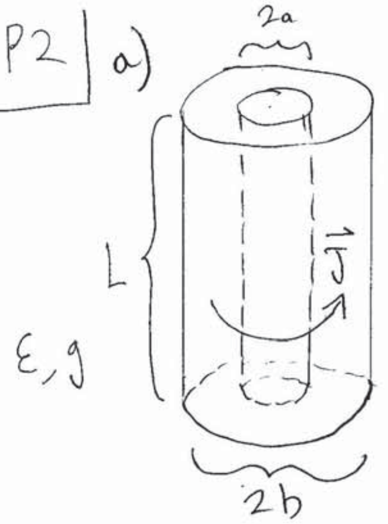
$$\Rightarrow I^2 = \frac{g^2 V_0^2 h^2}{(2\pi - d)^2} \cdot \ln(b/a)^2$$

Luego, como $P = R \cdot I^2 \Rightarrow R = \dfrac{P}{I^2} = \dfrac{\cancel{\dfrac{g h V_0^2 \ln(b/a)}{2\pi - d}}}{\cancel{\dfrac{g^2 h^2 V_0^2 \ln(b/a)^2}{(2\pi - d)^2}}}$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{(2\pi - d)}{g\, h \ln(b/a)}}$$

P2 | a)



FI2002 Aux 8

$\vec{J} = J_0 r \hat{\theta}$, determine:

1) $\vec{E}$ en el cilindro
2) P disipada
3) I que atraviesa un plano de altura unitaria

Sol: 1) Sabemos que $\vec{J} = g \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \dfrac{\vec{J}}{g} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \dfrac{J_0 r \hat{\theta}}{g}}$

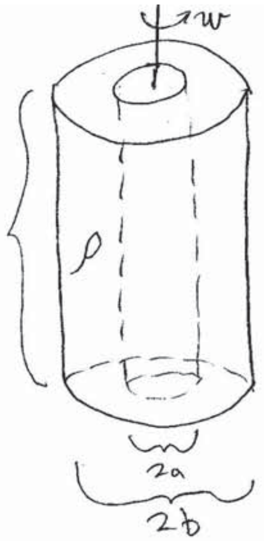
2) Sabemos que $P = \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E}\, dV = \int_0^{2\pi}\int_0^{L}\int_a^{b} \dfrac{J_0^2 r^2}{g}\, r\, dr\, d\theta\, dz = \dfrac{2\pi L J_0^2}{g} \cdot \dfrac{r^4}{4}\Big|_a^b$

$$\Rightarrow \boxed{P = \frac{\pi L J_0^2}{2g}(b^4 - a^4)}$$

3) Podemos calcular la corriente que atraviesa una superficie S como:

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_0^1 \int_a^b J_0 r \cdot dr\, dz = J_0 \cdot \frac{r^2}{2}\Big|_a^b = \boxed{\frac{J_0(b^2 - a^2)}{2} = I}$$

b)



$\rho = \rho_0 \cdot r$, determine:

1) $\vec{E}$ en el cilindro

2) P disipada

3) I que atraviesa un plano unitario, w tq I sea igual a la de la parte a) 3)

Sol: 3) $\vec{J}$ es la densidad de corriente y la corriente corresponde a: $I = \frac{dQ}{dt}$

Sabemos que: $\vec{J} = \frac{dI}{dS} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} \hat{i}$, donde $\hat{i}$ corresponde a la dirección de I

En este caso $\hat{i} = \hat{\theta}$, $dQ = \rho \cdot dV \Rightarrow \vec{J} = \frac{\rho \, dV \hat{\theta}}{dS \cdot dt} = \frac{\rho \cdot \cancel{dS} \cdot dl \hat{\theta}}{\cancel{dS} \cdot dt} = \frac{\rho \cdot dl \hat{\theta}}{dt}$

pero $\frac{dl}{dt} = v = r \cdot w \Rightarrow \vec{J} = \rho \cdot r \cdot w \hat{\theta}$, $\rho = \rho_0 \cdot r \Rightarrow \vec{J} = \rho_0 w r^2 \cdot \hat{\theta}$

$\Rightarrow$ Al igual que en la parte a) $I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_0^1 \int_a^b \rho_0 w r^2 \cdot dr dz$

$\Rightarrow \boxed{I = \frac{\rho_0 w (b^3 - a^3)}{3}}$ Imponemos que sea igual a la de la parte a).

$\frac{\rho_0 w (b^3 - a^3)}{3} = \frac{J_0 (b^2 - a^2)}{2} \Rightarrow \boxed{w = \frac{3 J_0 (b^2 - a^2)}{2 \rho_0 (b^3 - a^3)}}$

1) Aplicando la ley de Gauss: $\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}$, como $\rho(\vec{r}) = \rho_0 r$ podemos suponer que $\vec{D} = D(r) \hat{r}$

$\Rightarrow \oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^L D(r) r dz d\theta = 2\pi L r D(r)$, $Q_{enc} = \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_a^r \rho_0 r^2 dr d\theta dz$

$\Rightarrow Q_{enc} = \left. \frac{2\pi L \rho_0 r^3}{3} \right|_a^r \Rightarrow \cancel{2\pi L} r D(r) = \frac{\cancel{2\pi L} \rho_0 (r^3 - a^3)}{3} \Rightarrow \vec{D}(r) = \frac{\rho_0 (r^3 - a^3)}{3r} \hat{r}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\rho_0 (r^3 - a^3) \hat{r}}{3 \varepsilon_0 r}}$ 2) $P = \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E}$, pero $\vec{J}$ va según $\hat{\theta}$ y $\vec{E}$ según $\hat{r}$

$\Rightarrow \vec{J} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow \boxed{P = 0}$