Sistemas Newtonianos: Sólidos rígidos: Estática

Dr. Marcos Flores Carrasco
Departamento de Física
FCFM - UChile

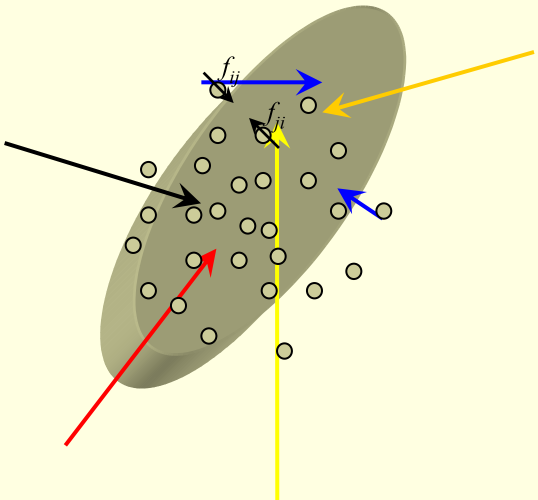
En el capitulo de hoy…

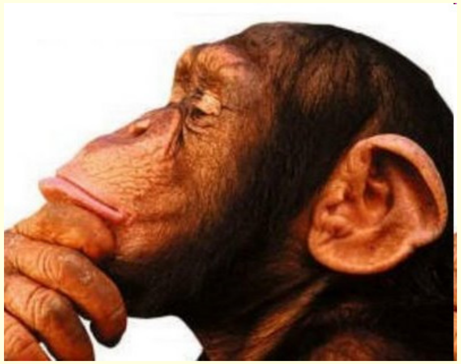
- Introducción
- Torque de una fuerza
- Las leyes de la estática

Intro

Condiciones de estática:

- La suma de todas las fuerzas externas sobre el cuerpo es cero!
- La suma de todas las fuerzas internas es cero!
- Todos los efectos "*asociados*" a las fuerzas externas e internas es cero…



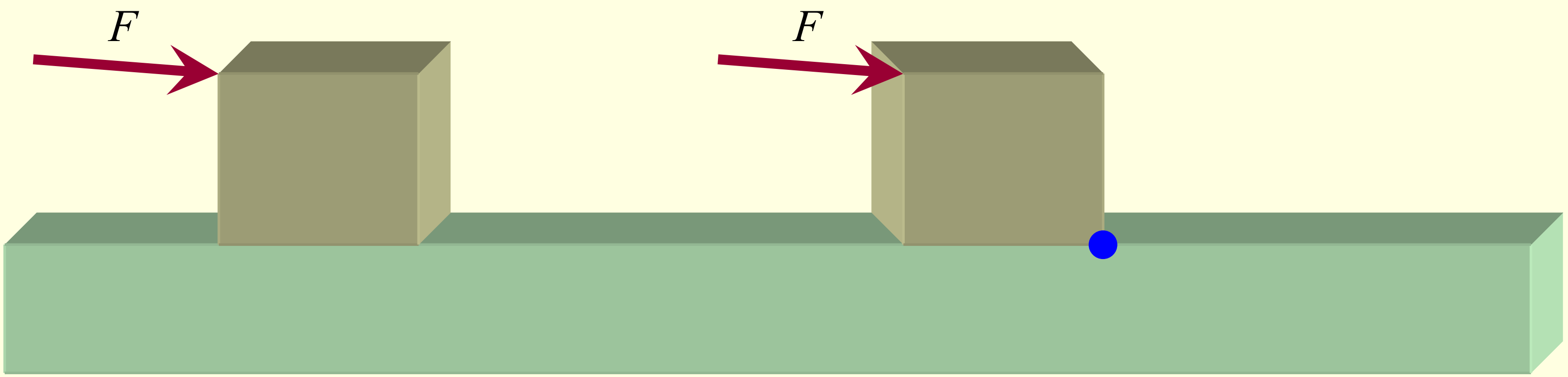


Intro

Las fuerzas pueden:

- Desplazar un cuerpo, o
- Producir rotación en torno a un eje (pivote)

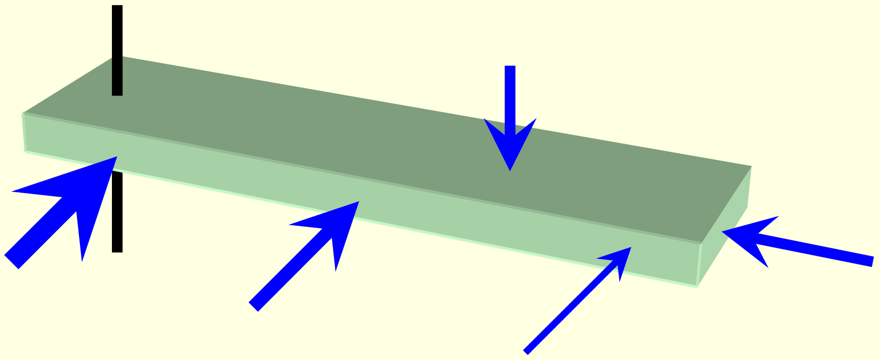
En general una fuerza induce un movimiento



Intro

Se tienen las siguientes observaciones elementales:

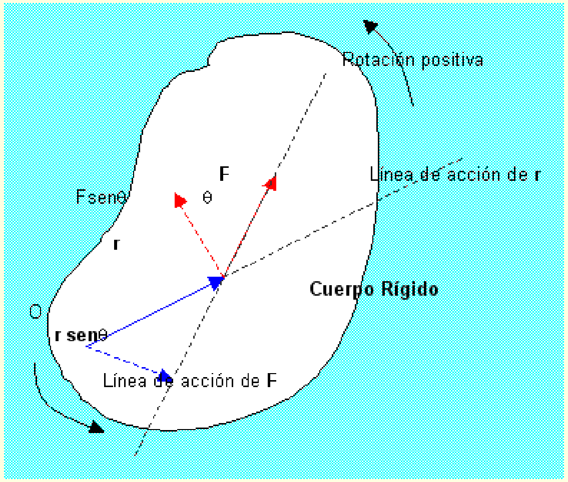
- La fuerza necesaria para rotar (girar) una barra es menor si se hace lejos del punto (o eje) de rotación (pivote).
- La fuerza se debe aplicar en dirección perpendicular a la barra y el eje de rotación. Si hago una fuerza en la dirección hacia el pivote no logramos girar la barra.



Torque de una fuerza

- **Torque**
- Se define el torque τ de una fuerza $\boldsymbol{F}$ aplicada en un punto P sobre un *sólido rígido* como

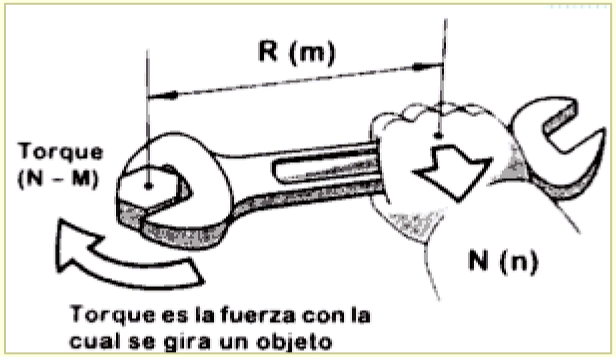
$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

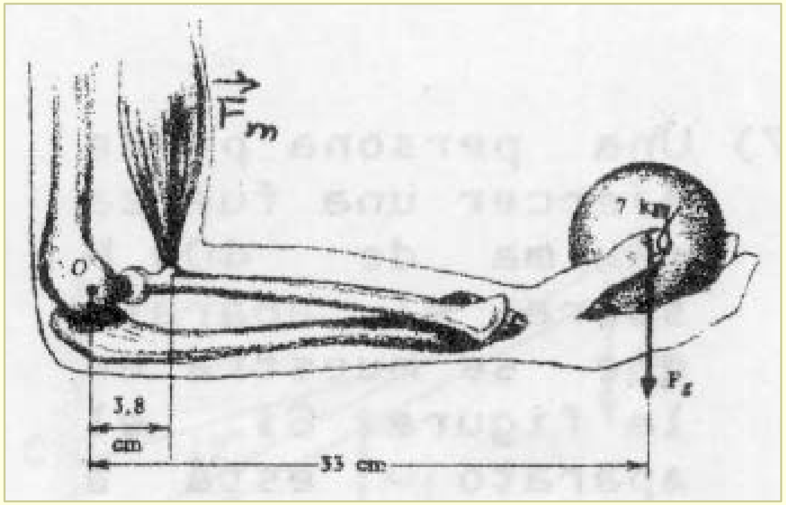


Cuyas unidades son *Nm*

Torque de una fuerza

- **Algunos ejemplos de torque**

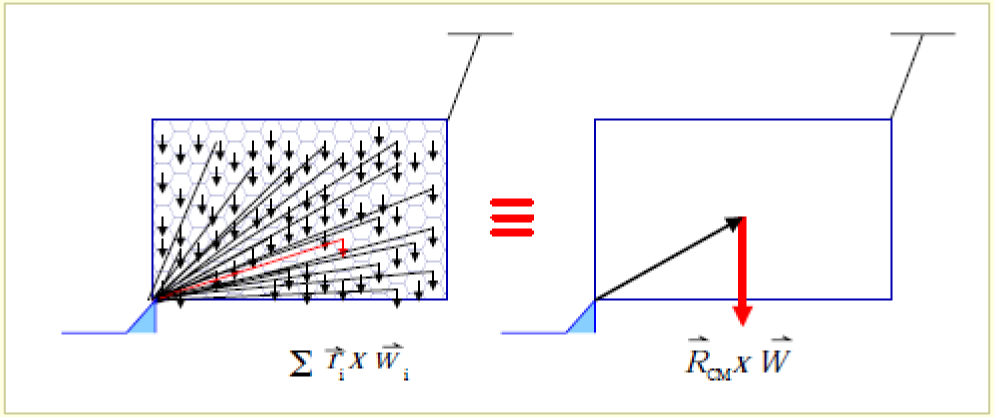




Torque de una fuerza

- **Torque por la gravedad terrestre**

$$\vec{\tau}_W = \vec{R} \times \vec{W}$$



Las leyes de la estática

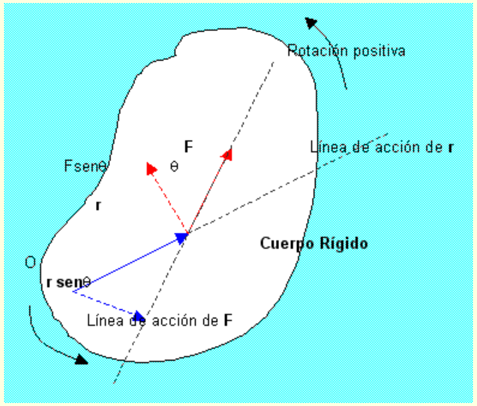
Las leyes de la estática aplicadas a un sólido se resumen en dos restricciones:

- Para que el centro de masas no se mueva se exige que la fuerza neta sea nula

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \end{aligned}$$

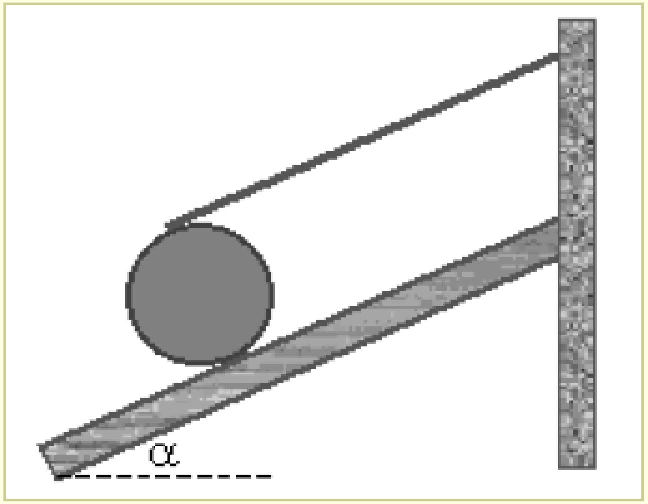
- Para que el objeto no rote se exige que el torque neto sea nulo

$$\Rightarrow \quad \Sigma \tau_z(F_x, F_y) = 0$$



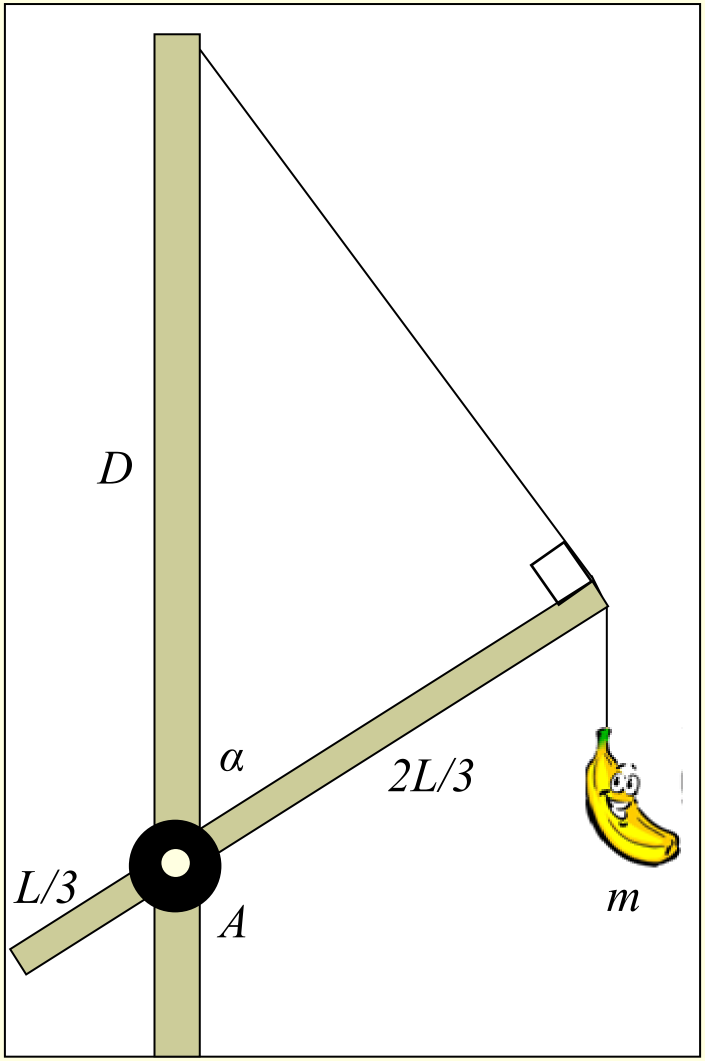
Ejemplo 1

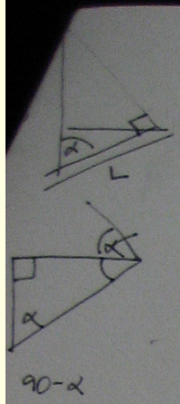
Un cilindro de masa M y radio r descansa sobre un plano inclinado sujetado por una cuerda tangente al cilindro y paralela a la superficie del plano. El plano esta inclinado en un ángulo α con la horizontal. Calcular: a) el valor mínimo del coeficiente de fricción estático, en términos de α, para que el cilindro no resbale hacia abajo del plano inclinado, b) la tensión en la cuerda en términos de M, g y α.

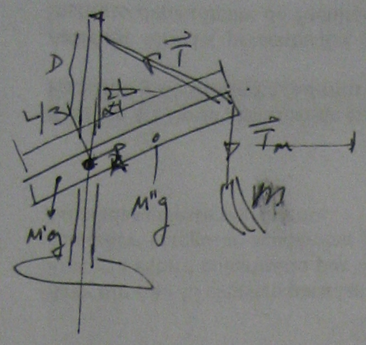


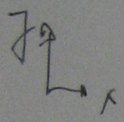
Ejemplo 2

- *Una barra uniforme de longitud L y masa M está articulada en A en una pared. Un cable fijo en la pared a una distancia D sobre la articulación, sujeta a la barra por el extremo superior. El cable permanece perpendicular a la barra cuando se cuelga una banana de masa m en el extremo superior de la barra. Calcular la tensión del cable y la fuerza de reacción en la articulación de la barra.*









$$\sum \vec{F} = 0.$$

$$\vec{F}_R + M_{1/3}\vec{g} + M_{2/3}\vec{g} + \vec{T}_m + \vec{T} = 0$$

$$M_{1/3} + M_{2/3} = M$$

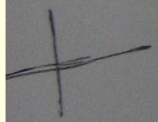
$$T_m = mg$$

$$\vec{F}_R + (M+m)\vec{g} + \vec{T} = 0.$$

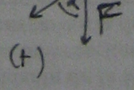
for componenter: $x:\ F_R \sin\alpha = T\cos\alpha.$

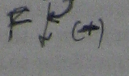
$$y:\ F_R \cos\alpha = (M+m)g.$$

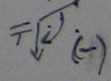
$$R = \sqrt{T^2\cos^2\alpha + (M+m)^2 g^2}$$

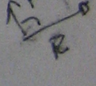


$$\sum \vec{\tau} = 0 = \underbrace{\vec{\tau}(\vec{W}')}_{\frac{\vec{L}}{6}\times\frac{M}{3}\vec{g}} + \underbrace{\vec{\tau}(\vec{F}_R)}_{0\times\vec{F}_R} + \underbrace{\vec{\tau}(\vec{W}'')}_{\frac{\vec{L}}{3}\times\frac{2M}{3}\vec{g}} + \underbrace{\vec{\tau}(\vec{T}_m)}_{\frac{2\vec{L}}{3}\times m\vec{g}} + \underbrace{\vec{\tau}(\vec{T})}_{\frac{2\vec{L}}{3}\times}$$







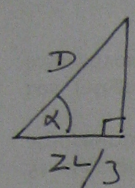


$$\frac{L}{6}\cdot\frac{M}{3}g\sin\alpha + \frac{L}{3}\frac{2M}{3}g\underbrace{\sin(90+\alpha)}_{\cos\alpha} - \frac{2L}{3}mg\sin(90+\alpha)$$

$$+\frac{2L}{3}T = 0.$$

$$\frac{Mg}{6}\sin\alpha - \left(\frac{M}{3}+m\right)2g\cos\alpha + 2T = 0$$

$$T = \left(\frac{M}{3}+m\right)g\cos\alpha - \frac{M}{12}g\sin\alpha .$$



$$\cos\alpha = \frac{2L}{3D}$$

$$T = \left(\frac{M}{3}+m\right)\frac{2L}{3D}g - \frac{M}{12}g\sqrt{1-\frac{4L^2}{9D^2}}$$