

Módulo de Movimiento

Uchile1

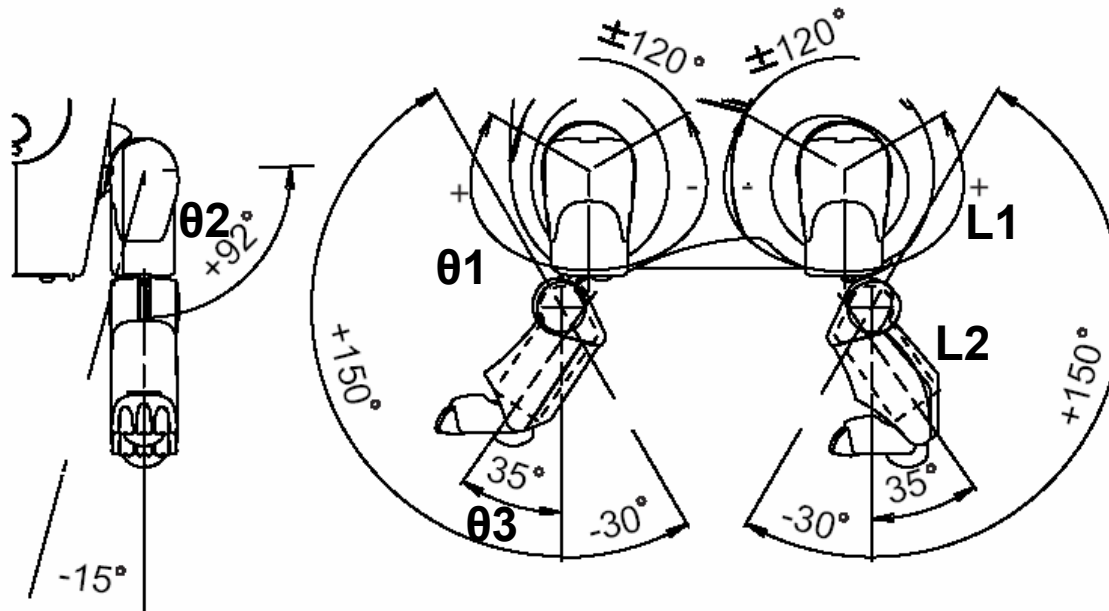
Cinemática de Robots AIBO

Paul A. Vallejos

Robot AIBO (1)

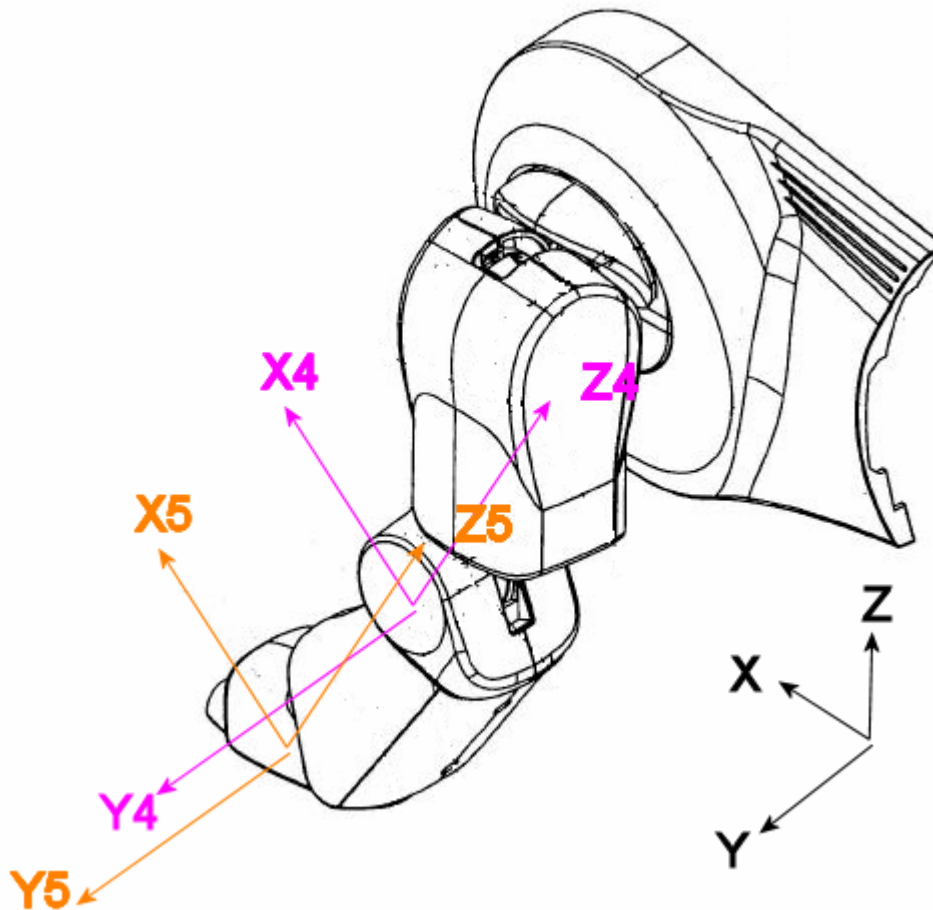
- Robot Cuadrúpedo
 - 3 grados de libertad por pata
 - 3 grados de libertad en la cabeza
 - 2 grados de libertad orejas
 - 2 grados de libertad cola
 - 1 grado de libertad boca
-

Robot AIBO (2)



Cinemática Directa Pata (1)

P
↓ $Ry(-\theta_1)$
P1
↓ $Rx(\theta_2)$
P2
↓ $Tz(-L_1)$
P3
↓ $Ry(-\theta_3)$
P4
↓ $Tz(-L_2)$
P5



Cinemática Directa Pata (1)

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \text{sen}(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ 0 & \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cinemática Directa Pata (2)

$$H = Ry(-\theta_1) \cdot Rx(\theta_2) \cdot Tz(-L_1) \cdot Ry(-\theta_3) \cdot Tz(-L_2)$$

$$H = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_3) - \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_3) & -\sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) & -\cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) - \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) & L_2 \cdot \sin(\theta_3) \cdot \cos(\theta_1) + \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot (L_2 \cdot \cos(\theta_3) + L_1) \\ -\sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_3) & \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) & \sin(\theta_2) \cdot (L_2 \cdot \cos(\theta_3) + L_1) \\ \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_3) + \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_3) & \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) & -\sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) + \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) & L_2 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) - \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot (L_2 \cdot \cos(\theta_3) + L_1) \end{bmatrix}$$

0 0 0 1

$$X = L_2 \cdot \sin(\theta_3) \cdot \cos(\theta_1) + \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot (L_2 \cdot \cos(\theta_3) + L_1)$$

$$Y = \sin(\theta_2) \cdot (L_2 \cdot \cos(\theta_3) + L_1)$$

$$Z = L_2 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) - \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot (L_2 \cdot \cos(\theta_3) + L_1)$$

Cinemática Inversa Pata (1)

■ Asumiendo:

- $L1 = L2 = L$

- $\Theta3 \geq 0$

- $\Theta2 \geq 0$

- $|\Theta1| \leq 90^\circ$

- $|\Theta2| \leq 90^\circ$

$$\theta_3 = 2 \cdot \arccos\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{2 \cdot L}\right)$$

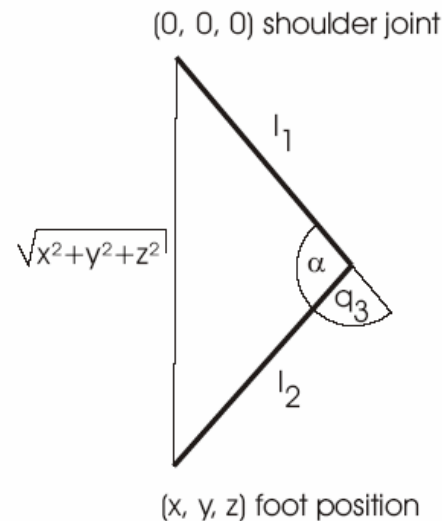
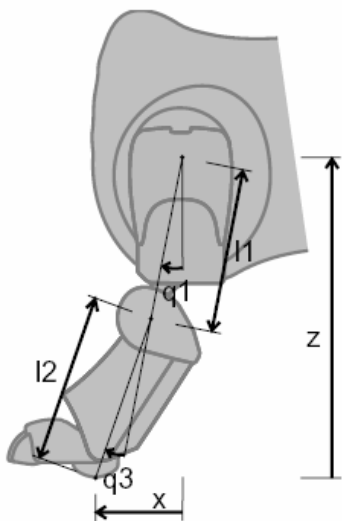
$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{y}{L \cdot (1 + \cos(\theta_3))}\right)$$

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{x \cdot (1 + \cos(\theta_3)) \cdot \cos(\theta_2) + z \cdot \sin(\theta_3)}{L \cdot (\sin(\theta_3)^2 + (1 + \cos(\theta_3))^2 \cdot \cos(\theta_2))}\right)$$

Cinemática Inversa Pata (2)

■ Solución menos restrictiva

- $\Theta_3 \geq 0$
- $|\Theta_2| \leq 90^\circ$



$$\cos(\alpha) = \frac{L_1^2 + L_2^2 - x^2 - y^2 - z^2}{2 \cdot L_1 \cdot L_2}$$

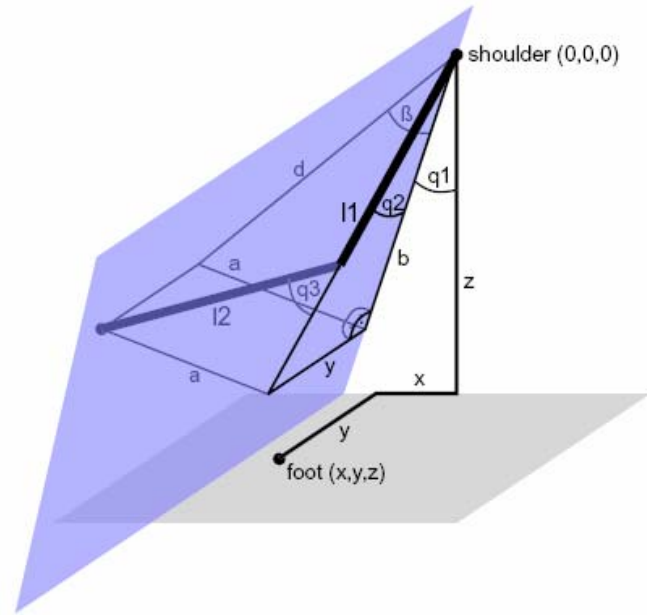
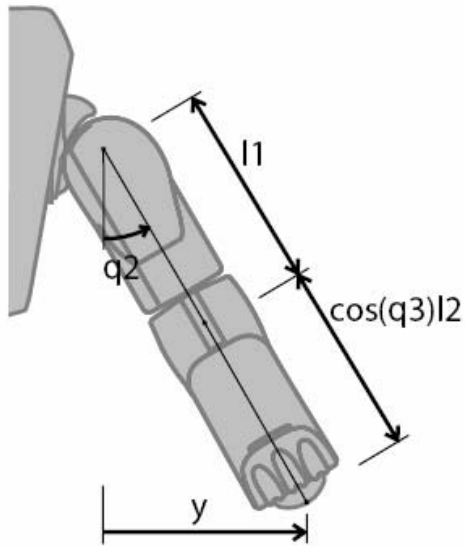
$$|\theta_3| = |180^\circ - \alpha| = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 + z^2 - L_1^2 - L_2^2}{2 \cdot L_1 \cdot L_2}\right)$$

Cinemática Inversa Pata (3)

$$y = \sin(\theta_2) \cdot (L_2 \cdot \cos(\theta_3) + L_1)$$

$$\theta_2 = a \sin\left(\frac{y}{L_2 \cdot \cos(\theta_3) + L_1}\right)$$

Cinemática Inversa Pata (4)



$$a = \sin(\theta_3) \cdot L_2$$

$$b = -\cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot L_2 - \cos(\theta_2) \cdot L_1$$

$$\beta = a \tan\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = d \cdot \sin(\beta)$$

$$b = d \cdot \cos(\beta)$$

Cinemática Inversa Pata (5)

$$Z = L_2 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) - \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot (L_2 \cdot \cos(\theta_3) + L_1)$$

$$Z = \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) \cdot L_2 - \cos(\theta_1) \cdot (\cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot L_2 + \cos(\theta_2) \cdot L_1)$$

$$Z = \sin(\theta_1) \cdot a + \cos(\theta_1) \cdot b$$

$$Z = d (\sin(\theta_1) \cdot \sin(\beta) + \cos(\theta_1) \cdot \cos(\beta))$$

$$Z = d \cdot \cos(\beta - \theta_1)$$

$$|\beta - \theta_1| = a \cos\left(\frac{z}{d}\right)$$

Cinemática Inversa Pata (6)

$$x = L_2 \cdot \sin(\theta_3) \cdot \cos(\theta_1) + \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot (L_2 \cdot \cos(\theta_3) + L_1)$$

$$x = \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) \cdot L_2 + \sin(\theta_1) \cdot (\cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot L_2 + \cos(\theta_2) \cdot L_1)$$

$$x = \cos(\theta_1) \cdot a - \sin(\theta_1) \cdot b$$

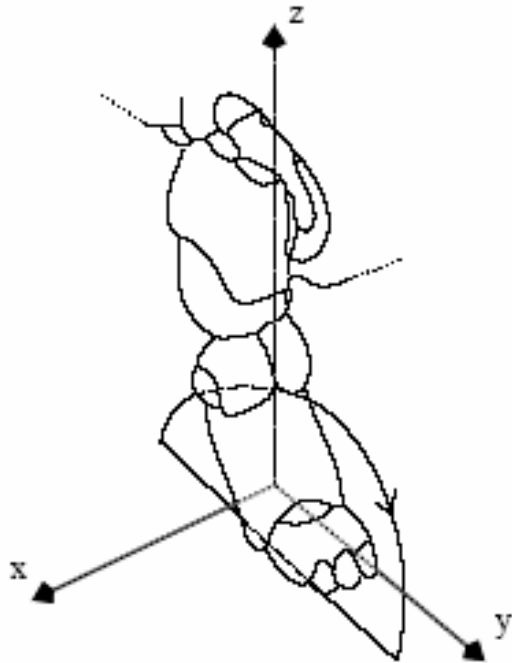
$$x = d (\cos(\theta_1) \cdot \sin(\beta) - \sin(\theta_1) \cdot \cos(\beta))$$

$$x = d \cdot \sin(\beta - \theta_1)$$

Como $d > 0$

$$\text{signo}(x) = \text{signo}(\beta - \theta_1)$$

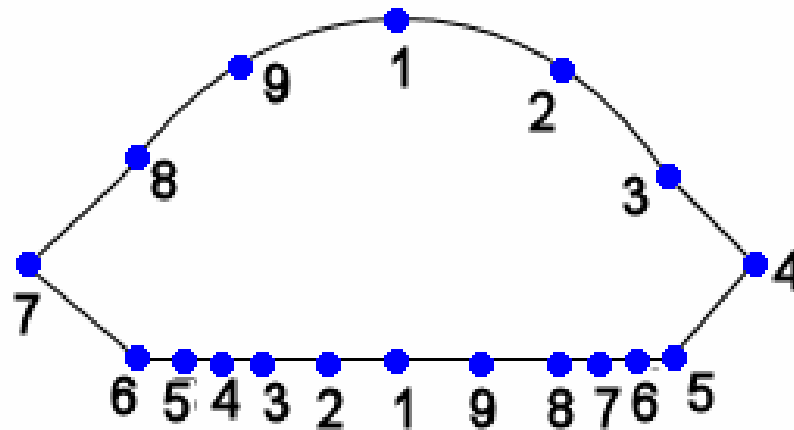
Forma de Caminata (1)



- La Caminata Se define con un conjunto de puntos discretos.
- La trayectoria de la pata entre los puntos discretos se calcula mediante interpolación lineal o spline.

Forma de Caminata (2)

- Forma general de la Caminata Implementada:



Forma de Caminata (3)

■ Parámetros Caminata.

- ❑ **Velocidad del Suelo:** velocidad del suelo esperada, expresada en cm/s.
- ❑ **Tiempo de ascenso:** Tiempo que tarda la pata en subir para no tocar el piso, se expresa en pares de frames, es decir, 16ms.
- ❑ **Número de puntos Horizontales:** determina la cantidad de microinstrucciones que serán generadas cuando la pata este en el suelo, es valor está directamente relacionado con la precisión del control de la velocidad en el suelo, pero es costoso en términos computacionales.

Forma de Caminata (4)

- **Altura frontal:** Corresponde a la altura en centímetros en que se levantará la pata en la parte delantera de la caminata. Tiene dos valores, uno para las patas delanteras y otro para las traseras.
- **Altura trasera:** Corresponde a la altura en centímetros en que se levantará la pata en la parte trasera de la caminata. Tiene dos valores, uno para las patas delanteras y otro para las traseras.
- **Altura central:** Corresponde a la altura en centímetros en que se levantará la pata en la parte central de la caminata. Tiene dos valores, uno para las patas delanteras y otro para las traseras.

Forma de Caminata (5)

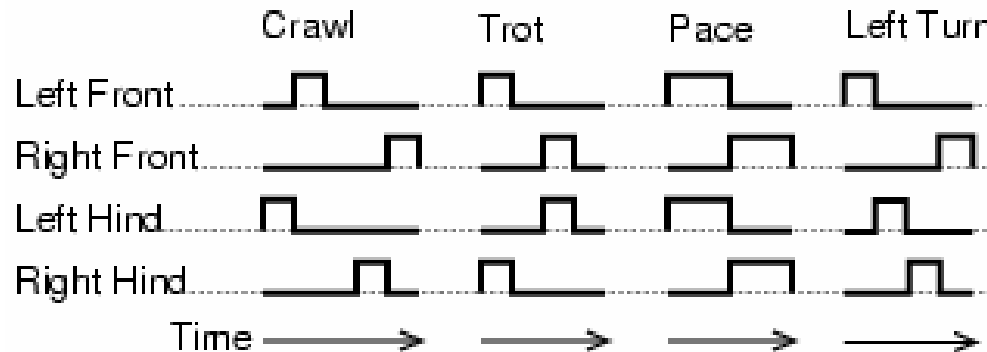
- ❑ **Factor de forma:** Corresponde a un factor entre cero y uno que dice que tan elíptica es la interpolación de la pata mientras está en el aire.
- ❑ **Factor de ascensión:** Corresponde a un factor va de cero a uno y determina que tan cuadrada o con forma de diamante es la caminata.
- ❑ **Multiplicador de giro:** Se sobrepondrá a la caminata un giro igual a la multiplicación de este factor por el desplazamiento generado. Este factor se utiliza para corregir asimetrías del robot.

Forma de Caminata (6)

- ❑ **Factor Aire-Tierra:** Factor que determina que porcentaje del tiempo del paso la pata esta en el suelo, este factor corresponde al ciclo de trabajo.
- ❑ **Punto de equilibrio:** Corresponde a las coordenadas x, y, z de cada pata en el punto neutro.
- ❑ **Máximo giro:** Corresponde a una limitante de giro máximo, este valor se utiliza para disminuir y acotar el tiempo de validación.
- ❑ **Máximo desplazamiento:** Corresponde a una limitante de máximo desplazamiento, este valor se utiliza para disminuir y acotar el tiempo de validación.

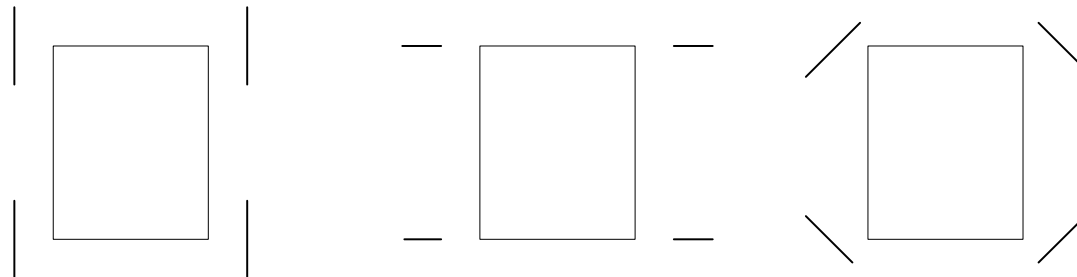
Forma de Caminata (7)

- Caminata Dinámica con solo dos patas en el suelo para lograr un ciclo de trabajo del 50%
- Se logra el equilibrio usando las patas delanteras flectadas.
- Se usa como puntos de apoyo la pata trasera, la pata delantera y el codo.



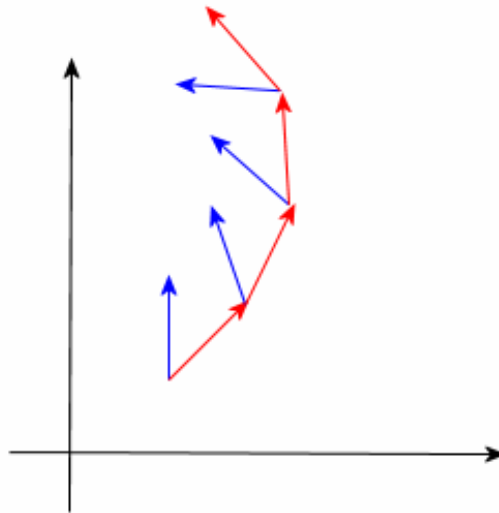
Descomposición de Movimientos (1)

- Un desplazamiento omnidireccional se puede descomponer en tres movimientos básicos:
 - Adelante
 - Lateral
 - Rotación



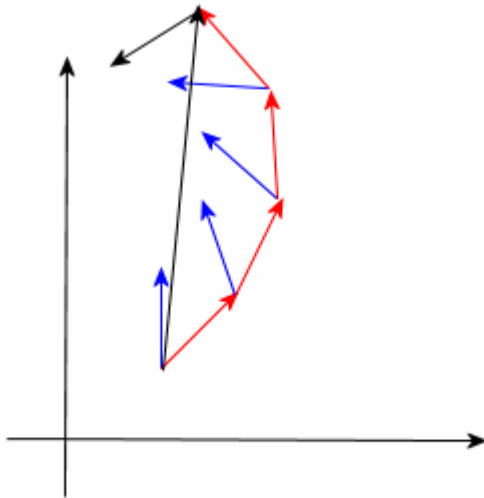
Descomposición de Movimientos (2)

- Problema: Las componentes no son independientes entre si



Descomposición de Movimientos (3)

- Solución: Calcular las componentes que interactuando entre si generen el desplazamiento y rotación deseado



$$\delta\theta, \delta x, \delta y$$

Descomposición de Movimientos (4)

$$\theta_1 = \theta_0 + \Delta\theta$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta$$

$$\vdots$$

$$\theta_n = \theta_{n-1} + \Delta\theta$$

$$\theta_n = \theta_0 + n \cdot \Delta\theta$$

$$x_1 = x_0 + \Delta x \cdot \cos(\theta_0) - \Delta y \cdot \sin(\theta_0)$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x \cdot \cos(\theta_1) - \Delta y \cdot \sin(\theta_1)$$

$$\vdots$$

$$x_n = x_{n-1} + \Delta x \cdot \cos(\theta_{n-1}) - \Delta y \cdot \sin(\theta_{n-1})$$

$$x_n = x_0 + \Delta x \sum_{i=0}^{n-1} \cos(\theta_i) - \Delta y \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \sin(\theta_i)$$

Descomposición de Movimientos (5)

- Asumiendo condiciones iniciales nulas:

$$\theta_n = n \cdot \Delta\theta$$

$$x_n = \Delta x \sum_{i=0}^{n-1} \cos(\theta_i) - \Delta y \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \sin(\theta_i)$$

$$y_n = \Delta x \sum_{i=0}^{n-1} \sin(\theta_i) + \Delta y \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \cos(\theta_i)$$

Descomposición de Movimientos (6)

- En tiempo continuo:

$$\theta_t = t \cdot \Delta\theta$$

$$x_t = \int_0^t \Delta x \cdot \cos(\theta_t) - \int_0^t \Delta y \cdot \sin(\theta_t)$$

$$y_t = \int_0^t \Delta x \cdot \sin(\theta_t) + \int_0^t \Delta y \cdot \cos(\theta_t)$$

Descomposición de Movimientos (7)

■ Sabemos:

$$\int_0^T \Delta\theta \cdot dt = \delta\theta, \int_0^T \Delta x \cdot dt = \delta x, \int_0^T \Delta y \cdot dt = \delta y$$

$$x_T = \int_0^T \Delta x \cdot \cos(\theta_t) \cdot dt - \int_0^T \Delta y \cdot \sin(\theta_t) \cdot dt$$

$$y_T = \int_0^T \Delta x \cdot \sin(\theta_t) \cdot dt + \int_0^T \Delta y \cdot \cos(\theta_t) \cdot dt$$

Descomposición de Movimientos (8)

$$x_T = \int_0^T \Delta x \cdot \cos(t \cdot \Delta \theta) \cdot dt - \int_0^T \Delta y \cdot \sin(t \cdot \Delta \theta) \cdot dt$$

$$y_T = \int_0^T \Delta x \cdot \sin(t \cdot \Delta \theta) \cdot dt + \int_0^T \Delta y \cdot \cos(t \cdot \Delta \theta) \cdot dt$$

$$u = t \cdot \Delta \theta, du = \Delta \theta \cdot dt$$

$$x_T = \int_0^{\theta_T} \frac{\Delta x}{\Delta \theta} \cdot \cos(u) \cdot du - \int_0^{\theta_T} \frac{\Delta y}{\Delta \theta} \cdot \sin(u) \cdot du$$

$$y_T = \int_0^{\theta_T} \frac{\Delta x}{\Delta \theta} \cdot \sin(u) \cdot du + \int_0^{\theta_T} \frac{\Delta y}{\Delta \theta} \cdot \cos(u) \cdot du$$

Descomposición de Movimientos (9)

$$\Delta\theta \cdot x_T = \Delta x \cdot [\sin(u)]_0^{\theta_T} + \Delta y \cdot [\cos(u)]_0^{\theta_T}$$

$$\Delta\theta \cdot y_T = -\Delta x \cdot [\cos(u)]_0^{\theta_T} + \Delta y \cdot [\sin(u)]_0^{\theta_T}$$

$$\Delta\theta \cdot x_T = \Delta x \cdot \sin(\theta_T) + \Delta y \cdot \cos(\theta_T) - \Delta y$$

$$\Delta\theta \cdot y_T = \Delta x - \Delta x \cdot \cos(\theta_T) + \Delta y \cdot \sin(\theta_T)$$

$$\int_0^T \Delta\theta \cdot x_T \cdot dt = \int_0^T \Delta x \cdot \sin(\theta_T) \cdot dt + \int_0^T \Delta y \cdot \cos(\theta_T) \cdot dt - \int_0^T \Delta y \cdot dt$$

$$\int_0^T \Delta\theta \cdot y_T \cdot dt = \int_0^T \Delta x \cdot dt - \int_0^T \Delta x \cdot \cos(\theta_T) \cdot dt + \int_0^T \Delta y \cdot \sin(\theta_T) \cdot dt$$

Descomposición de Movimientos (10)

$$\delta\theta \cdot x_T = \delta x \cdot \sin(\theta_T) + \delta y \cdot \cos(\theta_T) - \delta y$$

$$\delta\theta \cdot y_T = \delta x - \delta x \cdot \cos(\theta_T) + \delta y \cdot \sin(\theta_T)$$

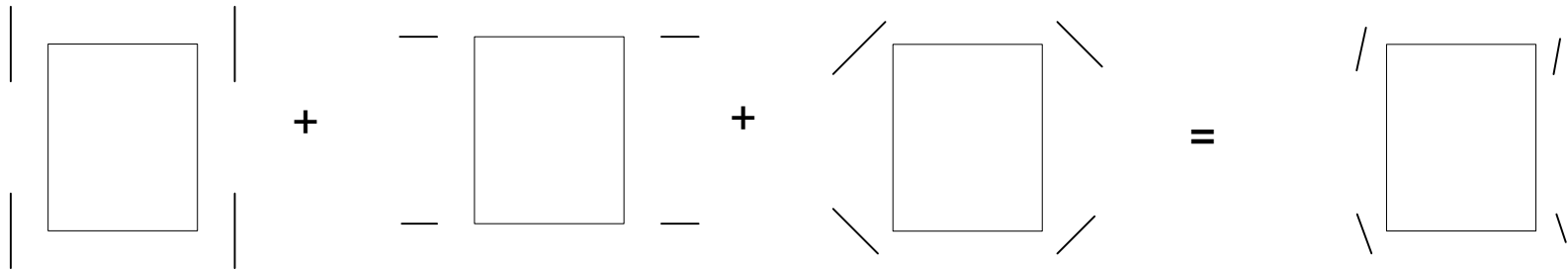
$$\delta x = \frac{(1 - \cos(\theta_T)) \cdot \delta y + \theta_T \cdot x_T}{\sin(\theta_T)}$$

$$\delta y = \frac{\theta_T}{2} \cdot \left[\frac{y_T \cdot \sin(\theta_T)}{(1 - \cos(\theta_T))} - x_T \right]$$

$$\delta x = \frac{\theta_T}{2} \cdot \left[y_T + \frac{x_T \cdot (1 + \cos(\theta_T))}{\sin(\theta_T)} \right]$$

Orden de ejecución (1)

- Dado un desplazamiento deseado, separar las componentes y calcular desplazamientos independientes.
- Superponer movimientos independientes de cada pata generando un vector de desplazamiento para cada una de ellas.



Orden de ejecución (2)

- La amplitud y la dirección del vector de desplazamiento de cada pata corresponde a la amplitud y dirección del paso que debe realizar cada pata en torno al punto de equilibrio.
- Se calcula la posición en cartesianas de cada punto del paso de cada pata.

Orden de ejecución (3)

- Se calcula la cinemática inversa para cada punto de cada pata.
- Se interpolan los puntos para generar la trayectoria completa.
- Se envían todos los ángulos como referencia para los controladores PID de los servomotores.