

EL57A – Sistemas Eléctricos de Potencia

Pauta Ejercicio 3

Pauta por: Eduardo Zamora

Parte 1) (10%)

Dados $p = 32$, $H = 3,67$ [s], $S_n = 263$ [MVA]:

$$\omega_{0mec} = \frac{2\pi f}{(p/2)} = \frac{2\pi 50}{(32/2)} = 19,6350 \text{ [rad/s]}$$

$$H = \frac{0,5 \cdot I \cdot \omega_{0mec}^2}{S_n} = \frac{E_c}{S_n} \rightarrow E_c = H \cdot S_n = 965,21 \text{ [MJ]}$$

$$I = \frac{2E_c}{\omega_{0mec}^2} = 5,0071 \cdot 10^6 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

Parte 2) (25%)

Trabajamos en base $S_B = 100$ [MVA], $V_{B1} = 13,8$ [kV], $V_{B2} = 220$ [kV].

- Generador:

$$X_d = 1,05 \cdot \frac{100}{263} = 0,399240; \quad X'_d = 0,27 \cdot \frac{100}{263} = 0,102662; \quad X''_d = 0,19 \cdot \frac{100}{263} = 0,072243$$

$$X^{(0)} = 0,09 \cdot \frac{100}{263} = 0,034221; \quad H = 3,67 \cdot \frac{263}{100} = 9,6521$$

- Transformador:

$$X_T = 0,126 \cdot \frac{100}{280} = 0,045$$

- Líneas (impedancia por circuito):

$$Z_L^{(1)} = 25 \cdot (0,0435 + j0,4030) \cdot \frac{100}{220^2} = 0,002247 + j0,020816$$

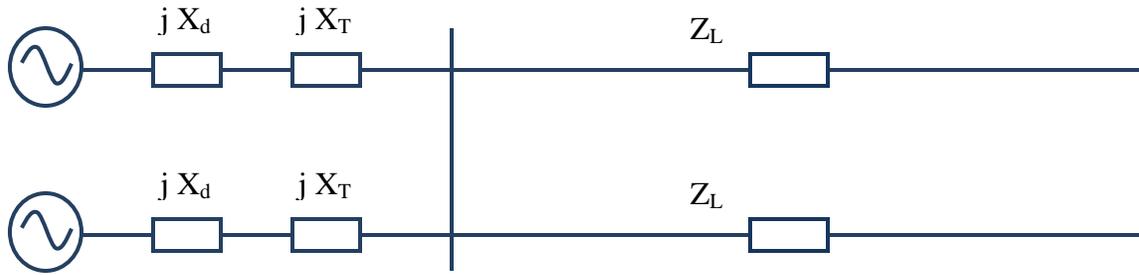
$$Z_L^{(0)} = 25 \cdot (0,3240 + j2,1019) \cdot \frac{100}{220^2} = 0,016736 + j0,108569$$

- Punto de operación de cada generador:

$$V_G = 1 < 0^\circ$$

$$P_G = 263 \cdot 0,95 \cdot \frac{1}{100} = 2,4985$$

$$Q_G = 263 \cdot \sqrt{1 - 0,95^2} \cdot \frac{1}{100} = 0,8212$$



Notamos que por cada circuito circula la corriente de uno de los generadores.

$$I_G = \left(\frac{P_G + jQ_G}{V_G} \right)^* = 2,4985 - j0,8212$$

$$V_{Ancoa} = V_G - jX_T \cdot I_G - Z_L \cdot I_G = 0,954292 \angle -9,81^\circ = 209,9442 \text{ [kV]}$$

Para calcular la potencia reactiva en Ancoa, consideramos $I = 2I_G$, $V = V_{Ancoa}$.

$$S_{Ancoa} = 2 \cdot (2,4985 - j0,8212)^* \cdot (0,954292 \angle -9,81^\circ) = 4,9659 + j0,7319$$

$$Q_{Ancoa} = 73,19 \text{ [MVar]}$$

Condiciones iniciales de régimen permanente y transitorias:

$$E < \delta = V_G + jX_d \cdot I_G = 1,660786 \angle 36,91^\circ$$

$$E' < \delta' = V_G + jX'_d \cdot I_G = 1,114232 \angle 13,31^\circ$$

Podemos cambiar la referencia angular de 0° a la barra Ancoa (infinita). Así:

$$V_{Ancoa} = 0,954292 \angle 0^\circ$$

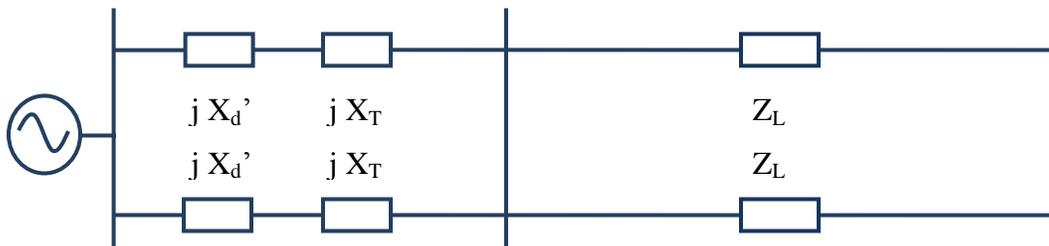
$$V_G = 1 \angle 9,81^\circ$$

$$E < \delta = V_G + jX_d \cdot I_G = 1,660786 \angle 46,72^\circ$$

$$E' < \delta' = V_G + jX'_d \cdot I_G = 1,114232 \angle 23,12^\circ$$

Parte 3) (15%)

El punto de operación anterior es estable ya que $\delta' < 90^\circ$.



Considerando que las máquinas son iguales, podemos realizar el paralelo:

$$X = \frac{X'_d + X_T + X_L}{2} = 0,084239$$

Para esta máquina equivalente se tendrá $H_E = H_1 + H_2 = 2H = 19,3042$

Por condiciones iniciales tomamos las transitorias determinadas en el punto anterior. Luego:

$$\omega_{osc} = \sqrt{\frac{\omega_{0elec}}{2H_E} \cdot \frac{V_{Ancoa} \cdot E'}{X} \cdot \cos(\delta'_0)} = \sqrt{\frac{2\pi 50}{2 \cdot 19,3042} \cdot \frac{0,954292 \cdot 1,114232}{0,084239} \cdot \cos(23,12^\circ)} = 9,719092 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

$$f_{osc} = 1,546842 [Hz]$$

Esta corresponderá a la frecuencia de ambas máquinas.

Si JS está abierto no habrá cambios en la frecuencia de oscilación ya que la reactancia aumentará al doble (solo 1 circuito en juego) pero se deberá considerar una máquina, por lo tanto, con la mitad de inercia que H_E . En estos términos ω_{osc} se mantiene constante.

Parte 4) (30%)

Notamos que antes de la falla ya tenemos las condiciones iniciales para la máquina 2:

$$E' < \delta'_0 = V_G + jX'_d \cdot I_G = 1,114232 < 23,12^\circ$$

$$\delta'_0 = 0,403520 [rad]$$

Durante la falla trifásica y antes de la apertura de JS y JU1, la potencia activa entregada por la máquina 2 es nula ($V = 0$ en AT del transformador elevador). Posterior a la apertura de JS y JU1, la máquina ve una reactancia:

$$X = X'_d + X_T + X_L = 0,168478$$

$$P_e = \frac{VE}{X} \text{sen}(\delta') = 6,311226 \cdot \text{sen}(\delta')$$

$$P_{mec} = P_{nom} = 2,4985$$

Algunos cálculos (ver δ_f en la figura):

$$\delta'_f = 180^\circ - \arcsen\left(\frac{2,4985}{6,311226}\right) = 156,68^\circ = 2,734582 [rad]$$

Es importante notar que $\delta'_f = 180^\circ - \delta'_0$, sin embargo las diferencias se deben al hecho de despreciar la resistencia de las líneas (δ'_0 fue calculado de forma más precisa con la resistencia de línea incluida).

Por criterio de las áreas iguales, para que la máquina no pierda sincronismo se debe tener:

$$A_1 = A_2$$

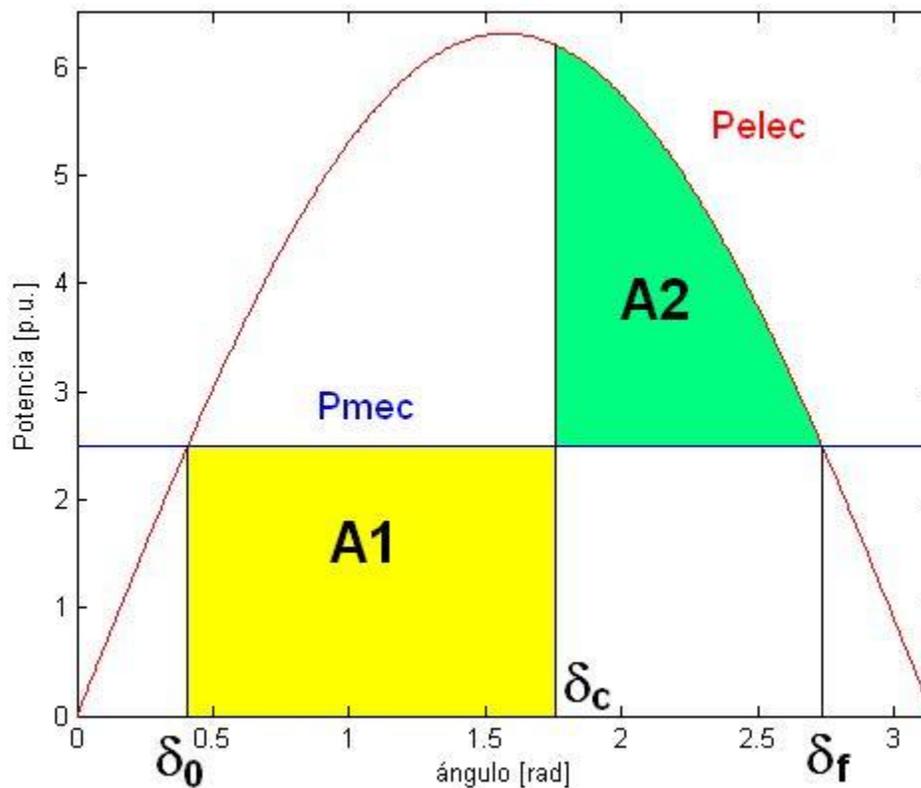
$$(\delta_c - \delta_0) \cdot P_{mec} = \int_{\delta_c}^{\delta_f} A \cdot \text{sen}(\delta) d\delta - (\delta_f - \delta_c) \cdot P_{mec}$$

$$(\delta_f - \delta_0) \cdot P_{mec} = A \cdot (\cos \delta_c - \cos \delta_f)$$

$$\delta_c = \cos^{-1} \left(\cos(\delta_f) + \frac{P_{mec} \cdot (\delta_f - \delta_0)}{A} \right)$$

$$\delta_c = \cos^{-1} \left(\cos(2,734582) + \frac{2,4985 \cdot (2,734582 - 0,403520)}{6,311226} \right)$$

$$\delta_c = 100,3467^\circ = 1,751380 \text{ [rad]}$$



De la ecuación de movimiento de la máquina durante la falla:

$$\frac{2H}{\omega_{0elec}} \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{mec}$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_{0elec} \cdot P_{mec}}{2H} = 40,6609$$

Imponiendo condiciones iniciales (transitorias) sobre delta:

$$\delta(0) = \delta_0 = 0,403520 \text{ [rad]}; \quad \dot{\delta}(0) = 0$$

Tenemos:

$$\delta(t) = 20,3305 \cdot t^2 + 0,403520$$

Imponiendo tiempo crítico para el ángulo crítico:

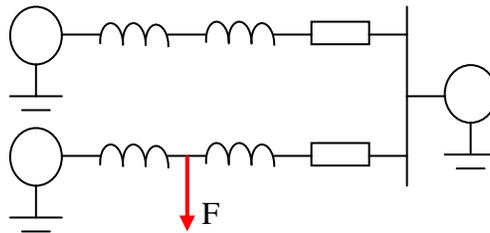
$$\delta(t) = \delta_c = 1,751380 \rightarrow t_c = \sqrt{\frac{1,751380 - 0,40352}{20,3305}} = 0,2575 \text{ [s]}$$

Parte 5) (20%)

- Los neutros de los transformadores elevadores no tienen circulación de corriente. La corriente de neutro es tres veces la corriente de secuencia cero, pero dicha secuencia se encuentra abierta en la delta del transformador.
- Como la barra Ancoa es infinita (tensión cte) su equivalente de CC se modelará únicamente como una fuente (sin reactancia). Analizando los 2 casos:

$$I_{base} = \frac{100000}{13,8 \cdot \sqrt{3}} = 4183,70 \text{ [A]}$$

Interruptor JS Abierto



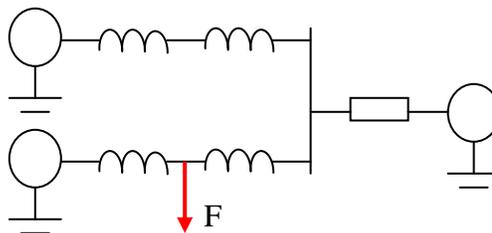
$$Z^+ = Z^- = jX_d'' // (jX_T + Z_L^1) = 0,000676 + j0,034452$$

$$Z^0 = jX_d'' = j0,072243$$

Luego la corriente de falla es:

$$I_{1FT} = \frac{3}{Z^+ + Z^- + Z^0} = 21,2535 \angle -89,45^\circ = 88,9183 \text{ [kA]}$$

Interruptor JS Cerrado



$$Z^+ = Z^- = jX_d'' // \left(jX_T + \left[(jX_d'' + jX_T) // \frac{Z_L^1}{2} \right] \right) = 0,000338 + j0,031090$$

$$Z^0 = jX_d'' = j0,072243$$

Luego la corriente de falla es:

$$I_{1FT} = \frac{3}{Z^+ + Z^- + Z^0} = 22,3173 \angle -89,71^\circ = 93,3689 \text{ [kA]}$$

Por lo tanto, la corriente de falla solo es un 5% mayor en el caso con el interruptor JS cerrado.

- c) Por el cable de guardia no circula corriente, ya que se encuentra conectado a tierra, y por lo tanto solo podría tener corriente de secuencia cero, la que como se dijo está aislada por la delta del transformador.