

# Métodos Experimentales FI2003

Profesor: Rafael Pujada

Departamento de Ciencia de los Materiales (DCM)

Oficina y Laboratorio: 2do piso DCM

[brpujada@ing.uchile.cl](mailto:brpujada@ing.uchile.cl)

Semestre: Primavera 2010

Cátedras: Miércoles 16:15 – 17:45

Laboratorio sección 6: Martes 14:30 – 17:45

Laboratorio sección 5: Viernes 08:30 – 11:45

Control: Jueves 18:00 – 21:00

# Unidad 1: Corriente continua

## Temas a ser estudiados:

1. Carga eléctrica
2. Ley de Coulomb
3. Campo Eléctrico
4. Energía potencial electrostática
5. Potencial Eléctrico
6. Corriente y resistencia eléctrica, y ley de Ohm
7. Asociación de resistencias
8. Reglas de Kirchhoff
9. Laboratorio 1

# Carga eléctrica

## Que sabemos acerca de las cargas eléctricas?

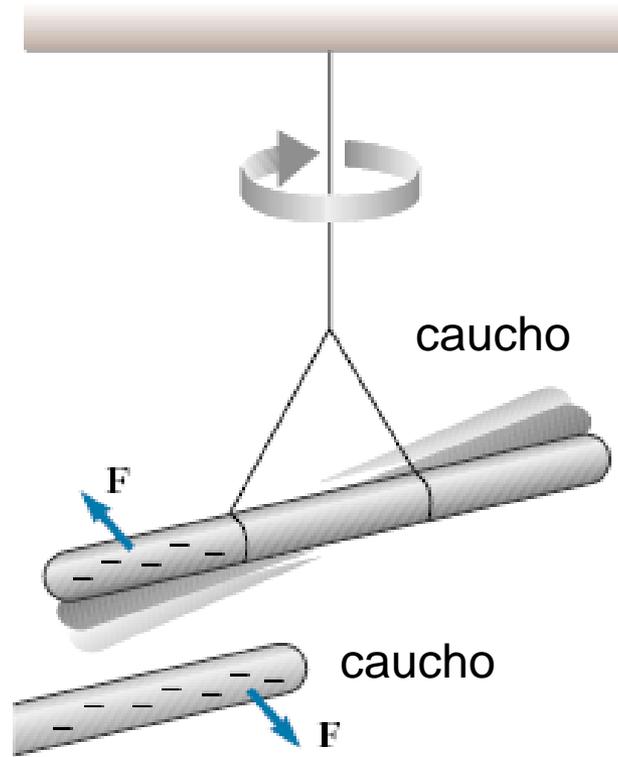
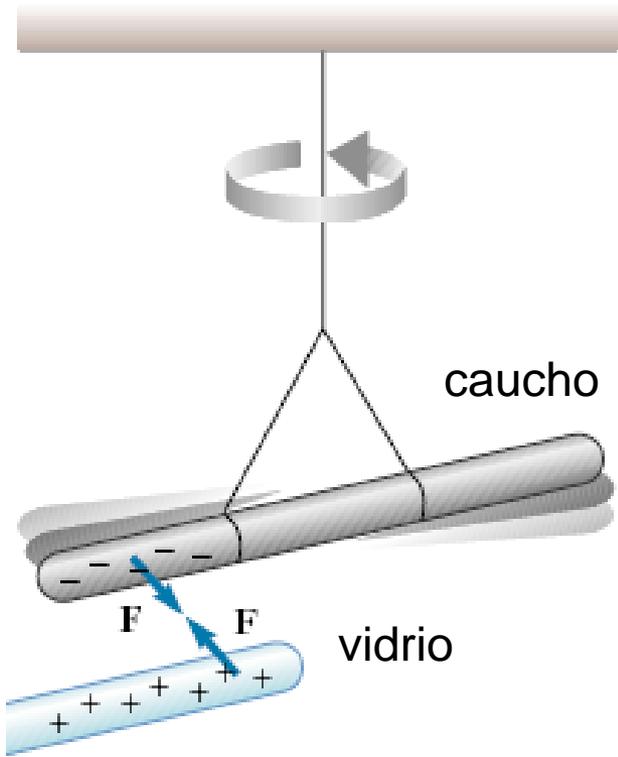
- Existen dos tipos de cargas eléctricas designadas como positivas y negativas. Esta convención fue derivada a partir de los experimentos de Benjamin Franklin en el siglo XVIII.
- Experimentalmente se observó que cargas iguales se repelen y cargas opuestas se atraen.
- La unidad de carga eléctrica es llamada de Coulomb (C).

$$1\text{C} = 6,24 \times 10^{18} e^{-}$$

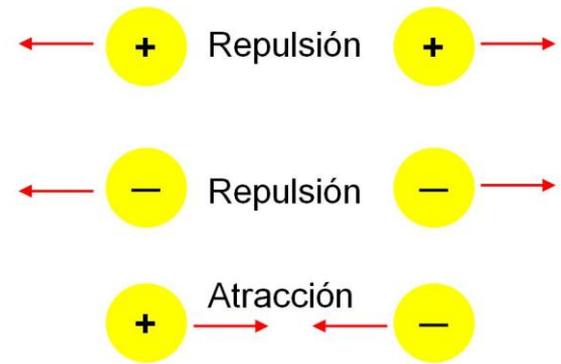
$$1 p^{+} = 1 e^{-} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

- En un sistema cerrado la cantidad total de carga es conservada toda vez que la carga no puede ser creada ni destruida.

# Carga eléctrica

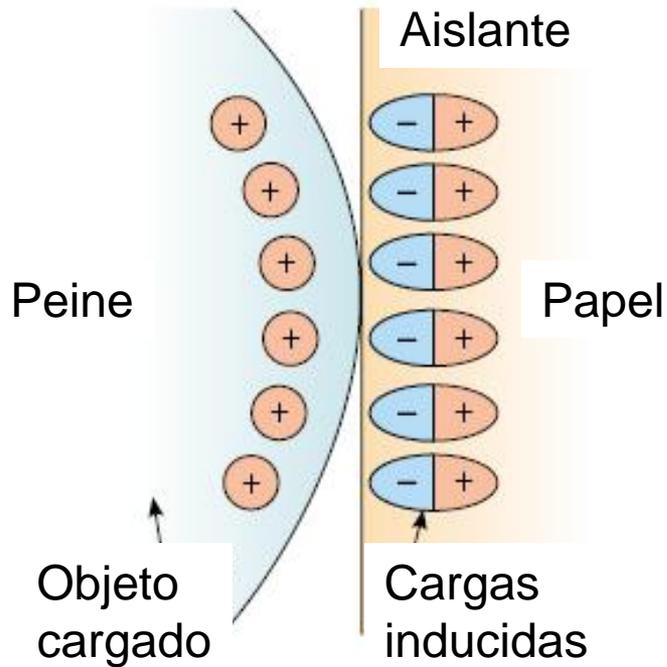


Observación experimental de B. Franklin:



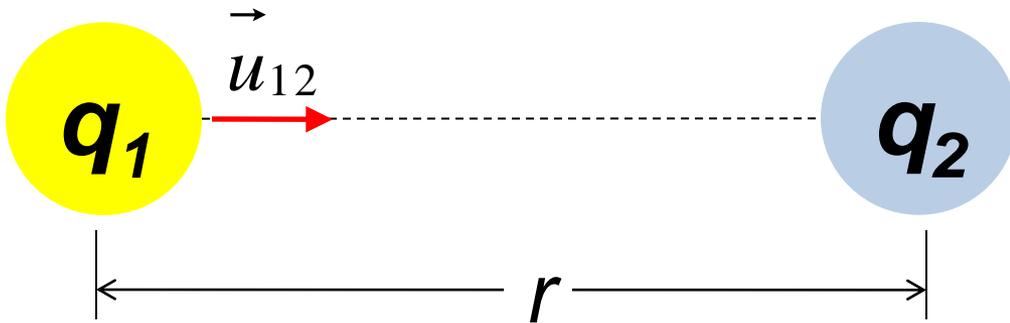
# Carga eléctrica

El proceso de inducción de cargas eléctricas explica fenómenos que son observados cotidianamente.



# Ley de Coulomb

El físico francés Charles Coulomb estableció a partir de sus experimentos que para dos cargas en reposo, existe una fuerza directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.



$$|F| = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

(SI: newton \* metro<sup>2</sup>/coulomb<sup>2</sup>)

$\epsilon_0$  : Permitividad del vacío.

# Ley de Coulomb

Vectorialmente

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{12}$$

Donde  $\mathbf{F}_{12}$  es la fuerza que ejerce  $q_1$  sobre la carga  $q_2$ .

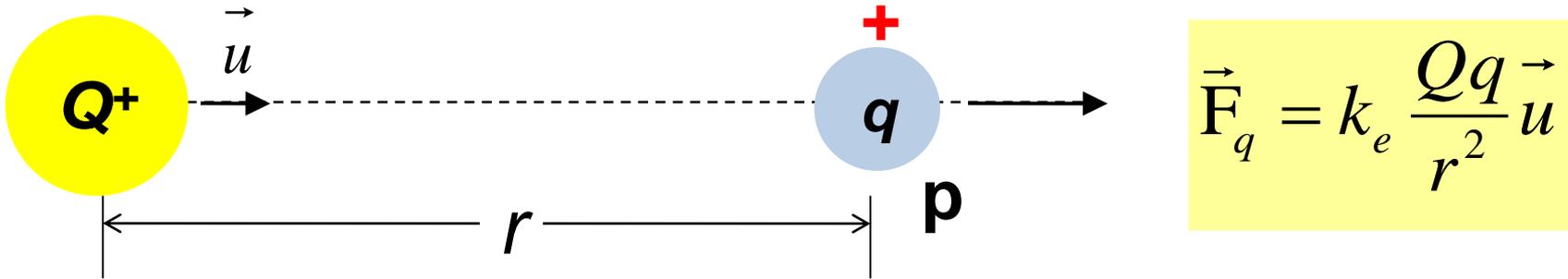
Para un conjunto de  $N$  cargas, la fuerza que actúa sobre la carga  $q_j$  es la resultante de la suma de las fuerzas que cada una de las cargas ejerce de forma individual sobre la carga  $q_j$ .

$$\vec{F}_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \vec{F}_{ij}$$

Principio de superposición!

# Campo eléctrico

Un campo eléctrico existe en la región del espacio alrededor de toda carga eléctrica. Cuando otro objeto cargado entra en la región de este campo, una fuerza eléctrica se ejercerá sobre está.



Definición:

$$\vec{E}_p = \frac{\vec{F}}{q} = k_e \frac{Q}{r^2} \vec{u}$$

( $\vec{E}_p$  es el campo eléctrico en el punto p)

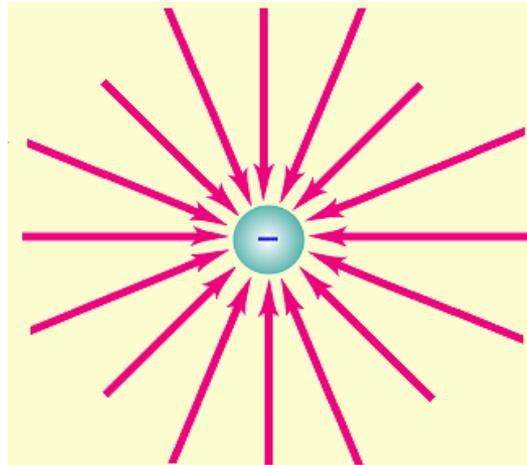
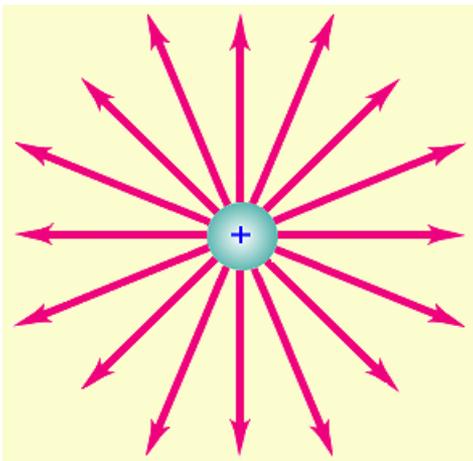
# Campo eléctrico

El campo eléctrico en un determinado punto  $p$  debido a un conjunto de  $N$  cargas, es la resultante de la suma de los campos que cada una de las cargas ejerce de forma individual sobre el punto  $p$ .

$$\vec{E}_p = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$$

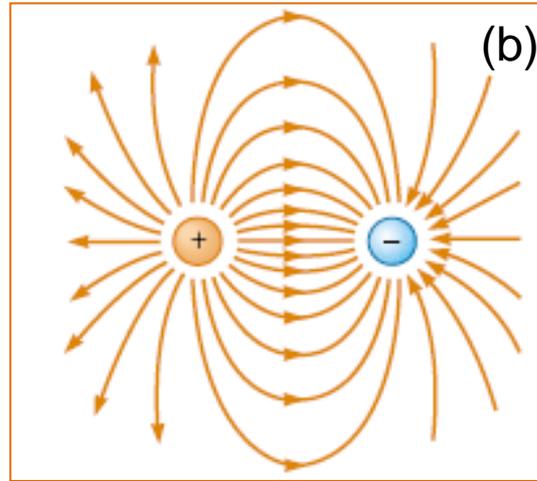
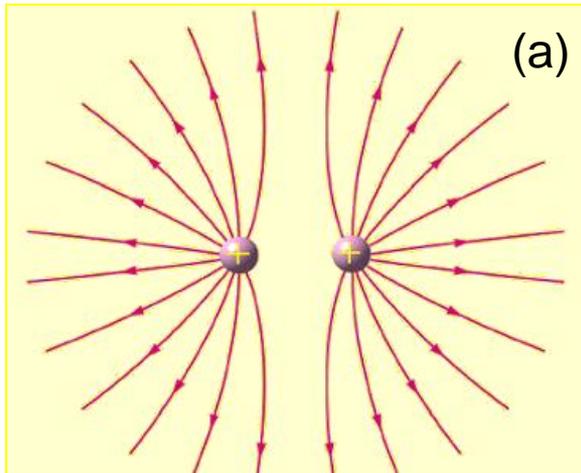
Principio de superposición!

Las líneas de campo eléctrico son una forma grafica de representar  $E$ .

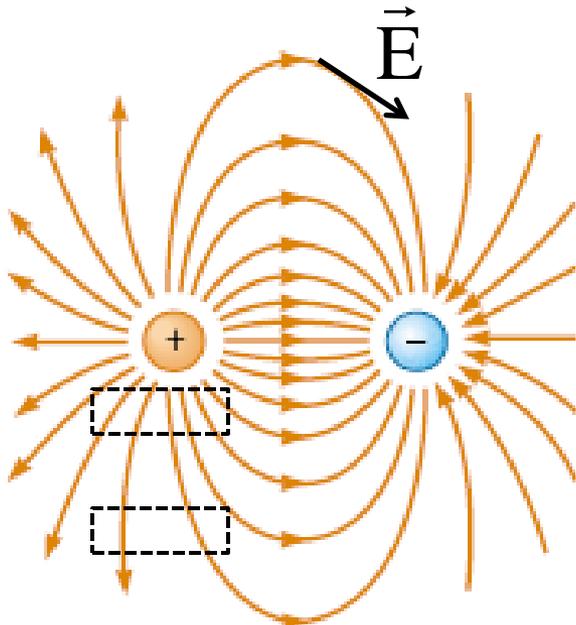


Las líneas de campo eléctrico comienzan en la carga positiva y terminan en la negativa y su número es proporcional a la magnitud de la carga.

# Campo eléctrico



Líneas de campo eléctrico para dos cargas iguales (a) y opuestas (b).



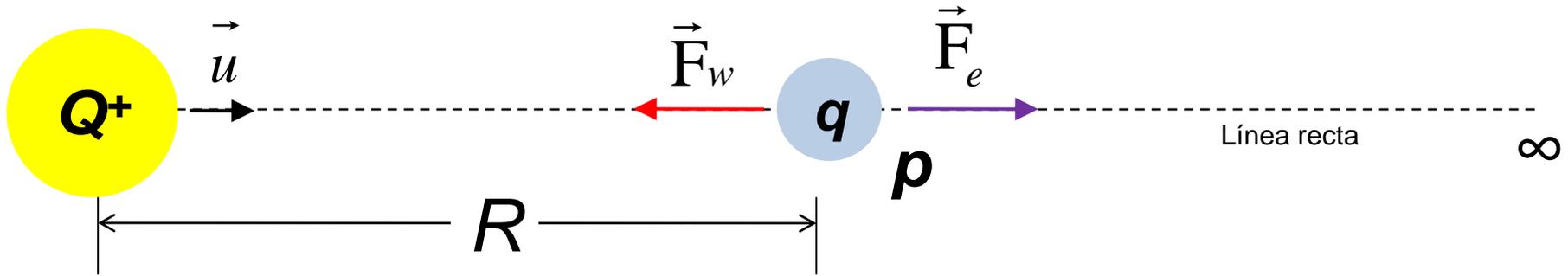
Tanto el campo como la fuerza eléctrica son tangentes a las líneas de campo.

El número de líneas por unidad de área es proporcional al módulo del campo en esa región ( $E \propto 1/r^2$ ).

Las líneas de campo eléctrico nunca se cruzan.

# Energía Potencial Electroestática

La energía potencial electrostática  $U$  es el trabajo realizado para traer una carga  $q$  desde el infinito hasta el punto  $p$ , a una distancia  $R$  de la carga  $Q$ .



Si  $\mathbf{F}_w$  es la fuerza que realiza el trabajo, entonces:

$$U_W = \int_{\infty}^R \mathbf{F}_w \cdot d\mathbf{r} = -\int_{\infty}^R \mathbf{F}_e \cdot d\mathbf{r} = \int_R^{\infty} \mathbf{F}_e \cdot d\mathbf{r}$$

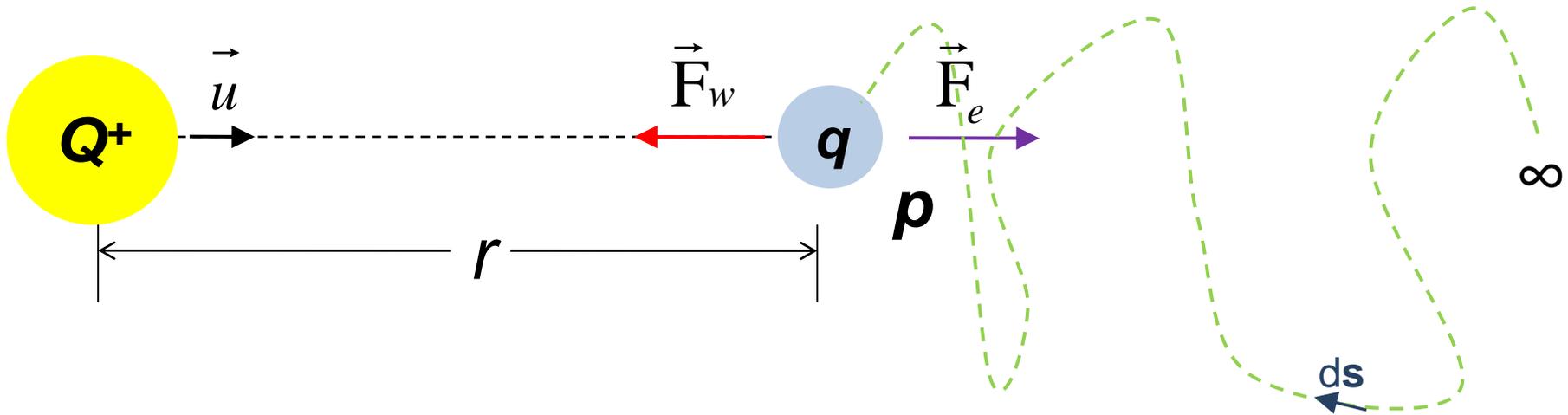
$$U_W = k_e Qq \int_R^{\infty} \frac{1}{r^2} dr$$



$$U_W = k_e \frac{Qq}{R} \quad [J]$$

Si  $Q$  y  $q$  tienen el mismo signo, el trabajo será positivo.

# Energía Potencial Electroestática

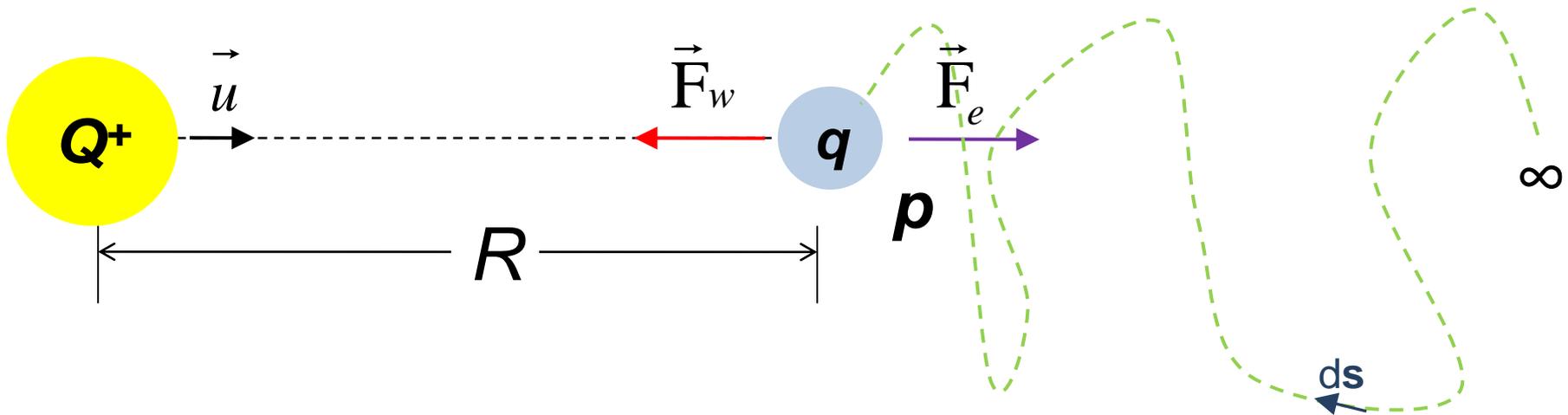


Cualesquiera sea el camino usado para traer la carga  $q$  desde el infinito hasta el punto  $p$ , el trabajo será el mismo: la fuerza eléctrica es conservativa.

La energía potencial electrostática también puede ser expresada de la siguiente forma:

$$U_W = -\int_{\infty}^R \mathbf{F}_e \cdot d\mathbf{s} = -q \int_{\infty}^R \mathbf{E}_e \cdot d\mathbf{s}$$

# Potencial Eléctrico



El potencial eléctrico es el trabajo por unidad de carga para traer  $q$  desde  $\infty$  hasta el punto  $p$ .

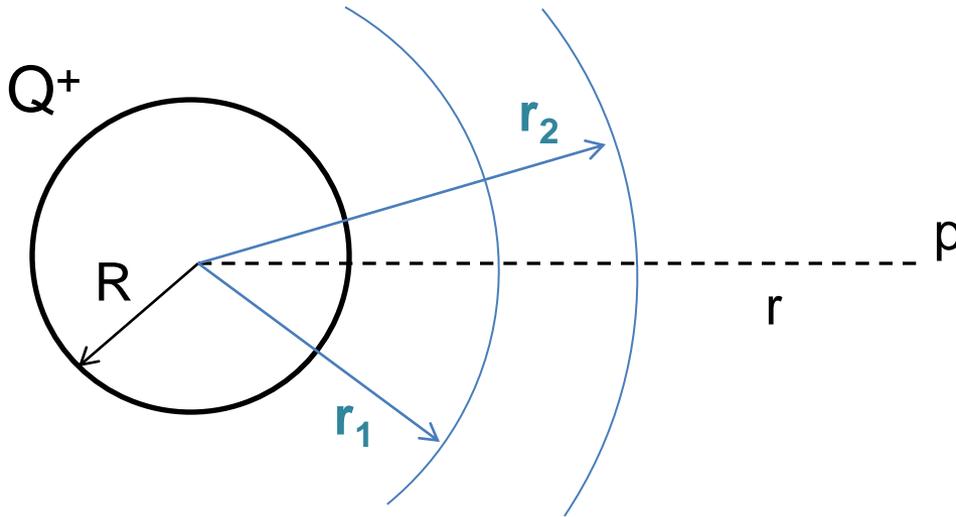
$$V = k_e \frac{Q}{R} \quad [J]/[C] = [V] \text{ Volt}$$

Puesto que  $q$  es positivo, tendremos un potencial positivo (negativo) cerca de una carga positiva (negativa) y cero potencial en el infinito.

El potencial eléctrico también puede expresarse como:

$$V_P = \frac{1}{q} \left[ - \int_{\infty}^R \mathbf{F}_e \cdot d\mathbf{r} \right] = \int_R^{\infty} \frac{\mathbf{F}_e}{q} \cdot d\mathbf{r} = \int_R^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

# Potencial Eléctrico



Para una esfera de radio  $R$ , el potencial en el punto  $p$  a una distancia  $r$  mayor que  $R$ , será:

$$V = k_e \frac{Q}{r}$$

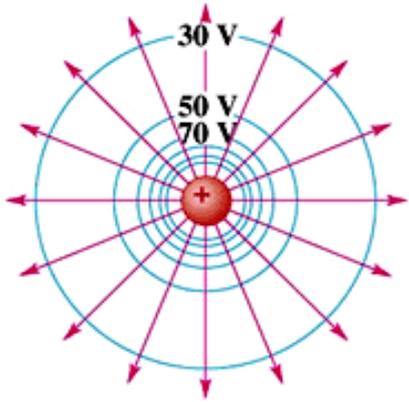
Si  $r < R$ , el potencial es constante (no hay campo eléctrico, por tanto no tenemos que hacer ningún trabajo para mover la carga  $q$  dentro de la esfera). En este caso el potencial es:

$$V = k_e \frac{Q}{R}$$

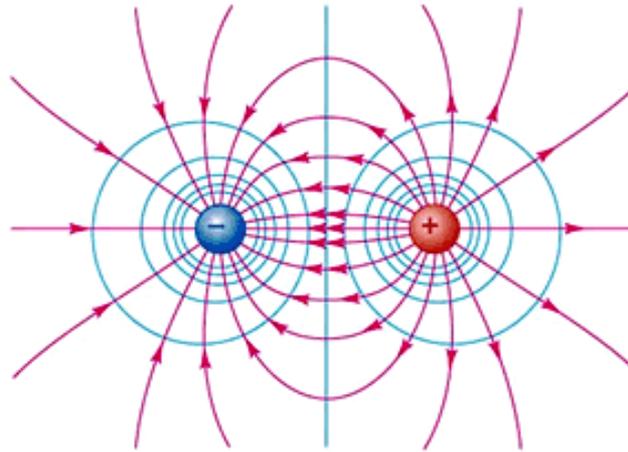
Para un determinado valor de  $r$  ( $r_1$ ,  $r_2$ ) tendremos una superficie con un mismo potencial la cual es llamada de superficie equipotencial en el caso tridimensional y línea equipotencial en el caso bidimensional.

# Potencial Eléctrico

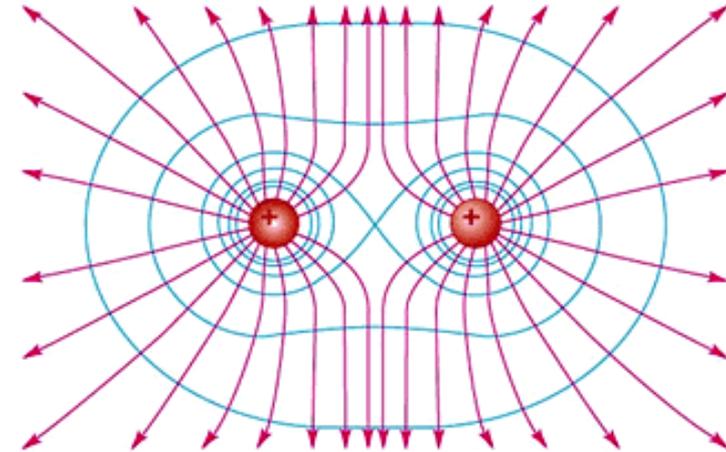
Algunos ejemplos de líneas equipotenciales (en azul)



Carga positiva



Dipolo eléctrico



Dos cargas positivas

El principio de superposición también se aplica a los potenciales:

$$Q_1 \quad \bullet \quad p$$

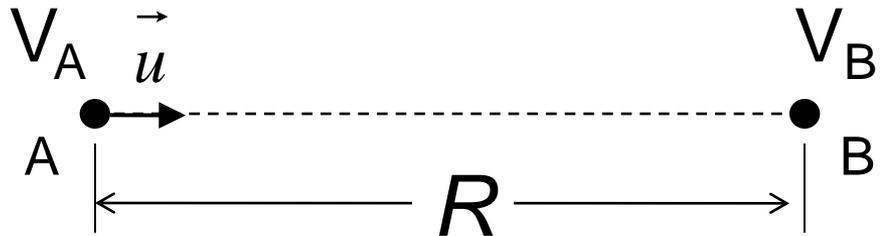
$$V > 0$$


$$Q_2$$
$$V < 0$$

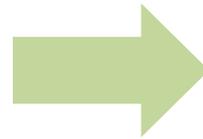
$$V_p = V_{p, Q_1} + V_{p, Q_2}$$

# Potencial Eléctrico

Las cargas positivas van de un potencial eléctrico alto a un potencial eléctrico bajo y cargas negativas de un potencial bajo a un potencial alto.



$$V_A = \int_A^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad V_B = \int_B^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$



$$V_B - V_A = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

Sea  $V_A > V_B$  entonces una carga de prueba  $q^+$  puesta en A ira hasta B. El cambio en energía potencial será:

$$U_A - U_B = q(V_A - V_B)$$

Esta diferencia en energía proporcionara energía cinética a la carga.

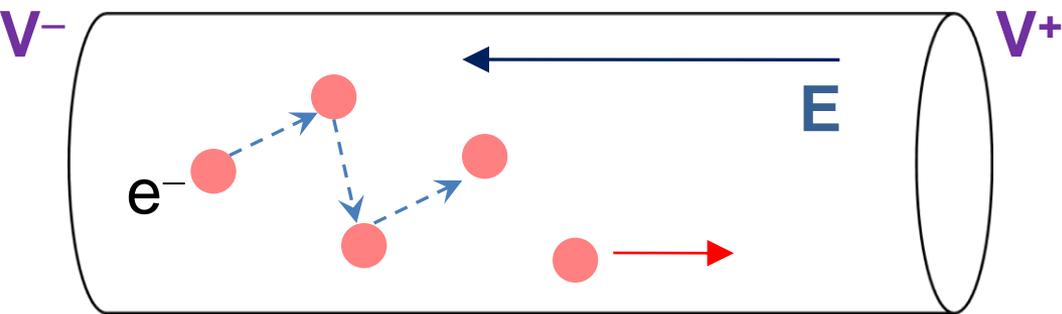
Demuestre que el campo eléctrico puede expresarse como:

Donde  $\nabla$  es la operación gradiente.

$$\vec{\mathbf{E}} = -\nabla V$$

# Corriente y resistencia eléctrica, y ley d Ohm

Por definición:



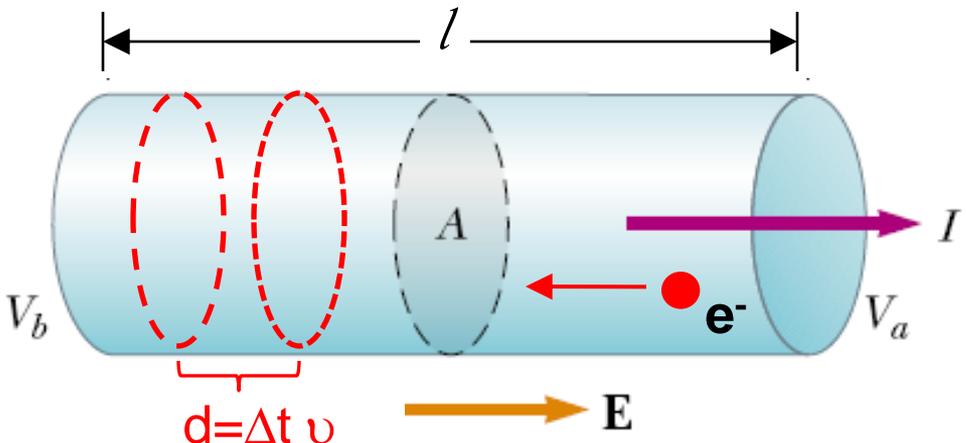
Cuando una corriente fluye por un conductor, son los electrones responsables por esa corriente.

$$F = eE = m_e a \Rightarrow a = \frac{eE}{m_e}$$

Se define la velocidad de arrastre  $v_d$  como:  $v_d = a\tau$  donde  $\tau$  es el tiempo medio entre colisiones.



$$v_d = \frac{eE}{m_e} \tau$$



Cuántos electrones pasan a través de la sección transversal A en una unidad de tiempo  $\Delta t$  sabiendo que la densidad de electrones libres es  $n$ ?

# Corriente y resistencia eléctrica, y ley d Ohm

$$\#e^- = (d * A)n = (v_d \Delta t) A n \longrightarrow \Delta Q = [(v_d A n) \Delta t] e$$

Se define la corriente I como la cantidad de carga (e-) que pasa a través de A en la unidad de tiempo.

$$I = \frac{dQ}{dt} = (v_d A n) e$$

Reemplazando  $v_d$ :

$$\longrightarrow I = \left( \frac{e^2 n \tau}{m_e} \right) A E = \sigma A E \quad [A]$$

Donde  $\sigma$  es la conductividad eléctrica del material.

$$I = \frac{\sigma A V}{l} \Rightarrow V = \left( \frac{l}{\sigma A} \right) I = R I \longrightarrow R = \frac{l}{\sigma A} \quad [\Omega]$$

Resistencia

Se define la resistividad  $\rho$  como:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

$$\longrightarrow R = \frac{l \rho}{A}$$

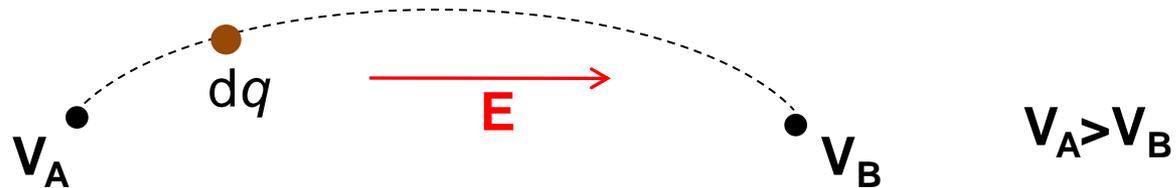
# Corriente y resistencia eléctrica, y ley d Ohm

Además:

$$V = IR$$

Ley de Ohm

Supongamos que:



Si  $dq$  se mueve de A a B, entonces el campo eléctrico realizara un trabajo.

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dq}{dt} (V_A - V_B) \quad : \text{Potencia eléctrica} \quad \left[ \frac{J}{s} \right] \quad : \text{Watts}$$

$$P = IV$$

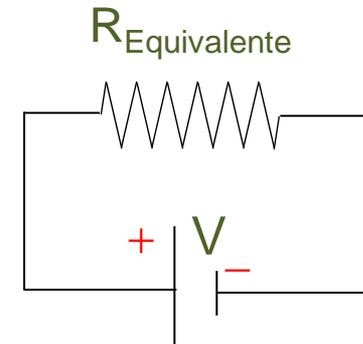
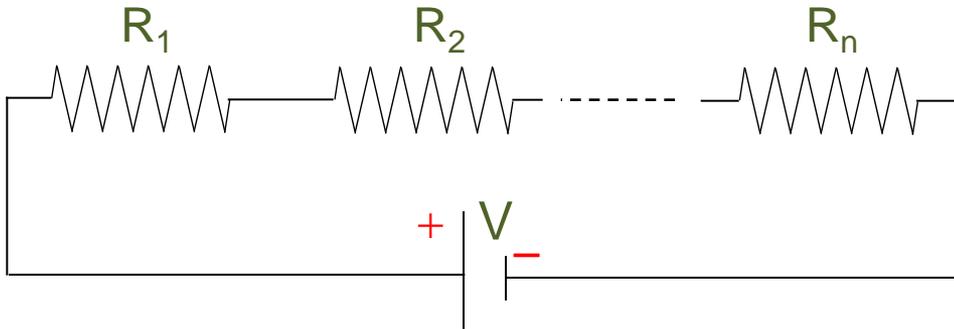


$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

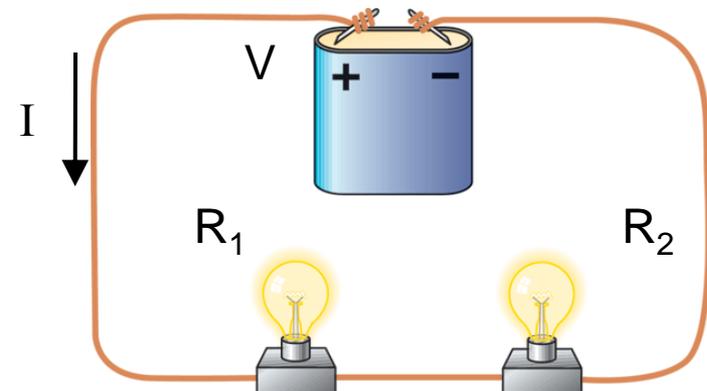
Esta es la potencia disipada debido a la diferencia de potencial.

# Asociación de resistencias

## Resistencias en Serie



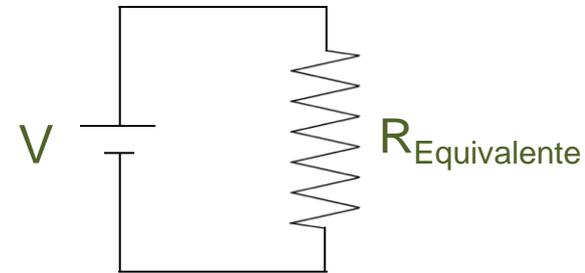
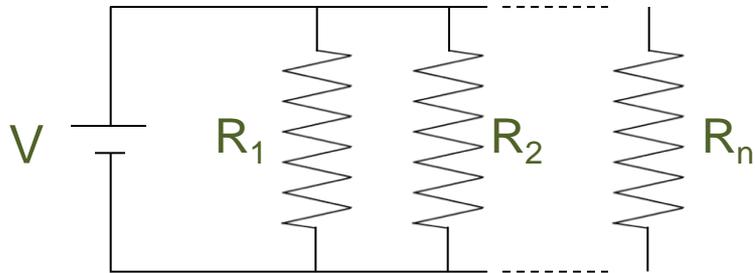
$$R_{\text{Equivalente}} = \sum_{i=1}^n R_i$$



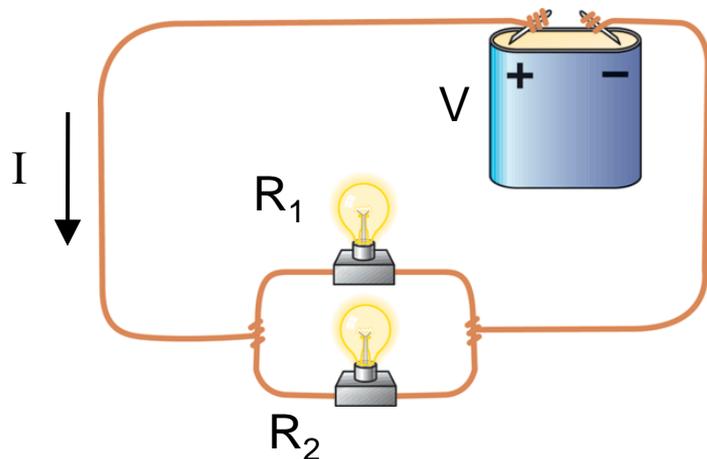
$$V_{\text{Total}} = V_1 + V_2 = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$
$$\Rightarrow \frac{V_T}{I} = R_{\text{Equivalente}} = R_1 + R_2$$

# Asociación de resistencias

## Resistencias en Paralelo



$$\frac{1}{R_{\text{Equivalente}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$



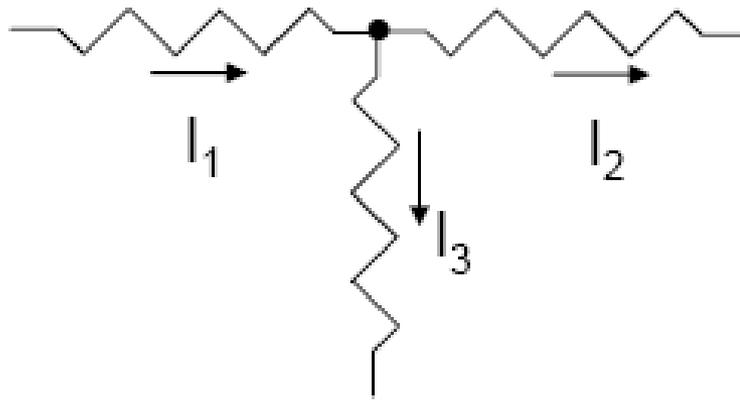
$$I_{\text{Total}} = I_1 + I_2 = \frac{V_T}{R_1} + \frac{V_T}{R_2} = V_T \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{I_T}{V_T} = \frac{1}{R_{\text{Equivalente}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

# Reglas de Kirchhoff

## Primera Regla: Regla de las corrientes (de los nodos):

- La suma de corrientes que llegan a una junción (un nodo) es igual a la suma de corrientes que salen de la junción.



$$I_1 = I_2 + I_3$$

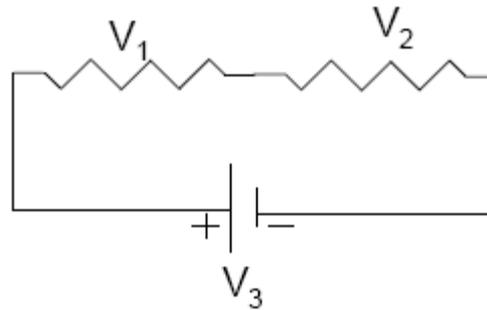
En un nodo

$$\sum_i I_i = 0$$

# Reglas de Kirchhoff

## Segunda Regla: Regla de los voltajes (de las mallas):

- En un circuito cerrado, la suma algébrica de los voltajes a lo largo de una malla cualquiera de un circuito es igual a cero.



- La suma algebraica de las subidas de tensión (voltaje) es igual a la suma de las bajadas de tensión en los elementos pasivos:

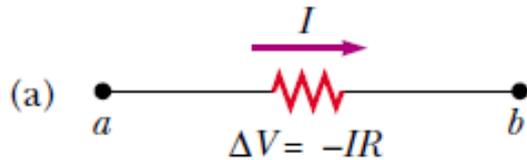
$$V_3 = V_1 + V_2$$

En una malla cerrada

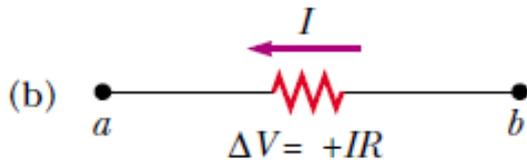
$$\sum_i V_i = 0$$

# Reglas de Kirchhoff

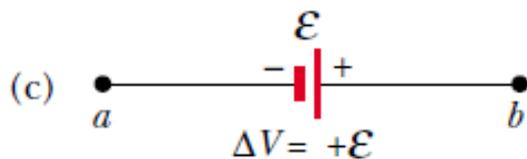
Algunas consideraciones para los cambios de potencial a través de una resistencia y batería cuando se trabaja con las reglas de Kirchhoff. Supongamos que el camino elegido es hacia la derecha  $\rightarrow$  :



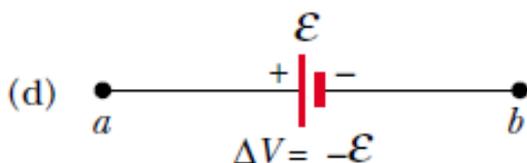
Aquí tenemos una caída de potencial porque la corriente esta en la misma dirección que el flujo.



Aquí tenemos una subida de potencial porque la corriente esta en la dirección opuesta al flujo.

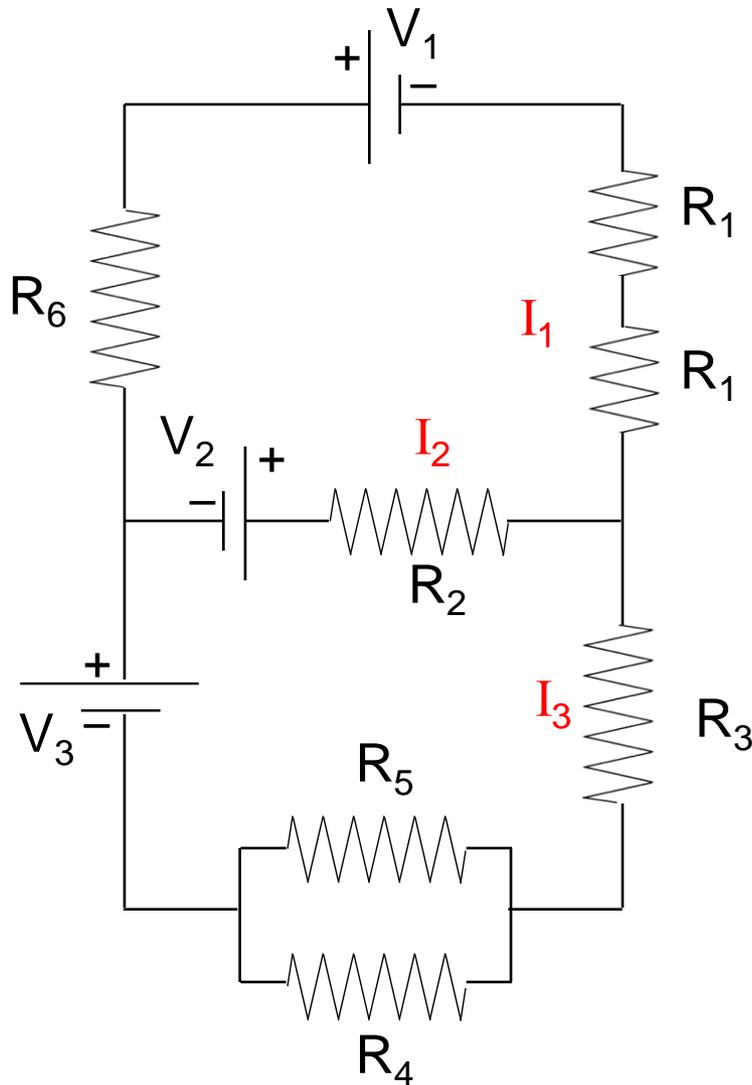


Aquí tenemos una subida de potencial porque la batería esta en la misma dirección que el flujo.



Aquí tenemos una caída de potencial porque la batería esta en la dirección opuesta al flujo.

# Reglas de Kirchhoff



$$V_1 = 2 \text{ V}$$

$$V_2 = 3 \text{ V}$$

$$V_3 = 2 \text{ V}$$

$$R_1 = 0.5 \Omega$$

$$R_2 = 2 \Omega$$

$$R_3 = 3 \Omega$$

$$R_4 = 2 \Omega$$

$$R_5 = 2 \Omega$$

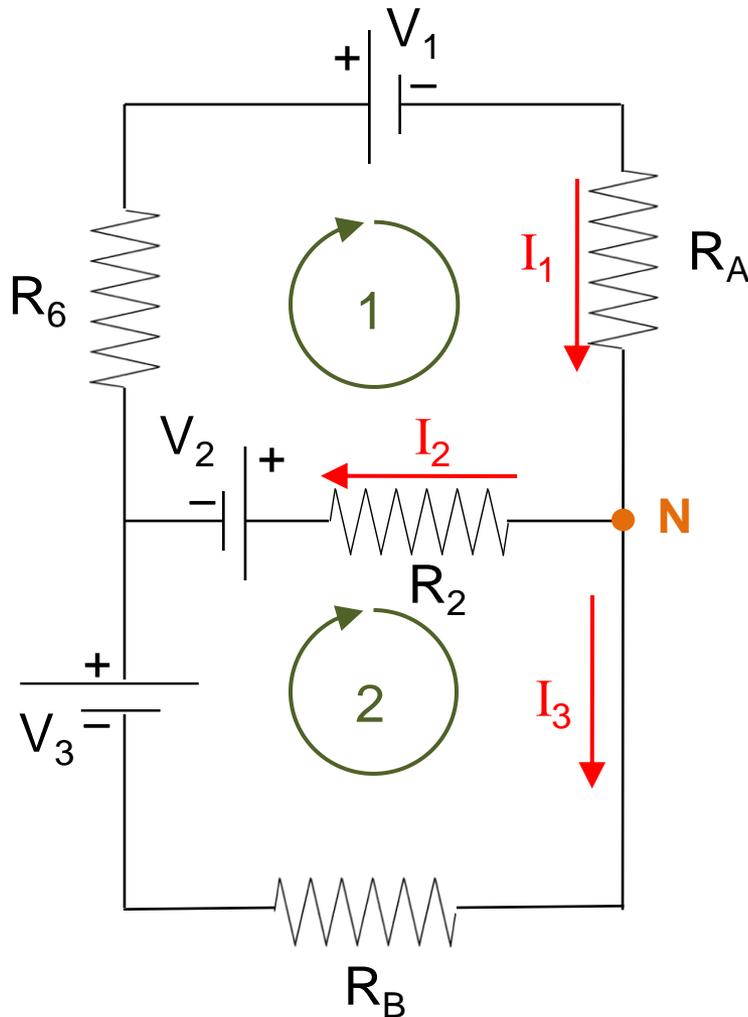
$$R_6 = 1 \Omega$$

$$I_1 = ?$$

$$I_2 = ?$$

$$I_3 = ?$$

# Reglas de Kirchhoff



1. Reducir todas las posibles resistencias conectadas en serie y paralelo por sus resistencias equivalentes.

$$R_A = 2R_1$$

$$R_B = R_3 + R_5 R_4 / (R_5 + R_4)$$

2. Establecer una dirección para las corrientes, elegir las mallas y su sentido.

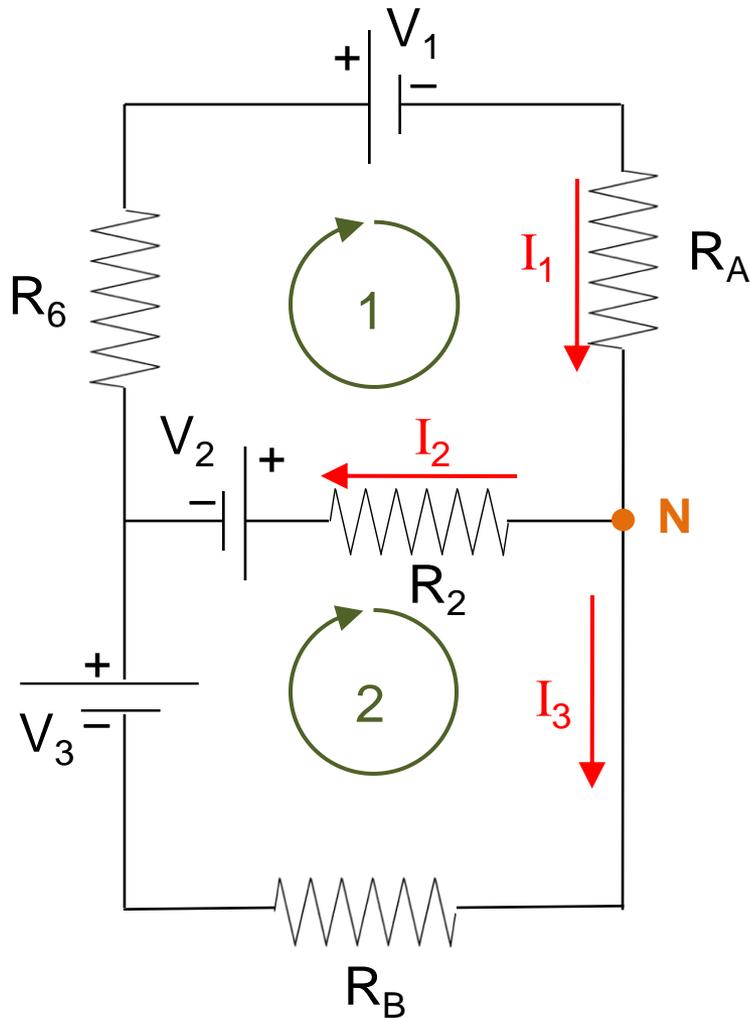
3. Determinar un nodo y aplicar la primera regla de Kirchhoff (en este caso el nodo en el punto N):

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

4. En la malla uno aplicar la segunda regla de Kirchhoff:

$$-V_1 - I_1 R_A - I_2 R_2 - V_2 - (I_2 + I_3) R_6 = 0 \quad (2)$$

# Reglas de Kirchhoff

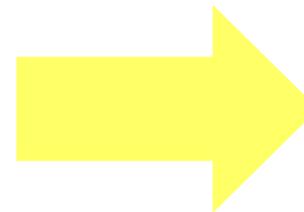


5. En la malla dos aplicar la segunda regla de Kirchhoff:

$$- I_3 R_B + V_3 + V_2 + I_2 R_2 = 0 \quad (3)$$

$$I_1 = \frac{-(V_1 + V_2)(R_2 + R_B) + (V_2 + V_3)R_2}{(R_6 + R_A)(R_2 + R_B) + R_2 R_B}$$

$$I_2 = -\frac{(V_1 + V_2)R_B + (V_2 + V_3)(R_6 + R_A)}{(R_6 + R_A)(R_2 + R_B) + R_2 R_B}$$



$$\begin{aligned} I_1 &= -1 \text{ A} \\ I_2 &= -1,5 \text{ A} \\ I_3 &= 0,5 \text{ A} \end{aligned}$$

# Laboratorio 1

- A. Medidas básicas con un multímetro
  - Resistencia (A1), voltaje, corriente, continuidad (A4)
  
- B. Medida de caída de tensión en una resistencia y en una ampolla
  - Medición de voltaje y corriente simultanea
  - Gráfica VI (B1 y B2)
  
- C. Asociación de resistencias
  - Conexión de resistencias en serie y en paralelo
  - Conexión de ampollas y cálculos de potencia