

Pauta Ejercicio #1 FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

27/Septiembre/2010

a) Para el largo de curvatura se tiene

$$L = \int ||\vec{v}|| dt = \frac{v_o}{H} \int z dt$$

por geometría se tiene (teniendo en cuenta que $\rho = R = cte \Rightarrow \dot{\rho} = \ddot{\rho} = 0$)

$$\vec{v} = v_o \frac{z}{H} (\cos \delta \hat{\theta} - \sin \delta \hat{z}) = R \dot{\theta} \hat{\theta} + \dot{z} \hat{z}$$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dt} = -v_o \frac{z}{H} \sin \delta \Rightarrow z dt = -\frac{H}{v_o \sin \delta} dz$$

Luego

$$L = \frac{v_o}{H} \int_H^0 -\frac{H}{v_o \sin \delta} dz = \frac{H}{\sin \delta}$$

Por lo tanto

$$L = \frac{H}{\sin \delta}$$

b) Si escribimos $\vec{v} = v \hat{t}$ y $\vec{a} = a_t \hat{t} + a_n \hat{n}$ se tiene

$$\vec{a} \times \vec{v} = (v \hat{t}) \times (a_t \hat{t} + a_n \hat{n}) = v a_n (\hat{t} \times \hat{n}) = a_n v \hat{B}$$

$$\Rightarrow ||\vec{a} \times \vec{v}|| = a_n v$$

se calcula la aceleración

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = v_o \frac{\dot{z}}{H} \hat{t} - v_o \frac{z}{H} \dot{\theta} \cos \delta \hat{\rho} \Rightarrow a_n = v_o \frac{z}{H} \dot{\theta} \cos \delta$$

de la componente $\hat{\theta}$ de la velocidad

$$R \dot{\theta} = v_o \frac{z}{H} \cos \delta \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{v_o}{R} \frac{z}{H} \cos \delta$$

por lo que

$$a_n = v_o \frac{z}{H} \left(\frac{v_o}{R} \frac{z}{H} \cos \delta \right) \cos \delta = \frac{v_o^2 z^2 \cos^2 \delta}{H^2 R}$$

luego

$$\Rightarrow ||\vec{a} \times \vec{v}|| = \frac{v_o^3 z^3 \cos^2 \delta}{H^3 R}$$

Finalmente

$$\rho_c = \frac{\frac{v_o^3 z^3}{H^3}}{\frac{v_o^3 z^3 \cos^2 \delta}{H^3 R}}$$

$$\boxed{\rho_c = \frac{R}{\cos^2 \delta}}$$