Pauta P1 C1 FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

Auxiliar: Francisco Sepúlveda

a) Usando el teorema del coseno se tiene

$$(2L-r)^2 = r^2 + L^2 - 2rL\cos\theta$$

$$4L^2 + r^2 - 4rL = r^2 + L^2 - 2rL\cos\theta$$

$$3L^2 = 2rL(2-\cos\theta)$$

entonces

$$\boxed{r(\theta) = \frac{3L/2}{2-\cos\theta}}$$

b) Se deriva con respecto al tiempo la expresión anterior

$$\dot{r} = -\frac{3L/2}{(2-\cos\theta)^2}(\sin\theta)\dot{\theta}$$

Esta es la ecuación (1).
Se sabe además que la velocidad es constante e igual a v_o, entonces

$$v_o^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}^2 = \frac{v_o^2 - \dot{r}^2}{r^2}$$

Esta es la ecuación (2).
Se evalua la ecuación (1) en 60º

$$\dot{r}(\pi/3) = -\frac{L}{3/2}\frac{\sqrt{3}}{2}\dot{\theta}(\pi/3) = -\frac{\sqrt{3}}{3}L\dot{\theta}(\pi/3)$$

Se evalua la ecuación (2) en 60º, usando el resultado anterior y lo encontado en la parte a)

$$\dot{\theta}^2(\pi/3) = \frac{v_o^2 - (L^2/3)\dot{\theta}^2(\pi/3)}{L^2}$$

entonces

$$\boxed{\dot{\theta}(\pi/3) = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{v_o}{L}}$$

y

$$\boxed{\dot{r}(\pi/3) = -\frac{v_o}{2}}$$

Se usa el mismo procedimiento para 90º

$$\dot{r}(\pi/2) = -\frac{3}{8} L\dot{\theta}(\pi/2)$$

$$\dot{\theta}^2(\pi/2) = \frac{v_o^2 - (9L^2/64)\dot{\theta}^2(\pi/2)}{4(9L^2/64)}$$

entonces

$$\boxed{\dot{\theta}(\pi/2) = \frac{8}{3\sqrt{5}}\frac{v_o}{L}}$$

y

$$\boxed{\dot{r}(\pi/2) = -\frac{1}{\sqrt{5}} v_o}$$