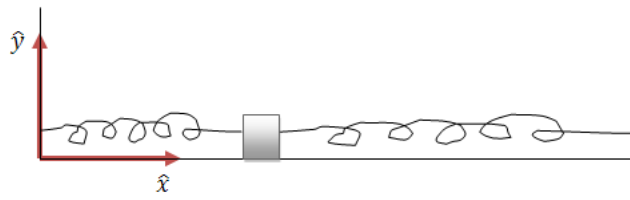


Pauta P2 C2 FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

Auxiliar: Francisco Sepúlveda



a) Se coloca un S.R.I. en la pared A. La energía mecánica del sistema se calcula como

$$E_{mec} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x - l_o)^2 + \frac{1}{2}k((3l_o - x) - 2l_o)^2$$

$$E_{mec} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + k(x - l_o)^2$$

por lo que el potencial efectivo es

$$U_{eff}(x) = k(x - l_o)^2$$

Dado que no hay fuerzas disipativas que trabajen, se tiene que la energía mecánica se conserva y vale

$$E_{mec} = E_{inicial} = \frac{1}{4}kl_o^2$$

Luego, igualamos la energía mecánica con la energía potencial efectiva para encontrar los puntos de retorno

$$E_{mec} = U_{eff}(x)$$

$$x^2 - 2l_o x + \frac{3}{4}l_o^2 = 0$$

de esta ecuación se obtienen los puntos de retorno (puntos extremos)

$$\boxed{x_1 = \frac{l_o}{2}, \quad x_2 = \frac{3l_o}{2}}$$

b) Este problema lo separaremos en dos etapas: una etapa que inicialmente la partícula está a $3l_o/2$ y termina a una distancia δ_1 de la pared A, y otra etapa que inicialmente la partícula parte en δ_1 y termina en δ_2

$$E_{inicial} = \frac{1}{4}kl_o^2$$

$$E_{final} = k(\delta_1 - l_o)^2$$

La única fuerza disipativa que realiza trabajo es el roce

$$W = \int_{3l_o/2}^{\delta_1} (\mu mg \hat{x}) \cdot (dx \hat{x}) = \mu mg(\delta_1 - \frac{3}{2}l_o)$$

usamos el teorema del trabajo y la energía

$$\Delta E = W^f \text{ no conserv.}$$

$$k(\delta_1 - l_o)^2 - \frac{1}{4}kl_o^2 = \mu mg(\delta_1 - \frac{3}{2}l_o)$$

ordenando término a término

$$\delta_1^2 - (2l_o + \mu g \frac{m}{k})\delta_1 + (\frac{3}{4}l_o^2 + \frac{3}{2}\mu g \frac{m}{k}l_o) = 0$$

cuya soluciones son

$$\delta_1 = \frac{(2l_o + \mu g \frac{m}{k}) \pm (l_o - \mu g \frac{m}{k})}{2}$$

notemos que una solución es $\delta_1 = 3l_o/2$ que no sirve, pues eso significaría que la partícula jamás se movió, por lo que la primera detención la hace a una distancia

$$\boxed{\delta_1 = \frac{l_o}{2} + \mu g \frac{m}{k}}$$

Ahora resolvemos la segunda etapa de igual manera

$$E_{inicial} = k(\frac{l_o}{2} + \mu g \frac{m}{k} - l_o)^2 = k(\mu g \frac{m}{k} - \frac{l_o}{2})^2$$

$$E_{final} = k(\delta_2 - l_o)^2$$

$$W = \int_{\delta_1}^{\delta_2} (-\mu mg \hat{x}) \cdot (dx \hat{x}) = -\mu mg(\delta_2 - \frac{l_o}{2} - \mu g \frac{m}{k})$$

usamos teorema del trabajo y la energía

$$k(\delta_2 - l_o)^2 - k(\mu g \frac{m}{k} - \frac{l_o}{2})^2 = -\mu mg(\delta_2 - \frac{l_o}{2} - \mu g \frac{m}{k})$$

ordenando cada término

$$\delta_2^2 + (\mu g \frac{m}{k} - 2l_o)\delta_2 + (\frac{1}{2}\mu g \frac{m}{k}l_o + \frac{3}{4}l_o^2 - 2\mu^2 g^2 \frac{m^2}{k^2}) = 0$$

cuya soluciones son

$$\delta_2 = \frac{2l_o - \mu g \frac{m}{k} \pm (l_o - \mu g \frac{m}{k})}{2}$$

notemos que la solución $\delta_2 = l_o/2$ no sirve, pues eso significaría que la partícula jamás se movió. finalmente

$$\boxed{\delta_2 = \frac{3}{2}l_o - 2\mu g \frac{m}{k}}$$