



fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

ingendesa



EL57A – SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I



Pablo Medina Cofré

04-10-2010



fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

 ingendesa

Motivación

- **Calcular la potencia transferida entre un generador y una barra infinita es sencillo.**
- **En un sistema de tres barras ya comienza a ser más complejo.**
- **La mayor parte del tiempo, los sistemas operan en régimen permanente.**
- **Se requiere conocer:**
 - **Voltajes (módulo y ángulo)**
 - **Potencias transferidas (como dato derivado y relevante).**



fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

ingendesa

Modelación del SEP: matriz de admitancia nodal

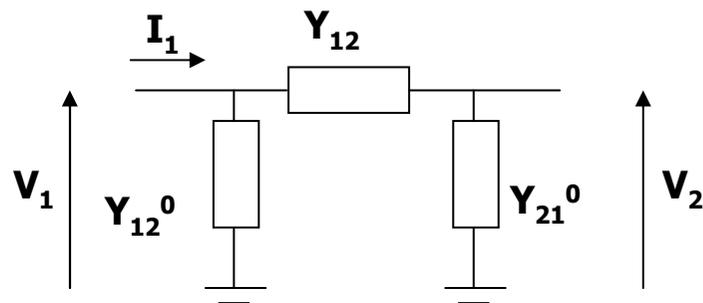
- **Se definen puntos del sistema llamados barras.**
- **Las barras se unen mediante elementos tales como transformadores y líneas de transmisión.**
- **Finalmente, se llegará a un modelo de la forma:**

$$\vec{I} = [Y_{barra}] \vec{V}$$



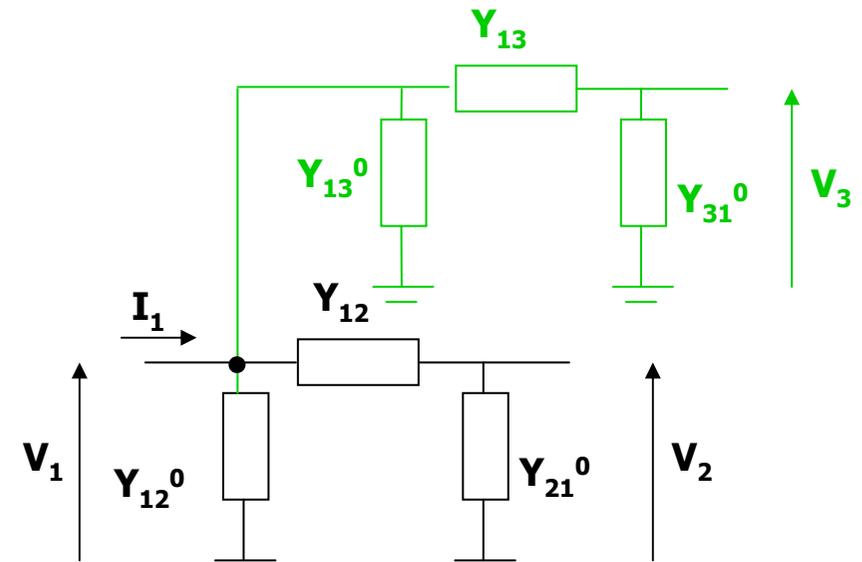
Modelación del SEP: matriz de admitancia nodal

- Los elementos de Y se obtienen a partir de ecuaciones de voltaje entre barras y se identifican términos.



$$\dot{I}_1 = \dot{V}_1 \dot{Y}_{12}^0 + (\dot{V}_1 - \dot{V}_2) \dot{Y}_{12}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{V}_1 (\dot{Y}_{12}^0 + \dot{Y}_{12}) - \dot{Y}_{12} \dot{V}_2$$



$$\dot{I}_1 = \dot{V}_1 (\dot{Y}_{12}^0 + \dot{Y}_{13}^0) + (\dot{V}_1 - \dot{V}_2) \dot{Y}_{12} + (\dot{V}_1 - \dot{V}_3) \dot{Y}_{13}$$

$$\dot{I}_1 = (\dot{Y}_{12}^0 + \dot{Y}_{13}^0 + \dot{Y}_{12} + \dot{Y}_{13}) \dot{V}_1 - \dot{Y}_{12} \dot{V}_2 + -\dot{Y}_{13} \dot{V}_3$$



Modelación del SEP: matriz de admitancia nodal

- Llevando lo anterior al caso de n barras, se tendrá que:

$$\vec{I} = [Y_{barra}] \vec{V}$$

$$y_{ii}^{barra} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \dot{Y}_{ik}^0 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \dot{Y}_{ik}$$

$$y_{ij}^{barra} = -\dot{Y}_{ij}$$

- ¿Qué buscamos? ¿V? ¿I?
- Respuesta "práctica": Siempre uno y a veces otro.
- Todo se resuelve mediante un "flujo de potencia"



fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

 ingendesa

Flujo de potencia... not yet

- **La matriz Y es bien especial:**
 - Gran cantidad de ceros (matriz rala o "sparse").
 - Alto grado de simetría... si no existen trafos tipo boosters fuera de su posición nominal, es completamente simétrica.
 - Su inversa existe y no es "sparse".
- **Para flujo de potencia, las barras se clasifican en:**
 - **PV:** Se conoce la potencia activa inyectada y la magnitud tensión en la barra. A determinar el ángulo de la tensión.
 - **PQ:** Se conoce la potencia aparente inyectada. A determinar módulo y ángulo de la tensión.
 - **Slack o Swing:** Es la "barra de referencia", y se conoce la magnitud y ángulo de la tensión. La potencia aparente no está especificada.

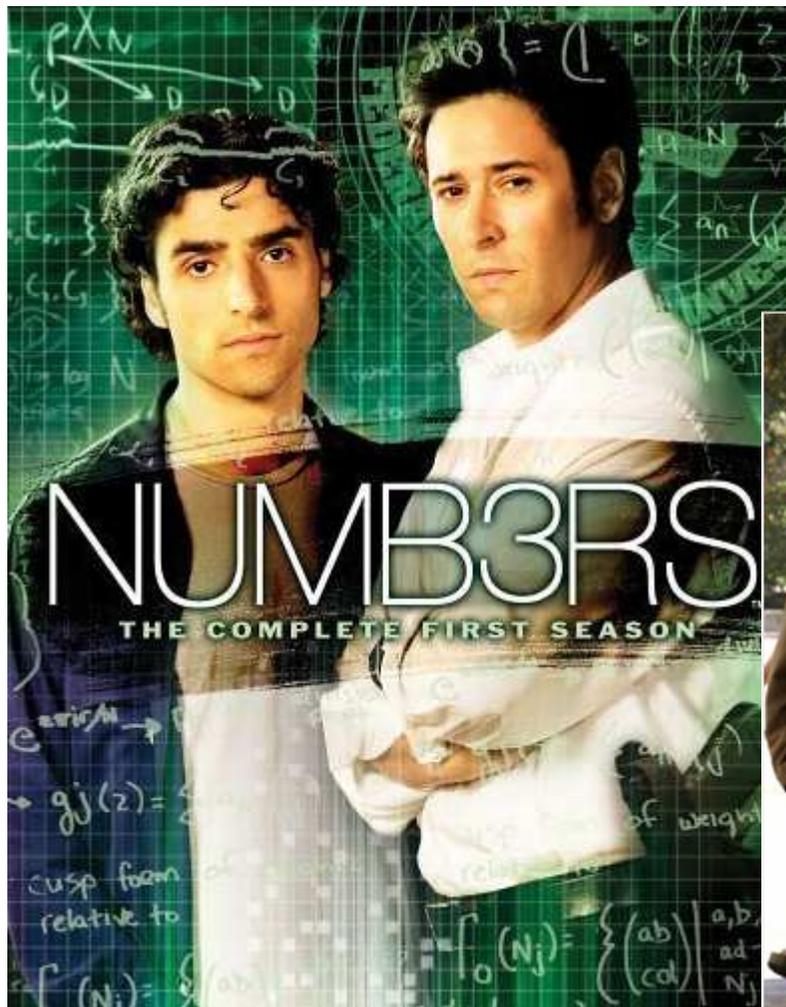


fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

ingendesa

Crítica de TV: Numb3rs

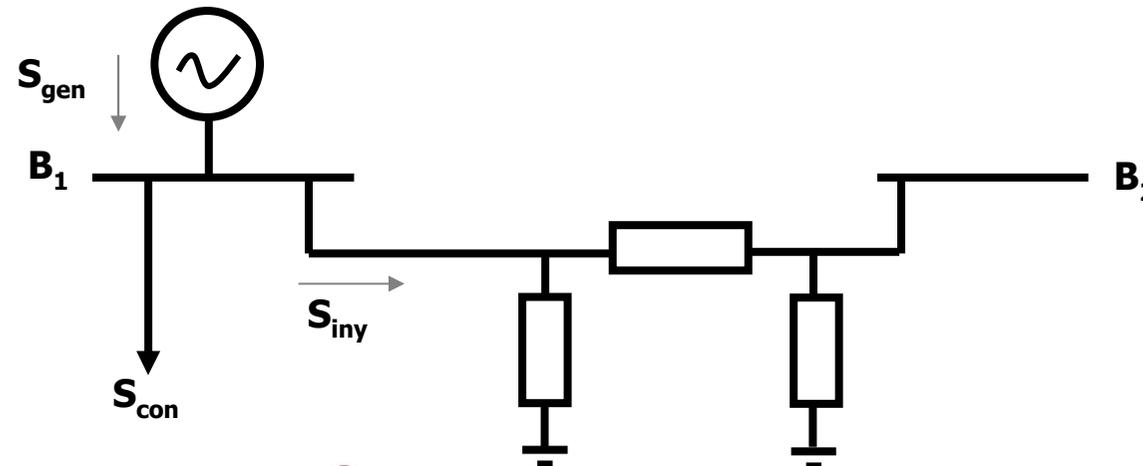


Buscar en A&E o en su corsario favorito



Retiros de potencia

- Se debe hacer la diferencia entre retiros en la misma barra (consumos determinísticos) y transferencias hacia el resto del sistema (potencia inyectada).



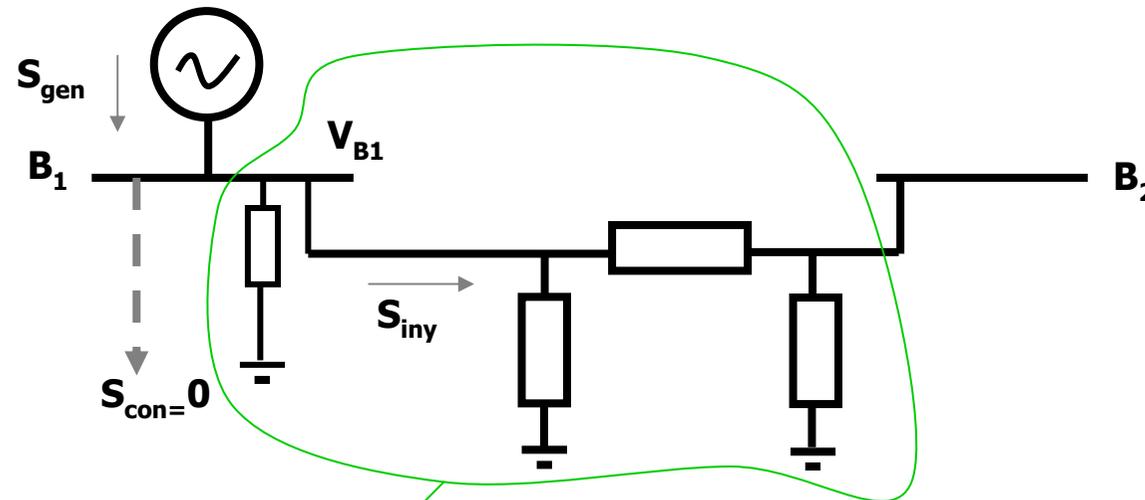
$$P_{iny} = P_{gen} - P_{con}$$
$$Q_{iny} = Q_{gen} - Q_{con}$$

Potencias a utilizar en la caracterización de barras



Retiros de potencia

- **Importante: S_{con} es conocido e independiente del voltaje (en la diapositiva anterior).**
- **¿Qué pasa cuándo es dependiente del voltaje? ($Z=cte$)**



La impedancia se agrega a Y

$$P_{iny} = P_{gen} - P_{con}$$
$$Q_{iny} = Q_{gen} - Q_{con}$$

0



Resolución de sistemas de ecuaciones no-lineales.

- **Objetivo: Resolver sistemas del tipo $f(x)=0$.**
- **Método de Gauss-Seidel.**
 - **Idea: Si una función $f(x)=0$ se puede escribir como $x=g(x)$, entonces, se define la siguiente sucesión, comenzando con un $x^{(k)}$ arbitrario:**

$$x^{(k+1)}=g(x^{(k)})$$

- **Se dice que se llega a la solución del problema si:**

$$|x^{(k+1)}-x^{(k)}| < \epsilon$$

- **El método es simple, pero presenta problemas de convergencia.**



Resolución de sistemas de ecuaciones no-lineales.

- **Método de Newton-Rhapson.**

- Basado en aproximación de Taylor de primer orden.
- Si se tiene una función $f(x)=0$, y se toma una solución $x^{(k)}$ tal que está desviada de x en $\Delta x^{(k)}$, se tiene:

$$f(x^{(k)} + \Delta x^{(k)})=0$$

- Aproximando en primer orden:

$$f(x^{(k)}) + \frac{df(x^{(k)})}{dx} \Delta x^{(k)} \approx 0 \Rightarrow \Delta x^{(k)} = - \left[\frac{df(x^{(k)})}{dx} \right]^{-1} f(x^{(k)})$$

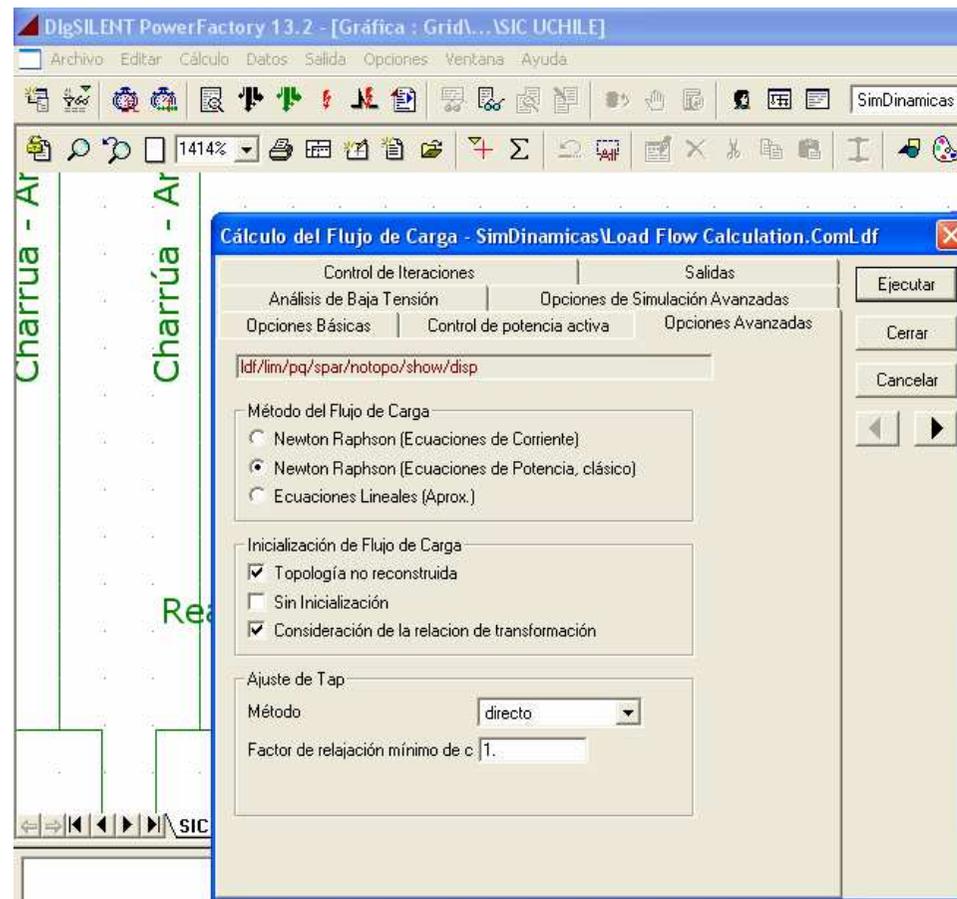
- Y así se tiene un método iterativo:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)} = x^{(k)} - \left[\frac{df(x^{(k)})}{dx} \right]^{-1} f(x^{(k)})$$



Resolución de sistemas de ecuaciones no-lineales.

- El método de NR requiere menos iteraciones, y posee convergencia cuadrática.
- Sin embargo, requiere más cálculos.
- Es el método más utilizado en software de sistemas de potencia.





Flujo de potencia con Gauss-Seidel

- De la fila i -ésima de la formulación matricial de corrientes inyectadas:

$$\dot{I}_i = \frac{P_{iny} - jQ_{iny}}{\dot{V}_i^*} = \dot{V}_i y_{ii}^{barra} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \dot{V}_j y_{ij}^{barra}$$
$$\dot{S}_{iny} = \dot{V}_i \dot{I}_{iny}^* \Rightarrow \dot{I}_{iny} = \left(\frac{\dot{S}_{iny}}{\dot{V}_i} \right)^*$$

$$\dot{V}_i = \frac{1}{y_{ii}^{barra}} \left[\frac{P_{iny} - jQ_{iny}}{\dot{V}_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \dot{V}_j y_{ij}^{barra} \right]$$

- En cada barra (menos el Slack) siempre se tienen dos variables:
 - Si es PV, no se conoce Q y el ángulo de la tensión.
 - ❖ Cuando no se conoce Q, se puede escribir en función de las tensiones.
 - Si es PQ, no se conoce la magnitud y el ángulo de la tensión.
 - Nuestro "x" será el vector de voltajes.



Flujo de potencia con Gauss-Seidel

- **Escribiremos un sistema $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{g}(\mathbf{x}^{(k)})$:**

$$\dot{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{y_{ii}^{barra}} \left[\frac{P_{iny} - jQ_{iny}}{\dot{V}_i^{(k)*}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \dot{V}_j^{(k)} y_{ij}^{barra} \right]$$

- **Para una barra PQ, queda tal cual.**
- **Para una barra PV, notar que se desconoce Q_{iny} .**

$$Q_{iny} = \text{Im} \{ \dot{V}_i I_i^* \} = \text{Im} \left\{ \dot{V}_i \sum_{j=1}^n \dot{V}_j^* y_{ij}^{barra*} \right\}$$

$$\dot{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{y_{ii}^{barra}} \left[\frac{P_{iny} - j \text{Im} \left\{ \dot{V}_i^{(k)} \sum_{j=1}^n \dot{V}_j^{(k)*} y_{ij}^{barra*} \right\}}{\dot{V}_i^{(k)*}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \dot{V}_j^{(k)} y_{ij}^{barra} \right]$$

- **Importante: Sólo nos quedamos con el ángulo del fasor anterior.**