

Auxiliar 2

Prof. Diego Mardones

Aux: Pablo Barrios, Priscilla Nowajewsky, Ulises Soto

Problema 1

Este ejercicio consta de tres partes.

P1. Un péndulo simple se usa para medir la aceleración de gravedad, usando $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. El período medido es $T = 1,51 \pm 0,03$ s y la longitud, $L = 56,7 \pm 0,2$ cm. ¿Cuál es el valor resultante de g , su error absoluto y relativo?

Sol:

Se tiene que $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ con $T = 1,51 \pm 0,03$ s y $L = 56,7 \pm 0,2$ cm

Se desea encontrar $g = \langle g \rangle \pm \Delta g$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

Se realiza los cálculos:

- Función $f(x) = x^2$

$$\Rightarrow f(T) = f(\langle T \rangle \pm \Delta T) = f(\langle T \rangle) \pm \left(\frac{df}{dx} \right)_{x=\langle T \rangle} \cdot \Delta T = T^2 \pm 2\langle T \rangle \cdot \Delta T = 1,51^2 \pm 2 \cdot 1,51 \cdot 0,03 [s^2] = 2,2801 \pm 0,0906 [s^2]$$

$$\Rightarrow T^2 \approx 2,28 \pm 0,09 [s^2]$$

Cálculo de $4\pi^2 \cdot \frac{L}{T^2}$, considerando $\pi = 3,14$

$$\Rightarrow 4\pi^2 \frac{L}{T^2} = 4\pi^2 \left(\frac{\langle L \rangle}{\langle T^2 \rangle} \pm \frac{\langle L \rangle}{\langle T^2 \rangle} \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{\langle L \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\Delta(T^2)}{\langle T^2 \rangle} \right)^2} \right) = 4\pi^2 \left(\frac{56,7}{1,51^2} \pm \frac{56,7}{1,51^2} \sqrt{\left(\frac{0,2}{56,7} \right)^2 + \left(\frac{0,09}{1,51^2} \right)^2} \right)$$

$$\Rightarrow 4\pi^2 \frac{L}{T_1^2} = 4\pi^2 \cdot (24,8673 \pm 0,9861) = 980,7265 \pm 38,8902 \approx 981 \pm 39 [m/s^2]$$

P2. Se da un valor como $35,562 \pm 0,2$. Reescribalo con el número adecuado de cifras significativas. Si el valor se diera como $35,562 \pm 0,7\%$ ¿Cómo debiera escribirse?

Sol:

- $35,6 \pm 0,2$
- $0,007 \cdot 35,562 = 0,2489$
 $\Rightarrow 35,6 \pm 0,3$

P3. Se realiza una serie de medidas de temperatura T con una termocupla a través de una medida de voltaje, que denotaremos U . Se usa además un segundo sensor de temperatura que entrega una medida directa en grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$). La conversión entre U y T para la termocupla está dada por una ecuación a determinar.

El cuadro 1 tabula estas medidas. A partir de estos datos grafique la curva temperatura versus voltaje en el rectángulo cuadriculado que se encuentra en el reverso de esta hoja. Sugiera y justifique la ecuación que describe la conversión entre estas dos cantidades.

Medida Nº	U(Volts)	T($^{\circ}\text{C}$)
1	0,18	-77,7
2	1,22	-66,3
3	1,88	-57,4
4	2,83	-45,2
5	4,19	-24,3
6	4,87	-12,9
7	6,07	10,5
8	7,23	34,7
9	8,08	52,8
10	9,19	78,4
11	9,75	93,5

Sol:

La ecuación que describe la conversión entre temperatura y voltaje es una ecuación de segundo grado de la forma:

$$T = A \cdot U^2 + B \cdot U + C$$

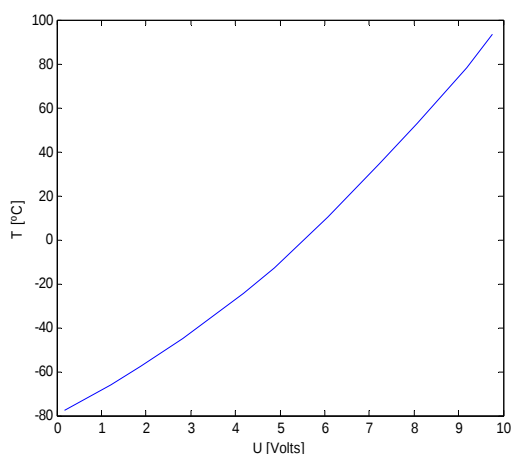
T : Temperatura

U : Voltaje

Se ve claramente una curva parabólica en el gráfico T v/s U , por lo que la relación es una ecuación de segundo grado.

Además:

- $A > 0$, ya que la curva es convexa
- $C < 0$, ya que intersecta en el eje y en un punto menor que cero



Problema 2

Se realiza una serie de medidas de tensión T en un hilo, cada medida con sus respectivo error ΔT . Todos los datos se anotan en una tabla. Encuentre el valor medio de T y el error absoluto asociado. Con los valores de tensión, realice además un histograma con 5 intervalos (bins).

Medida N°	T (N)	ΔT (N)	Observaciones
1	11.7	0.3	Medida mal realizada: hilo se salió de la polea
2	16.9	0.2	
3	12.0	0.5	
4	3.5	1.5	
5	18.2	0.5	
6	14.0	0.2	
7	15.1	0.1	
8	19.4	0.3	
9	12.7	0.3	
10	10.4	0.4	
11	11.2	0.5	
12	12.7	0.1	
13	14.9	0.2	

Sol:

La medida mal realizada no se considera

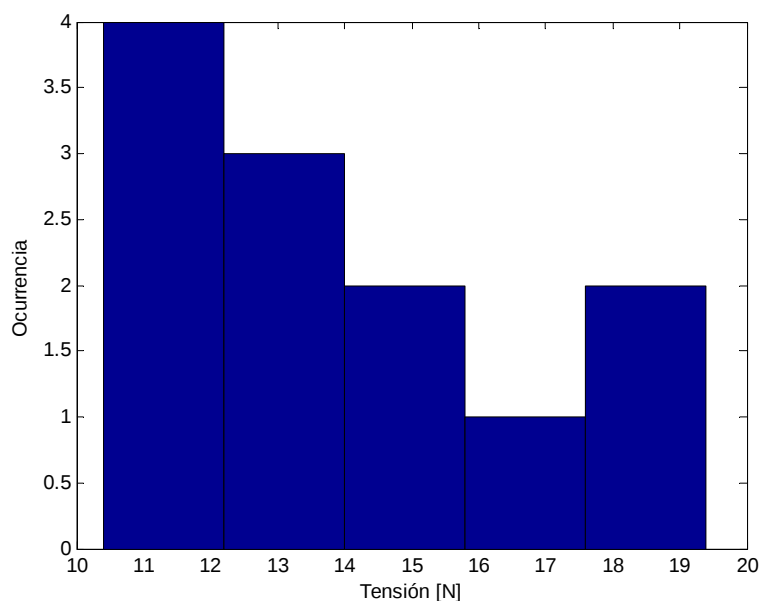
Media

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N X_i \Rightarrow \bar{X} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} X_i = 14,1[N]$$

Desviación Estándar

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} (X_i - \bar{X})^2} = 2,8695 \approx 3[s]$$

Histograma:



Problema 3

Un estudiante decide hacer una medida de la velocidad media con el cual camina desde la estación de metro a su universidad. Para ello decide recorrer el mismo camino durante cinco días (de lunes a viernes) y utiliza un cronómetro, con precisión de 0,1 s, para registrar el tiempo recorrido T_r . Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

- Obtenga el promedio del tiempo recorrido con su error absoluto asociado.
- Con el resultado anterior, determine la velocidad media con su error asociado. Se sabe que la distancia entre estos dos puntos es de $L = 800 \pm 5$ m.
- ¿Que errores aleatorios o sistemáticos pueden ser importantes en este proceso de medida?

La tabla con los valores es la siguiente:

Ensayo	Medición
1	605,5
2	623,3
3	598,6
4	655,3
5	640,9

Sol:

Para el primer punto se utiliza la ecuación para obtener la media y la desviación estándar (error)

Media

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \Rightarrow \langle x \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i = 624,72 \approx 625[s]$$

Desviación estándar

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \langle x \rangle)^2} = 23,7203 \approx 24[s]$$

Para calcular la velocidad utilizaremos dos cifras significativas:

$$v = \frac{800 \pm 5}{625 \pm 24} = \frac{800}{625} \pm \frac{800}{625} \cdot \sqrt{\left(\frac{5}{800}\right)^2 + \left(\frac{24}{625}\right)^2} = 1,2821 \pm 0,05 \approx 1,28 \pm 0,05 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Errores aleatorios:

- Que el estudiante camine unos días más rápido o más lento que otros
- Que no siga todos los días exactamente el mismo camino, etc

Errores sistemáticos:

- Que el cronómetro del estudiante no mida bien el tiempo

Problema 4

Determine si falta alguna información relevante o si hay algún error evidente para todas las siguientes expresiones que involucran alguna cantidad física:

- La tensión de corte medida es $T = 32,131 \pm 2,2$
- La velocidad medida es $23,123212 \pm 0,210234 \text{ m/s}^2$
- Se determinó un peso igual a $0,3212 \pm 0,031 \text{ kg}$

Sol:

- La tensión de corte medida es $T = 32 \pm 2[N]$ aunque $T = 32,1 \pm 2,2[N]$ también es aceptable
- La velocidad medida es $23,1 \pm 0,2[m/s]$
- Se determinó un peso igual a $0,32 \pm 0,03[N]$

Problema 5

Considere las siguientes cantidades: $a = 4,3 \pm 0,1$, $b = 10,12 \pm 0,04$ y $c = -6,08 \pm 0,03$. Evalúe las siguientes expresiones y tenga cuidado con las cifras significativas de su resultado final.

- $a/b - c$

$$a/b = \frac{4,3}{10,12} \pm \frac{4,3}{10,12} \sqrt{\left(\frac{0,1}{4,3}\right)^2 + \left(\frac{0,04}{10,12}\right)^2} = 0,4249 \pm 0,010023 \approx 0,43 \pm 0,01$$

$$\frac{a}{b} - c = (0,43 \pm 0,01) - (-6,08 \pm 0,03) = (0,43 + 6,08) \pm \sqrt{(0,01)^2 + (0,03)^2} = 6,51 \pm 0,0316 \approx 6,51 \pm 0,03$$

- $9,81 \cdot \exp(-b \cdot c/10)$

$$-b \cdot c = -(10,12 \cdot -6,08) \pm (10,12 \cdot 6,08) \sqrt{\left(\frac{0,04}{10,12}\right)^2 + \left(\frac{0,03}{6,08}\right)^2} = 61,5296 \pm 0,3889 \approx 61,5 \pm 0,4$$

$$-\frac{b \cdot c}{10} = 6,15 \pm 0,04$$

$$e^{\frac{bc}{10}} = e^{6,15} \pm e^{6,15} \cdot 0,04 = 468,717 \pm 18,7487 \approx 469 \pm 19$$

$$9,8 \cdot e^{\frac{bc}{10}} = 4600,89 \pm 186,39 \approx (4,6 \pm 0,2) \cdot 10^3$$

- $a + 3,2 \cdot b - c$

$$3,2 \cdot b = 3,2(10,12 \pm 0,04) = 32,389 \pm 0,128 \approx 32,4 \pm 0,1$$

$$a + 3,2 \cdot b - c = (4,3 + 32,4 + 6,08) \pm \sqrt{(0,1)^2 + (0,04)^2 + (0,3)^2} = 42,78 \pm 0,3187 \approx 42,8 \pm 0,3$$

Problema 6

Suponga que se realizó el proceso de calibración de un sensor de fuerza (P3), con lo cual se determinaron las siguientes constantes de calibración en el rango de ± 10 N: $A = 4,9 \pm 0,1$ N/V y $B = 12,25 \pm 0,05$ N. Llene la tabla que se muestra a continuación y determine la fuerza promedio y su error absoluto.

Medida Nº	U(V)	dU(V)	F(N)	dF(N)
1	3,8	0,1		
2	4,5	0,2		
3	3,3	0,3		
4	3,1	0,1		
5	4,1	0,2		

Sol:

$$\langle F \rangle = \langle A \rangle \cdot \langle U \rangle + \langle B \rangle$$

$$\Delta F = \sqrt{\left[\langle A \rangle \cdot \langle U \rangle \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{\langle A \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{\langle U \rangle} \right)^2} \right]^2 + \Delta B^2}$$

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N X_i \Rightarrow \bar{X} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} X_i = -6,16[N] \approx -6,2[N]$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \langle x \rangle)^2} = 2,8166 \approx 2,8[s]$$

Medida Nº	U(V)	dU(V)	F(N)	dF(N)
1	3,8	0,1	-6,4	0,6
2	4,5	0,2	-9,8	1,1
3	3,3	0,3	-3,9	1,5
4	3,1	0,1	-2,9	0,6
5	4,1	0,2	-7,8	1,1

Problema 7

Considere los siguientes valores de velocidad entregados por una persona que no sabe de cifras significativas ni errores. Corríjalos para que sean consistentes

1. $V = 10 \pm 0,178[m / s]$
2. $V = 1,5735 \pm 0,2[m / s]$
3. $V = 23,78 \pm 0,22[m / s]$
4. $V = 0,998 \pm 0,02[m / s]$

Sol:

1. $V = 10,0 \pm 0,2[m / s]$
2. $V = 1,6 \pm 0,2[m / s]$
3. $V = 23,8 \pm 0,2[m / s]$
4. $V = 1,00 \pm 0,02[m / s]$