Pauta Ejercicio #3 FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

1/Octubre/2010

Se hace notar que la Fuerza $\vec{F}_c$ es conservativa. En efecto, dado que $\rho = R = cte$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F}_c = \frac{1}{R} det(\begin{bmatrix} \hat{\rho} & R\hat{\phi} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & R\frac{c}{2} & 0 \end{bmatrix}) = 0$$

pues todos los términos son constantes. Luego, $\vec{F}_c$ es conservativa, cuyo potencial es

$$U = -\int \vec{F}_c \cdot d\vec{r} \qquad /d\vec{r} = Rd\phi\hat{\phi}$$

$$U(\phi) = -\frac{cR}{2}\phi + C$$

Se elige $U(0) = 0$, por lo que $C = 0$.
Ahora, la energía mecánica total es

$$E = K + U_{gravitatorio} + U_{F_c}$$

Para la gravedad, se elige potencial nulo a la altura del eje de la "media tubería". Inicialmente

$$E_i = \frac{1}{2}mv_o^2 + \frac{cR\pi}{4}$$

La energía final se calcula en $\phi = \pi/2$ cuando la partícula se ha detenido

$$E_f = -\frac{cR\pi}{4}$$

el cambio de energía mecánica es

$$\Delta E = -\frac{cR\pi}{2} - \frac{1}{2}mv_o^2$$

De las fuerzas no conservativas, sólo la fuerza de roce genera trabajo, cuyo valor es

$$W^{roce} = \int (-\mu N\hat{\phi}) \cdot (Rd\phi\hat{\phi}) = -\mu R \int_{-\pi/2}^{\pi/2} N d\phi$$

se aplica balance de energía

$$\Delta E = W^{roce}$$

$$-\frac{cR\pi}{2} - \frac{1}{2}mv_o^2 = -\mu R \int_{-\pi/2}^{\pi/2} N d\phi$$

Finalmente

$$\boxed{\mu = \frac{mv_o^2 + cR\pi}{2R\int_{-\pi/2}^{\pi/2} N d\phi}}$$