Clase Auxiliar FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

Auxiliar: Francisco Sepúlveda

8/Octubre/2010

P2.

La nave espacial viene en trayectoria parabólica, lo que implica que $e = 1$. Con esto

$$e^2 = 1 + \frac{2E\ell^2}{(GM)^2 m^3} \Rightarrow E = 0$$

Es decir, para problemas de gravitación, tenemos que la energía mecánica es nula si la partícula viene en trayectoria parabólica.

La energía mecánica se calcula

$$E = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GMm}{r_A} = 0$$

despejando la rapidez se tiene

$$\boxed{v_A^2 = \frac{2GM}{r_A}}$$

b) Inmediatamente después del frenado, se tiene que actúa sólo una fuerza radial (la fuerza gravitacional) y además conservativa, por lo que tenemos conservación de la Energía y conservación del momento angular (todo esto después de frenar pues el freno, dado que es tangencial, ejerce un torque)

Igualemos Energías en el punto A y en el punto B (que es donde amartiza). Llamemos v'_A a la rapidez de la nave inmediatamente después de haber frenado

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}m(v'_A)^2 - \frac{GMm}{r_A} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{GMm}{r_M}$$

Iguando momentos angulares en A y en B

$$\ell_A = \ell_B \Rightarrow mr_A v'_A = mr_M v_B$$

Con estas dos ecuaciones podemos encontrar nuestras dos incógnitas del problema, v'_A y v_B . Resolviendo el sistema encontramos

$$(v'_A)^2 = 2 \frac{r_M}{r_A} \frac{GM}{r_M + r_A}$$

Finalmente, el cambio de energía debido al freno es

$$\Delta E = E_{\text{eclipse}} - E_{\text{parabola}} = E_{\text{eclipse}} = \frac{1}{2}m \left(2 \frac{r_M}{r_A} \frac{GM}{r_M + r_A} \right) - \frac{GMm}{r_A}$$

$$\boxed{\Delta E = -\frac{GMm}{r_A + r_M}}$$

c) Tenemos de la conservación del momento angular

$$v_B = \frac{r_A}{r_M} \sqrt{2 \frac{r_M}{r_A} \frac{GM}{r_M + r_A}}$$

finalmente

$$v_B = \sqrt{\frac{2GM}{r_M + r_A} \frac{r_A}{r_M}}$$