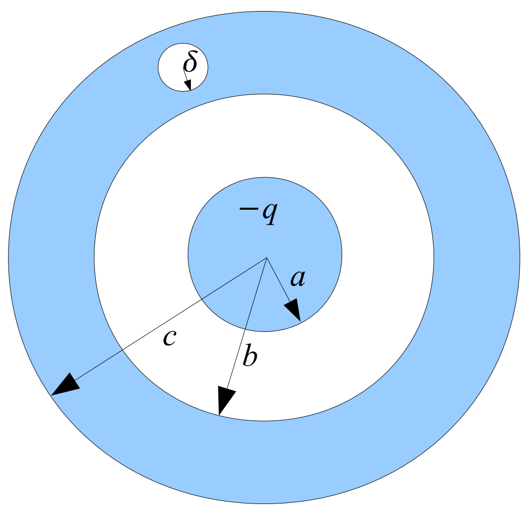
FI 2002-1 Electromagnetismo, Primavera 2010

Pauta Ejercicio 2

En la figura se muestra un conductor descargado, esférico y macizo de radio c, al cual se le ha practicado una oquedad de radio b y otra muy pequeña de radio δ. Dentro de la oquedad se le ha introducido un segundo conductor también esférico y de radio a, el cual se encuentra cargado negativamente con carga total $-q$. Se pide calcular:

a) Densidad superficial de cargas en todas las superficies de los conductores.
b) El campo en todo el espacio.
c)Diferencia de potencia entre conductores considerando referencia en el infinito.
d)¿Cuál de los dos tiene mayor potencial?



Solución

a) En el estado estacionario, las cargas se distribuyen de manera que el campo eléctrico al interior de los conductores sea nulo (0,5 puntos). En el conductor interior, esto significa que su carga de distribuirá uniformemente en su superficie, ya que el campo al interior de un cascarón esférico cargado uniformemente es nulo. Por esta razón $\sigma_a = \frac{-q}{4\pi a^2}$.(0,5 puntos)

El campo electrico al exterior de a es ahora no nulo. La distribución esférica que anula un campo de esta naturaleza es una uniforme con carga total igual a la del cascarón interior, pero de signo opuesto, de tal manera que la carga total encerrada sea nula, $\sigma_b = \frac{q}{4\pi b^2}$.(0,5 puntos)

Que la carga se conserve significa que ahora debemos distribuir una carga $-q$ en las superficies restantes. Una superficie gaussiana esférica en torno a la pequeña oquedad indica que la carga total en su superficie ha de ser nula, puesto que la integral de flujo del campo lo es. Además, esta distribución no debe generar campo al exterior de ella, por lo que debe ser uniforme. $\sigma_\delta = 0$ (0,5 puntos)

Nos queda distribuir una carga total $-q$ en la superficie exterior, cuidando que no genere campo en ninguno de los conductores que contiene. Esto nuevamante se logra con una distribución uniforme, $\sigma_c = \frac{-q}{4\pi c^2}$.(0,5 puntos)

b) $$\vec{E} = \begin{cases} 0 \;, \quad 0 < r < a \\ \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r} \;, \quad a < r < b \;\; (1 \;\; punto) \\ 0 \;, \quad b < r < c \;\; (también \;\; al \;\; interior \;\; de \;\; \delta, \; 0{,}5 \;\; puntos) \\ \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r} \;, \quad c < r \;\; (0{,}5 \;\; puntos) \end{cases}$$

c) En este caso la referencia en el infinito se anulará, al ser una diferencia de potencial. También notar que la diferencia de potencial se puede tomar desde cualquier puntos de los conductores, ya que son equipotenciales. $V_{ab} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 b} - \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 b}$, en caso el signo no se tomó en cuenta, sólo el valor absoluto. (1 punto)

d) La dirección del campo eléctrico es la dirección en la que el potencial disminuye, como éste apunta hacia el centro de la distribución, el conductor exterior es el que tiene mayor potencial. (0,5 puntos)