Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2003 Métodos Experimentales
Sección 7

Profesor: Rodrigo Espinoza G. Auxiliar: Dante A. Pérez F.

Ejercicio 1

I. Preguntas de desarrollo. **6 puntos.**

a) Explique cómo varía el proceso de carga y descarga del condensador en un circuito RC en los casos indicados:

Primero que todo, para la figura 1.1:

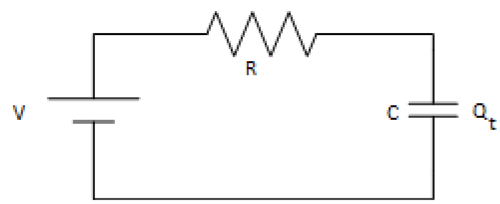

Figura 1.1.- Circuito RC serie.

a.1.1.- Proceso de carga:

$$-V + R\,i_c + \frac{Q}{C} = 0 \;\rightarrow\; -V + R\,Q' + \frac{Q}{C} = 0 \;\rightarrow\; Q' + \frac{Q}{RC} = \frac{V}{R} \;\rightarrow\; Q(t) = CV(1 - e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)})$$

a.2.1.- Proceso de descarga. Sacando la fuente:

$$R\,i_c + \frac{Q}{C} = 0 \;\rightarrow\; R\,Q' + \frac{Q}{C} = 0 \;\rightarrow\; Q' + \frac{Q}{RC} = 0 \;\rightarrow\; Q(t) = CVe^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$$

Por otro lado, para la figura 1.2:

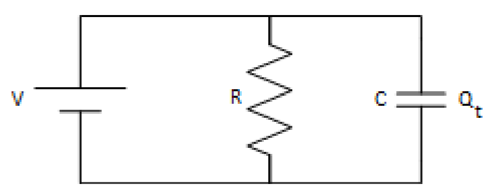

Figura 1.2.- Circuito RC paralelo.

a.1.2.- Proceso de carga:

$$-V + \frac{Q}{C} = 0 \;\rightarrow\; V = \frac{Q}{C} \;\rightarrow\; Q(t) = CV$$

a.2.2.- Proceso de descarga. Sacando la fuente:

$$R\,i_c + \frac{Q}{C} = 0 \;\rightarrow\; R\,Q' + \frac{Q}{C} = 0 \;\rightarrow\; Q' + \frac{Q}{RC} = 0 \;\rightarrow\; Q(t) = CVe^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$$

Ahora bien, en caso que:

i) **1.0** La resistencia aumenta al doble: $\tau_{final} = 2\,\tau_{inicial}$

a.1.1.- $Se\ carga\ más\ lento.$
a.1.2.- $Se\ descarga\ más\ lento.$
a.2.1.- $En\ teoría\ es\ equivalente\ ya\ que\ se\ carga\ instantáneamente\ por\ LVK.$
a.2.2.- $Se\ descarga\ más\ lento.$

Lo anterior se debe a que una resistencia más alta provoca que circule menos corriente debido a la oposición del circuito para ello.

ii) **1.0** La capacidad del condensador disminuye a la mitad: $\tau_{final} = {}^{\tau_{inicial}}/_{2}$

a.1.1.- $Se\ carga\ más\ rápido.$
a.1.2.- $Se\ descarga\ más\ rápido.$
a.2.1.- $En\ teoría\ es\ equivalente\ ya\ que\ se\ carga\ instantáneamente\ por\ LVK.$
a.2.2.- $Se\ descarga\ más\ rápido.$

Lo anterior se debe a que una capacidad más baja provoca que la inercia del condensador a retener o absorber carga sea menor.

2 Puntos

b)

Dado que para un circuito en serie la corriente es la misma en cada punto, la resistencia equivalente, R_{eq} ,de una colección de resistencias: $\{R_i\}_{i\in 1,\ldots,N}$ conectadas en dicha configuración es:

$$I = I_1 = \cdots = I_i \underbrace{\rightarrow}_{LVK} V_{fuente} = \sum_{i=1}^{N} V_i \underbrace{=}_{Ley\ de\ Ohm} \sum_{i=1}^{N} R_i I_i = I \sum_{i=1}^{N} R_i = I\,R_{eq} \rightarrow \quad R_{eq} = \sum_{i=1}^{N} R_i$$

0.5

Para la misma configuración, se tiene que la capacitancia equivalente, C_{eq}, de una colección de capacitancias: $\{C_i\}_{i\in 1,\ldots,N}$ está dada por:

$$Q = Q_1 = \cdots = Q_i \underbrace{\rightarrow}_{LVK} V_{fuente} = \sum_{i=1}^{N} V_i \triangleq \sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{C_i} = Q \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i} = \frac{Q}{C_{eq}} \rightarrow \quad \frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$$

0.5

1 Punto

c) Ley de Ohm: $\frac{V}{I} = R$

0.5 Resistencia:

Cumple la Ley de Ohm, debido a dicha característica se dice que es un elemento óhmico.

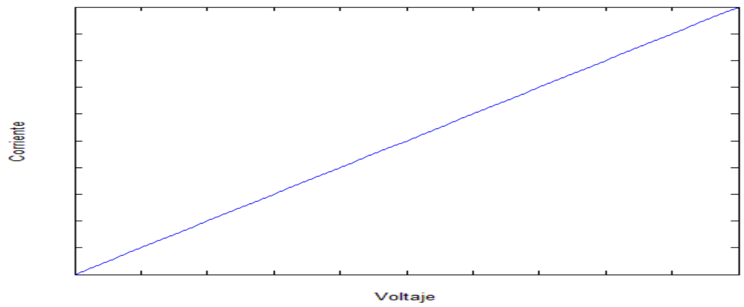

Figura 1.3.- Característica en una resistencia.

1.2 Ampolleta:

No cumple la Ley de Ohm. La diferencia de comportamiento con un elemento óhmico es que a medida que sube el voltaje entre los contactos de la ampolleta ésta empieza a disipar energía en forma de calor lo que explica el hecho que para cada punto de la curva característica se necesite más voltaje para que pase la misma corriente que pasa por la resistencia. Por lo anterior, su forma es similar a la una cuadrática en la figura 1.4.

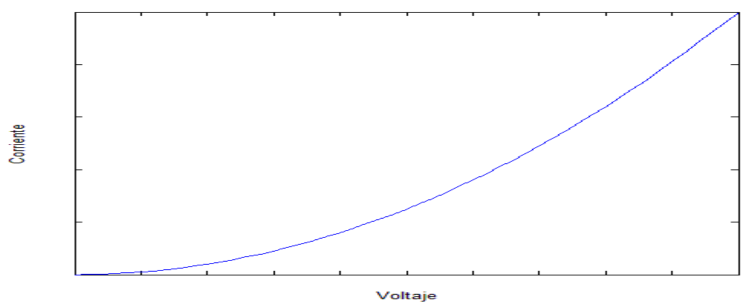

Figura 1.4.- Característica de una ampolleta.

1.3 Diodo:

No cumple la Ley de Ohm. La diferencia de comportamiento con un elemento óhmico es que: Para valores negativos de voltaje el diodo no conduce. Para valores positivos de voltaje el diodo permite el paso de la corriente comportándose como una pequeña resistencia no lineal hasta llegar a su voltaje de activación, luego del cual permite el paso de corriente máxima dentro del circuito.

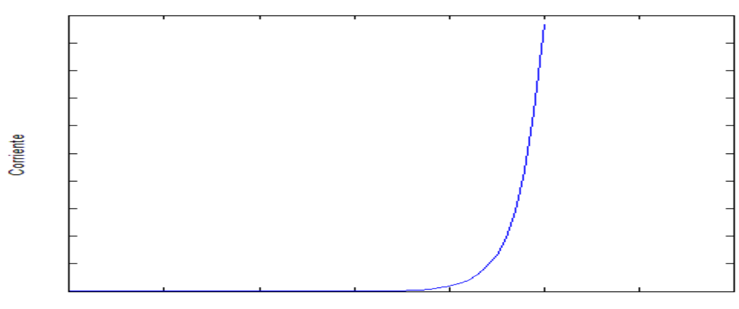

Figura 1.5.- Característica de un diodo.

3 Puntos

II. Tiempo de Decaimiento. **6 Puntos**

a) Considerando el circuito de la figura 2.1, determine la constante de tiempo τ de la carga del condensador C_1 y C_2. Para ello use LVK y LCK.

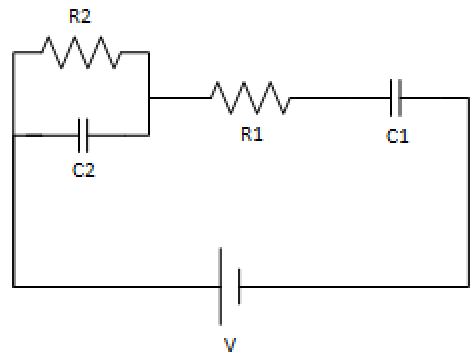

Figura 2.1.-

Por LVK:

$$V_{C1} + V_{R1} + V_{C2} = V \quad (1) \qquad\qquad V_{R2} - V_{C2} = 0 \quad (2)$$

Por LCK:

$$I_{R2} + I_{C2} = I_{R1} = I_{C1} = I \quad (3)$$

0.8

Utilizando las ecuaciones anteriores:

$$\frac{Q_1}{C_1} + R_1 Q_1' + \frac{Q_2}{C_2} = V$$

$$\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{Q_1'}{C_1} + R_1\left(\frac{Q_2'}{R_2C_2} + Q_2''\right) + \frac{Q_2'}{C_2} = 0$$

$$\frac{\left(\frac{Q_2}{R_2C_2} + Q_2'\right)}{C_1} + R_1\left(\frac{Q_2'}{R_2C_2} + Q_2''\right) + \frac{Q_2'}{C_2} = 0$$

$$Q_2'' + Q_2'\left(\frac{R_2C_2 + R_1C_1 + R_2C_1}{R_1R_2C_1C_2}\right) + \frac{Q_2}{R_1R_2C_1C_2} = 0$$

Dados:

$$R_1 = R_2 = 10k\Omega, \;\; C_1 = C_2 = 10\mu F$$

$$Q_2'' + 30\,Q_2' + 100\,Q_2 = 0$$

$$D \;\rightarrow\; D^2 + 30D + 100 = \left(D - \left(5\left(-3 + \sqrt{5}\right)\right)\right)\left(D - \left(5\left(-3 - \sqrt{5}\right)\right)\right)$$

1.2

$$\tau_1 = \frac{1}{5(3-\sqrt{5})} \approx 0.26 \quad , \tau_2 = \frac{1}{5(3+\sqrt{5})} \approx 0.04$$

Dado que $C_2 = C_1$ y $R_2 = R_1$ se cumple que, como C_2 está en paralelo con R_2, la corriente del circuito tenderá a circular inicialmente con mayor afinidad por dicho condensador que por el que se encuentra en serie con R_1. Por lo anterior, la carga de C_2 será más rápida que la de C_1, por lo tanto:

$$C_1 \rightarrow \tau_1 \quad , \quad C_2 \rightarrow \tau_2$$

1.0

3.0 Puntos

b) ¿Cuanto vale la carga de C_1 en el estado estacionario? ¿Cuánto vale la carga de C_2 en el estado estacionario?

En estado estacionario, para $t > 10\tau$, un condensador tiene el máximo voltaje capaz de acumular. En una malla esto se traduce en que el condensador tiene el mismo voltaje que la suma de las fuentes de voltaje independientes y otros elementos presentes provocando que la corriente que circula a través de dicha malla sea cero, esto se conoce como circuito abierto. Analizando la figura 2.1 obtenemos la figura 2.2, haciendo LVK:

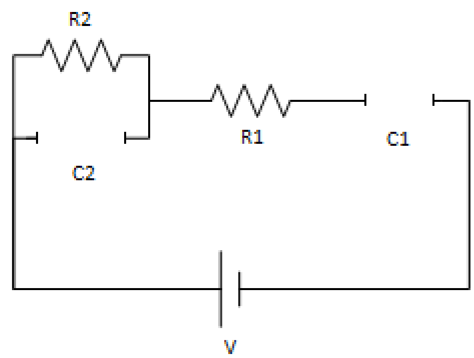

Figura 2.2.- Condensadores en estado estacionario.

0.3

$$V_{R2} - V_{C2} = 0 \underbrace{\rightarrow}_{I_2=0} V_{C2} = 0$$

$$V_{C1} + V_{R1} + V_{C2} = V \underbrace{\rightarrow}_{I_1=0} V_{C1} = V$$

1.5

1.8 Puntos

c) Grafique la potencia disipada por la resistencia R_2 en función del tiempo. ¿Cuál es el tiempo de decaimiento de la potencia disipada por R_2?

El voltaje en R_2 es el mismo que pasa por C_2, por lo tanto, se espera que inicialmente éste suba y luego decrezca hasta llegar a su estado estacionario con $V_{C2} = 0$. Por lo mismo, el tiempo de decaimiento es el mismo que la constante de tiempo de C_2, por lo tanto:

$$\tau_2 \approx 0.04$$

0.6

Dado que $P_{R2} = \frac{V_{R2}^2}{R_2}$ entonces se obtiene la figura 2.3.

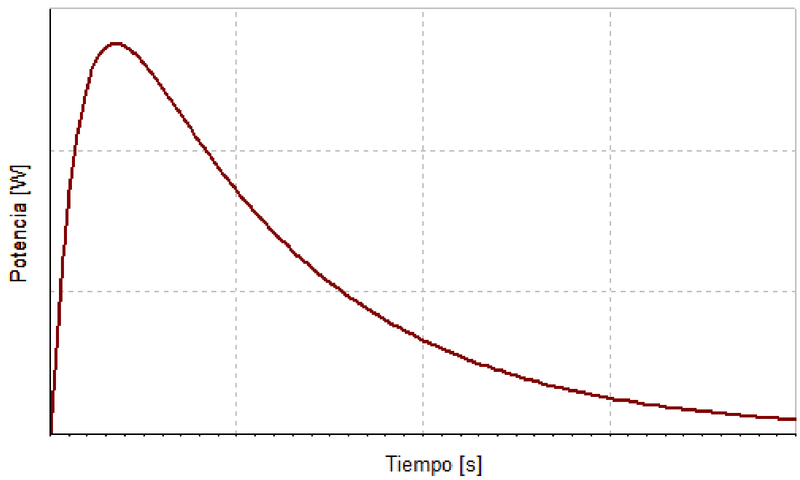

Figura 2.3.- Potencia sobre la resistencia R_2 en el tiempo.

0,6

1.2 Puntos