

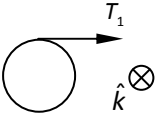
Auxiliar 4C

Prof. Diego Mardones

Aux: Pablo Barrios, Priscilla Nowajewsky, Ulises Soto

- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta en un sistema de referencia inercial?
 - Cualquier objeto en equilibrio está en reposo.
 Sol: FALSO. Un objeto puede estar en equilibrio y en movimiento uniforme con velocidad constante.
 - Un objeto puede estar en equilibrio y no en reposo.
 Sol: VERDADERO. Idem.
 - Un objeto en reposo debe estar en equilibrio.
 Sol: FALSO. Un objeto puede estar en reposo instantáneo dentro de un movimiento acelerado. (por ejemplo justo en un cambio de dirección).
- Dos ruedas con ejes fijos tienen masa $m=1$ [kg] cada una. La primera tiene un radio $R_1=1$ [m] y sobre una tangente se aplica una fuerza $F_1=1$ [N]. La segunda rueda tiene radio $R_2=2$ [m] ¿Qué fuerza debemos aplicar tangente a la segunda rueda para que tenga la misma aceleración angular que la primera rueda?

Solución:

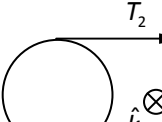


$$\sum \tau : \hat{k} \quad \tau_{T_1} = I_1 \alpha_1$$

$$\vec{\tau}_{T_1} = \vec{r}_{T_1} \times \vec{T}_1 = T_1 R_1 \hat{k}$$

$$I_1 \alpha_1 = R_1 T_1$$

$$\alpha_1 = \frac{R_1 T_1}{I_1}$$



$$\sum \tau : \hat{k} \quad \tau_{T_2} = I_2 \alpha_2$$

$$\vec{\tau}_{T_2} = \vec{r}_{T_2} \times \vec{T}_2 = T_2 R_2 \hat{k}$$

$$I_2 \alpha_2 = R_2 T_2$$

$$\alpha_2 = \frac{R_2 T_2}{I_2}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \frac{R_1 T_1}{I_1} = \frac{R_2 T_2}{I_2} \Rightarrow \frac{R_1 I_2}{R_2 I_1} T_1 = T_2$$

Luego sea anillo o disco:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{mR^2}{2} \\ I = mR^2 \end{array} \right\} \frac{I_2}{I_1} = 4 \quad \text{y} \quad R_2 = 2R_1 = 2R$$

Finalmente:

$$T_2 = 2T_1 = 2[N]$$

3. Un marco cuadrado de masa M está formado por cuatro barras idénticas de longitud b . El marco lleva centrada una ranura circular de radio $r < b/2$ compuesta de un material rígido y extremadamente liviano. El marco puede girar libremente (sin fricción) en torno a un eje horizontal que pasa por su centro. Una masa m cuelga del un hilo ideal enrollado en la ranura.

- a. Determine el momento de inercia del marco con respecto a su centro
Sol:

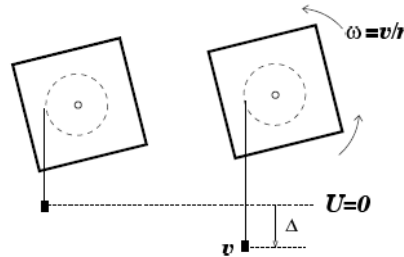
Se trata de cuatro barras, cada una con masa $M/4$ y longitud b . El momento de inercia se necesita con respecto a un eje por el centro del marco. Se utiliza Steiner considerando que cada barra dista $b/2$ del eje central. Además el momento de inercia de una barra de masa m y longitud L con respecto a un eje por su centro de masa es $mL^2/12$.

Entonces:

$$I_o = 4 \left(\frac{1}{12} \left[\frac{M}{4} \right] b^2 + \frac{M}{4} \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right) = 4 \left(\frac{1}{48} + \frac{1}{16} \right) Mb^2 = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4} \right) Mb^2 = \frac{Mb^2}{3}$$

- b. A partir de la conservación de energía y recordando que $v = \omega r$ determina la rapidez de m luego que ésta ha bajado una distancia Δ partiendo desde el reposo

Sol:



Considerando que las fuerzas externas no trabajan (no hay disipación de energía), se tiene:

$$E_f = E_i$$

Para la energía general se tiene:

$$E = K(\text{marco}) + K(\text{carga}) + U_g(\text{marco}) + U_g(\text{carga})$$

Luego

$$E_i = 0 + 0 + U_g(\text{marco}) + 0$$

$$E_f = \frac{1}{2} I_o \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2 + U_g(\text{marco}) - mg \Delta$$

Igualando e imponiendo $v = \omega r$ se obtiene:

$$0 = \frac{1}{2} I_o \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2 - mg \Delta \Rightarrow v^2 = \frac{2mg\Delta}{\frac{I_o}{r^2} + m}$$

Luego de (a) tenemos que $I_o = \frac{Mb^2}{3}$

Entonces

$$v^2 = \frac{2mg\Delta}{Mb^2/3r^2 + m} = \frac{2g\Delta}{Mb^2/3mr^2 + 1}$$

- c. Interprete el resultado para $M \ll m$

Sol:

En el límite $M \ll m$, o bien $\frac{M}{m} \rightarrow 0 \Rightarrow v^2 \rightarrow 2g\Delta$

Que corresponde a caída libre. Esto es de esperar pues en tal caso el marco, de masa casi nula, no ofrece resistencia a la caída de la carga