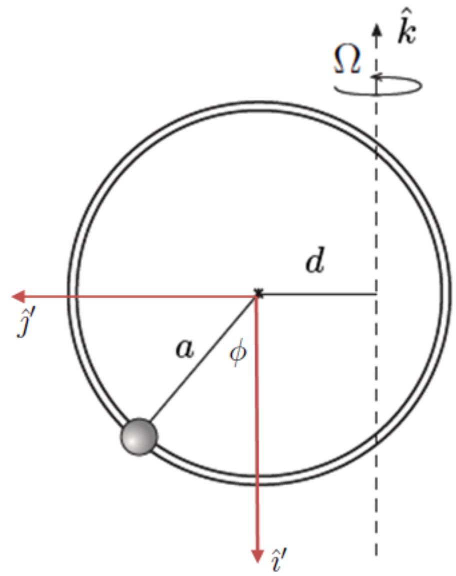
Pauta Ejercicio #5 FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

29/Octubre/2010



Sea $S \sim \{\hat{\rho}, \hat{\theta}, \hat{k}\}$ un S.R.I. ubicado a la altura del centro del aro y $S' \sim \{\hat{r}, \hat{\phi}, \hat{k}'\}$ un S.R.N.I. ubicado en el centro del aro. De aquí se tiene que

$$\vec{\Omega} = \Omega\hat{k} = -\Omega\hat{\imath}' = cte \Rightarrow \dot{\vec{\Omega}} = 0$$

$$\vec{R} = d\hat{\jmath}' \Rightarrow \ddot{\vec{R}} = -d\Omega^2\hat{\jmath}' = -d\Omega^2\cos\phi\hat{\phi} - d\Omega^2\sin\phi\hat{r}$$

Se calculan los términos restantes de la segunda ley de Newton no inercial.
Componente centrífugo

$$\vec{\Omega} \times \vec{r}' = -\Omega a(\hat{\imath}' \times \hat{r}) = -\Omega a \sin\phi\hat{k}'$$

$$\vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}' = -\Omega^2 a \sin\phi(\hat{k} \times \hat{k}') = -\Omega^2 a \sin\phi\hat{\jmath}'$$

$$\boxed{\vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}' = -\Omega^2 a \sin\phi\cos\phi\hat{\phi} - \Omega^2 a \sin^2\phi\hat{r}}$$

Coriolis

$$\vec{\Omega} \times \vec{v}' = -\Omega a\dot{\phi}\cos\phi\hat{k}'$$

El término restante es

$$\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}' = 0$$

Las fuerzas reales que actuan sobre la partícula sólamente es la normal

$$\vec{F} = N_k\hat{k}' + N_r\hat{r}$$

y sabiendo que

$$\vec{a}' = -a\dot{\phi}^2\hat{r} + a\ddot{\phi}\hat{\phi}$$

tomamos la componente $\hat{\phi}$ de la segunda ley de Newton no inercial y se tiene

$$ma\ddot{\phi} = md\Omega^2\cos\phi + ma\Omega^2\sin\phi\cos\phi$$

$$\ddot{\phi} = [\frac{d}{a} + \sin\phi]\Omega^2\cos\phi$$

para los puntos de equilibrio, hacemos $\ddot{\phi} = 0$ y se obtienen

$$\boxed{\phi_{eq} = \frac{\pi}{2},\ \sin\phi_{eq} = -\frac{d}{a}}$$