{3}$

Para $\omega \to \infty \Rightarrow \theta \approx 0 = -2\pi$

Para $\omega = \frac{1000\sqrt{10}}{3} \Rightarrow \theta \approx -\frac{3}{2}\pi = \frac{7}{4}\pi$

Para $\omega = 700 \Rightarrow \theta \approx -\pi/2$

Para $\omega = 1250 \Rightarrow \theta \approx -\pi/6 = -\frac{11\pi}{6}$

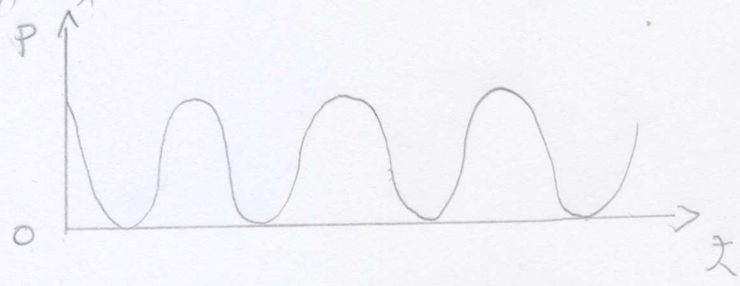


d)

$P = R_2 I^2$

$P = R_2 |\hat{I}|^2 \cos^2(\omega t + \theta)$

La potencia disipada en R_2 será una sinusoide cuya amplitud varía según la frecuencia escogida, no sobrepasa los 80[mW] ya que existe una corriente máxima por el circuito



El valor máximo de I ocurre en $W = W_0$

$V_R = 4$ y $V_F = 4$

$\Rightarrow$ Medida de la calidad $= \frac{V_R}{V_F} = 1$