

CLASE AUXILIAR # 1 :FI1002-4

UNIDAD # 1 : MÉTODOS NUMÉRICOS

Prof.: Marcos Flores

Auxs.: Jonathan Monsalve¹,

Lunes, 16 de Agosto de 2010

■ Problema 1

Considere una partícula que se deja caer verticalmente desde el reposo a una altura H y que sufre roce con el aire de la forma $F_{roce} = -\gamma v$. Se busca comparar el tiempo que tarda en caer y la velocidad con la que golpea al suelo con los valores que se obtienen en ausencia de roce: $\sqrt{\frac{2H}{g}}$ y $\sqrt{2gH}$, respectivamente. Para eso, resuelva numéricamente la ecuación de Newton que resulta con los parámetros $m = 1 \text{ kg}$, $H = 10 \text{ m}$ y $\gamma = 0; 0,1 \text{ kg/s}; \dots; 0,5 \text{ kg/s}$. Grafique el tiempo de caída y la velocidad en función de γ .

■ Problema 2

Se desea resolver el movimiento de la Tierra en torno al Sol. Se sabe que en ese caso la fuerza es la de gravitación universal:

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$$

. Con el fin de poder tratarla numéricamente, la fuerza se reescribe de la siguiente manera (considerando el movimiento en el plano $x - y$):

$$\begin{aligned}\vec{F} &= -\frac{GMm}{r^2}\hat{r} \\ &= -\frac{GMm}{r^3}\vec{r} \\ &= -\frac{GMm}{r^3}(x\hat{i} + y\hat{j}) \\ &= -\frac{GMm}{(x^2 + y^2)^{3/2}}(x\hat{i} + y\hat{j})\end{aligned}$$

Luego, la ley de Newton se escribe por componentes como

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\frac{GM}{(x^2 + y^2)^{3/2}}x \\ \ddot{y} &= -\frac{GM}{(x^2 + y^2)^{3/2}}y\end{aligned}$$

¹Dudas y consultas a jmonsalve@ing.uchile.cl

Use el método de Verlet visto en clases para resolver estas ecuaciones acopladas. Considere los siguientes valores de las constantes : $G = 1$, $M = 1$. Además considere como condición inicial para la posición $x_0 = 1$ e $y_0 = 0$ y para la velocidad $v_{x0} = 0$ y $v_{y0} = 0,5$. Grafique la trayectoria que resulta (`plot(x,y)`). Compare con los cálculos analíticos que predicen , para los datos del problema, que la velocidad para una órbita circular es $V_{circ} = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 1$.

■ Problema 3

La ecuación de movimiento del péndulo simple es:

$$\ddot{\phi} = -\left(\frac{g}{L}\right) \sin \phi$$

- Considere que el péndulo se suelta desde el reposo en un ángulo inicial $\phi_0 = \frac{\pi}{4}$. Use $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $L = 0,5\text{m}$ y $\Delta t = 0,01\text{s}$, $0,05\text{s}$, $0,5\text{s}$. Integre la ecuación hasta $T = 10\text{s}$. Se pide encontrar la solución de la EDO por método de Verlet y graficar la solución para los diferentes valores de Δt .
- Se pide además programar la detección del primer cruce en $\phi = 0$, y con el dato anterior, calcular el período del péndulo usando $\Delta t = 0,01$ y los ángulos iniciales $\phi_0 = \frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$.

■ Problema 4

Considerando el siguiente montaje, calcule la trayectoria de la partícula numéricamente. El ángulo de la cuña con la horizontal es θ , el resorte no puede pasar de L , mientras que la partícula sí y ésta se encuentra en una posición inicial x_0 con una velocidad inicial v_0 .

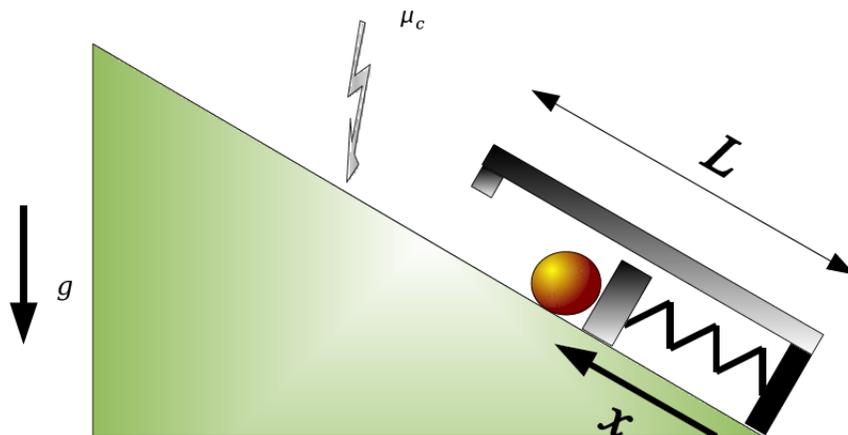


Figura 1: Problema 4