

FI2002 Electromagnetismo

Pauta Pregunta 2 Control 2, primavera 2010

Autor: Sebastián Fehlandt

1. Pregunta

Considere el sistema de la Figura 1, compuesto de un conductor de sección circular A , largo L y resistencia total R , por el cual circula una corriente I .

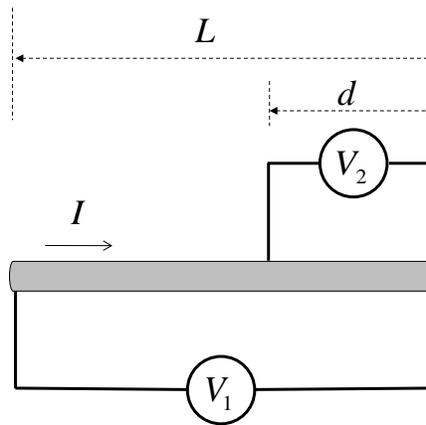


Figura 1

Se han instalado dos voltímetros para medir las diferencias de potencial en el conductor (un voltímetro es un instrumento que mide diferencias de potencial). Si el voltímetro V_1 marca una tensión de 240 V cuando circula la corriente I , se pide:

- Determinar el campo eléctrico y el vector densidad de corriente al interior del conductor
- Determinar el largo " d " a que debe conectarse el voltímetro V_2 para que indique una tensión de 40 V.
- Suponga ahora que se interviene la parte del conductor medida por V_2 (de largo " d ") de modo que su resistividad se aumenta al doble. Suponiendo que se mantiene la corriente I , determine la variación en la medida de voltaje



2. Pauta

a) El valor de la resistencia se relaciona con las medidas de la barra y la resistividad de ésta de la siguiente forma:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

De donde se despeja:

$$\rho = \frac{RA}{L}$$

Luego la conductividad es:

$$g = \frac{L}{RA}$$

Como la corriente circula de manera homogénea, el vector densidad de corriente corresponde a:

$$\vec{J} = \frac{I}{A} \hat{i}$$

Donde \hat{i} corresponde al vector que señala la dirección y sentido de la corriente. Con esto el campo eléctrico corresponde a:

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{g} = \frac{RA}{L} \cdot \frac{I}{A} \hat{i} = \frac{RI}{L} \hat{i}$$

Notar que como la barra es óhmica, cumple la Ley de Ohm:

$$R = \frac{V_1}{I} = \frac{240}{I}$$

Luego los resultados se pueden escribir como:

$$\vec{J} = \frac{I}{A} \hat{i}$$
$$\vec{E} = \frac{RI}{L} \hat{i} = \frac{240}{L} \hat{i}$$

b) Reemplazando el valor de resistencia calculado anteriormente, en base a la corriente y el voltaje en la barra. En la expresión para la resistividad se tiene:

$$\rho = \frac{RA}{L} = \frac{240A}{LI}$$



Luego la resistencia del trozo de longitud "d" corresponde a:

$$R(d) = \frac{\rho d}{A} = \frac{240d}{LI}$$

Como el voltímetro V_2 debe marcar 40 [V], en virtud de la Ley de Ohm, se impone que esta resistencia debe ser igual a:

$$R(d) = \frac{40}{I}$$

Igualando con la expresión anterior se obtiene:

$$d = \frac{L}{6}$$

c) En este caso como la resistividad se aumenta al doble se tiene que la resistencia de este trozo será ahora:

$$R(d) = \frac{2\rho d}{A} = \frac{480d}{LI}$$

Como la barra cumple la Ley de Ohm se tiene que su caída de tensión para la misma corriente I , será:

$$V_2 = R_d \cdot I = \frac{480d}{LI} \cdot I = \frac{480 \left(\frac{L}{6}\right)}{L} = 80[V]$$

Nota: El cambio para la medida de V_1 se puede obtener fácilmente, ya que en el caso inicial el trozo de longitud $L - d$ restante tiene una caída de tensión de

$$V_1 - V_2 = 240 - 40 = 200[V]$$

Como la resistividad de este trozo no varía su resistencia tampoco lo hace, luego se tiene que tendrá la misma caída de tensión que en el caso anterior, ya que ésta solo depende de la corriente (que se mantiene) y la resistencia.

Luego en este caso, el voltímetro V_1 mide:

$$V_1 = 200 + V_2 = 280[V]$$



3. Distribución de Puntaje:

a) 2 pts

- Vector Densidad de Corriente
- Campo eléctrico

1pto

1 pto

b) 2 pts

c) 2 pts