EL57A – Sistemas Eléctricos de Potencia

Pauta Control 1 – Pregunta 2

Pauta por: Eduardo Zamora

Parte a) (25%)

Trabajando en base propia de los generadores, se tendrá:

Valores base: S_B = 402 [MVA], V_B = 13,8 [kV]

P_{min}	124 [MW]	0,3085 [p.u.]
P_{max}	393,357 [MW]	0,9785 [p.u.]
Q_{min}	170 [MVAr]	-0,3565 [p.u.]
Q_{max}	-143,3 [MVAr]	0,4229 [p.u.]

Los límites de potencia activa mínima y máxima son directamente entregados.

$$P_{min} = 0{,}3085$$

$$P_{max} = 0{,}9785$$

En p.u., el límite de calentamiento de estator (con tensión nominal en bornes) es el clásico:

$$P^2 + Q^2 = 1$$

El límite de estabilidad no se entrega, lo dejaremos en el límite teórico:

$$\delta_{max} = 90°$$

El límite de calentamiento del rotor se puede obtener a partir de Q_{max}: Notamos que dadas las formas de las curvas, Q_{max} podrá entregarse para P_{min}. Entonces:

$$tg(\delta_{Qmax}) = \frac{P_{min}}{Q_{max} + \frac{1}{X_d}} = \frac{0{,}3058}{0{,}4229 + \frac{1}{1{,}682}}$$

$$\delta_{Qmax} = 16{,}87°$$

$$P_{min} = \frac{V \cdot E_{max} \cdot sen(\delta_{Qmax})}{X_d}$$

$$E_{max} = \frac{P_{min} \cdot X_d}{V \cdot sen(\delta_{Qmax})} = \frac{0,3058 \cdot 1,682}{1 \cdot sen(16,87°)} = 1,7882\ [p.u.]$$

Entonces el límite toma la forma:

$$P^2 + \left(Q + \frac{V^2}{X_d}\right)^2 = \left(\frac{V \cdot E_{max}}{X_d}\right)^2$$

$$P^2 + (Q + 0,5945)^2 = (1,0631)^2$$

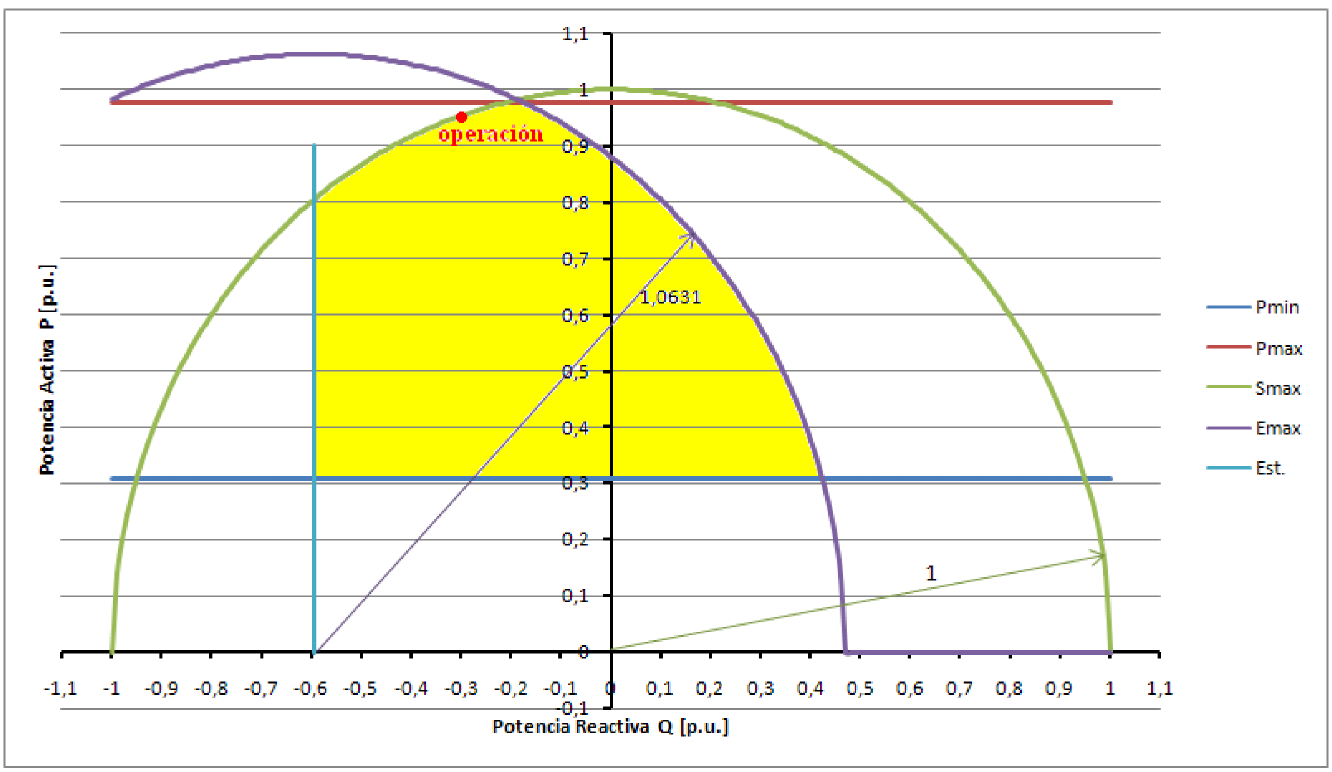
Finalmente, no se obtendrá un límite de excitación mínima, dado que para δ = 90°, la potencia reactiva es fija e igual a $-1/X_d$ = -0,5945 [p.u.], lo cual no coincide con los -0,3565 [p.u.] dados.

Solo falta el punto de operación (consideraremos f.p. en adelanto, es decir, el generador consume reactivos). Trabajando a máxima potencia aparente se tendrá:

$$P_{op} = 0,95$$

$$Q_{op} = \sqrt{1 - 0,95^2} = 0,3122$$

Con esto, la carta de operación completa resulta:



Parte b) (10%)

En el circuito equivalente solo entregaremos las impedancias de los generadores y los transformadores en p.u. base 100 [MVA]. Los parámetros de las líneas son calculados más adelante.

Generador:

$$X_d = 1{,}682 \cdot \frac{13{,}8^2}{402} \cdot \frac{100}{13{,}8^2} = 0{,}4184\ [p.u.]$$

Transformador: La prueba de cortocircuito se realiza a corriente nominal en AT. En valores físicos, corrientes de línea, tensión entre fases y potencia trifásica:

$$I_{nom} = \frac{S_{nom}}{\sqrt{3} \cdot V_{nom}}$$

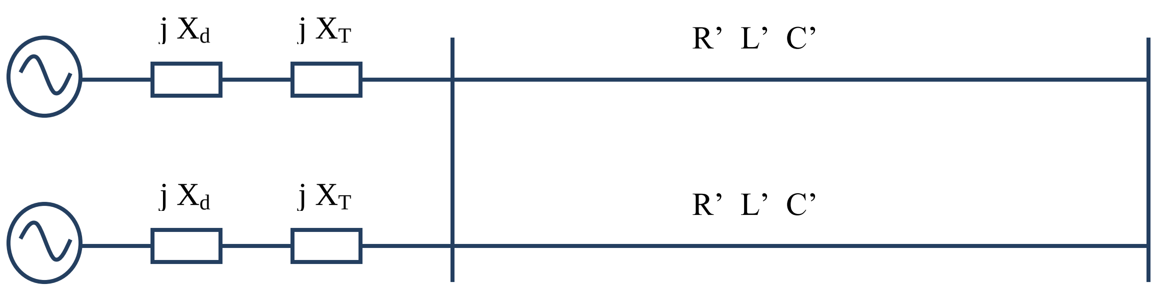
$$V_{cc} = \sqrt{3} \cdot I_{nom} \cdot Z_T = \sqrt{3} \cdot \frac{S_{nom}}{\sqrt{3} \cdot V_{nom}} \cdot Z_T$$

$$Z_T = \frac{V_{nom}}{S_{nom}} \cdot V_{cc}\ [\Omega] = \frac{S_{nom}}{V_{nom}^2} \cdot \frac{V_{nom}}{S_{nom}} \cdot V_{cc}\ [p.u.]b.p. = \frac{V_{cc}}{V_{nom}}\ [p.u.]b.p.$$

Finalmente en base del sistema

$$Z_T = \frac{V_{cc}}{V_{nom}} \cdot \frac{V_{nom}^2}{S_{nom}} \cdot \frac{S_B}{V_B^2}\ [p.u.] = \frac{28450}{230000} \cdot \frac{230000^2}{420000000} \cdot \frac{100000000}{230000^2} = 0{,}0295\ [p.u.]$$

$$X_T = 0{,}0295\ [p.u.]$$



Por su utilidad más adelante, calcularemos las bases de la zona de generadores, y de la zona de la línea:

	Generación	**Transmisión**
Potencia Base [MVA]	100	100
Tensión Base V_B [kV]	13,8	230
Impedancia Base Z_B [Ω]	1,9044	529
Corriente Base I_B [A]	4183,70	251,02

Notemos que el transformador tiene una razón de transformación de 13,8 / 230 [kV] en el tap nominal, por lo que las bases de tensión deben mantener esta razón. Se podría haber elegido V_{B2} = 220 [kV], pero en este caso, la base de la zona de generación debiera ser V_{B1} = 13,2 [kV]

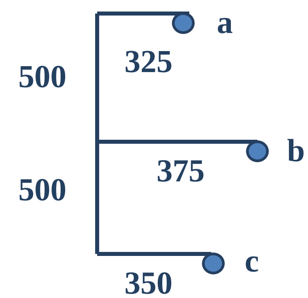
Parte c) (10%)

Cálculo del radio del conductor ACAR 1200 MCM

$$r_{cond} = \sqrt{\frac{1200 \cdot 0{,}5067}{\pi}} = 13{,}9121\ [mm]$$

Distancia equivalente

$$d_{ab} = \sqrt{500^2 + 50^2} = 502{,}49\ [cm]$$
$$d_{bc} = \sqrt{500^2 + 25^2} = 500{,}62\ [cm]$$
$$d_{ca} = \sqrt{1000^2 + 25^2} = 1000{,}31\ [cm]$$
$$D_{eq} = \sqrt[3]{d_{ab} \cdot d_{bc} \cdot d_{ca}} = 631{,}33\ [cm]$$



Radios equivalentes

$$r_{eq}^{C} = \sqrt{r_{cond} \cdot d_{cond}} = \sqrt{13{,}9121 \cdot 200} = 52{,}7486\ [mm]$$
$$r_{eq}^{L} = \sqrt{e^{-0{,}25} \cdot r_{cond} \cdot d_{cond}} = \sqrt{e^{-0{,}25} \cdot 13{,}9121 \cdot 200} = 46{,}5505\ [mm]$$

Parámetros de línea (por circuito)

$$R' = \frac{0{,}030}{2} = 0{,}015\ \left[\frac{\Omega}{km}\right]$$

$$C' = \frac{2\pi \cdot 8{,}8542 \cdot 10^{-12}}{ln\left(\frac{6313{,}3}{52{,}7486}\right)} = 1{,}1626 \cdot 10^{-11} \left[\frac{F}{m}\right] = 1{,}1626 \cdot 10^{-8} \left[\frac{F}{km}\right]$$

$$L' = 2 \cdot 10^{-7} \cdot ln\left(\frac{6313{,}3}{46{,}5505}\right) = 9{,}8198 \cdot 10^{-7} \left[\frac{H}{m}\right] = 9{,}8198 \cdot 10^{-4} \left[\frac{H}{km}\right]$$

Parte d) (30%)

Calculemos el modelo pi del doble circuito (línea corta):

$$Z = \frac{1}{2} \cdot (0{,}015 + j2\pi 50 \cdot 9{,}8198 \cdot 10^{-4}) \cdot 140 = 1{,}05 + j21{,}5949\ [\Omega]$$
$$Y = 2 \cdot j2\pi 50 \cdot 1{,}1626 \cdot 10^{-8} \cdot 140 = j1{,}0227 \cdot 10^{-3}\ [S]$$

Pasamos a p.u. mediante la impedancia base del lado de 230 [kV] (529 [Ω]):

$$Z = 0{,}001985 + j0{,}040822\ [p.u.]$$
$$Y = j0{,}541008\ [p.u.]$$

Y ahora los parámetros ABCD

$$A = D = \frac{ZY}{2} + 1 = 0{,}988957 + j0{,}000537\ [p.u.] = 0{,}988957 < 0{,}03°\ [p.u.]$$
$$B = Z = 0{,}001985 + j0{,}040822\ [p.u.] = 0{,}040870 < 87{,}22°\ [p.u.]$$
$$C = Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) = -0{,}000145 + j0{,}538021\ [p.u.] = 0{,}538021 < 90{,}02°\ [p.u.]$$

Sea el extremo transmisor "Ralco" con tensión $V_1 < \theta°$ y el receptor "Charrúa", con tensión $V_2 < 0°$.

$$V_1 = A \cdot V_2 + B \cdot I_2 \rightarrow I_2^* = \frac{V_1^* - A^* \cdot V_2^*}{B^*}$$
$$S_2 = V_2 \cdot I_2^* = \frac{V_2 \cdot V_1}{B} < (\beta - \theta) - \frac{A \cdot V_2^2}{B} < (\beta - \alpha)$$

Ahora se debe imponer $Q_2 = 0$ para tener carga natural en la línea, despejando así el ángulo en el extremo transmisor que permite esto:

$$\frac{V_1 \cdot V_2}{B} sen(\beta - \theta) - \frac{A \cdot V_2^2}{B} sen(\beta - \alpha) = 0$$
$$V_1 \cdot sen(\beta - \theta) = A \cdot V_2 \cdot sen(\beta - \alpha)$$
$$\theta = \beta - arcsen\left(\frac{A \cdot V_2}{V_1} \cdot sen(\beta - \alpha)\right) = 87{,}22° - arcsen\left(\frac{0{,}988957 \cdot 1}{1} \cdot sen(87{,}22° - 0{,}03°)\right)$$
$$\theta = 6{,}19°$$

Para encontrar la carga natural, reemplazamos θ en la expresión de la potencia activa en el extremo receptor:

$$P_2 = \frac{V_1 \cdot V_2}{B} cos(\beta - \theta) - \frac{A \cdot V_2^2}{B} cos(\beta - \alpha)$$

$$P_2 = \frac{1 \cdot 1}{0{,}040870} \cos(87{,}22° - 6{,}19°) - \frac{0{,}988957 \cdot 1^2}{0{,}040870} \cos(87{,}22° - 0{,}03°)$$

$$P_2 = 2{,}628690\ [p.u.] = 262{,}8690\ [MW]$$

Por la definición de carga natural se tendrá que su equivalente pasivo debe ser resistivo, y su magnitud es (referida a la zona de 230 [kV], Z_{base} = 529 [Ω]):

$$R_{natural} = \frac{V_2^2}{P_{natural}} = \frac{1^2}{2{,}628690} = 0{,}380418\ [p.u.] = 201{,}2411\ [\Omega]$$

Finalmente, veamos si la carga es térmicamente factible para la línea:

$$I_2 = \frac{V_1 - A \cdot V_2}{B} = \frac{(1 < 6{,}19°) - (0{,}988957 < 0{,}03°) \cdot (1)}{(0{,}040870 < 87{,}22°)} = 2{,}6287 < 0{,}00°[p.u.] = 659{,}86\ [A]$$

$$I_1 = C \cdot V_2 + D \cdot I_2 = (0{,}538021 < 90{,}02°) \cdot 1 + (0{,}988957 < 0{,}03°) \cdot (2{,}6287 < 0{,}00°)$$

$$I_1 = 2{,}6549 < 11{,}72° = 666{,}43\ [A]$$

Con lo cual queda claro que la corriente es térmicamente factible en ambos extremos de la línea. De hecho, si cada conductor ACAR 1200 MCM tiene una capacidad de 1124 [A], como son 2 circuitos y dos conductores por circuito, la capacidad de la línea es de 4496 [A]

Parte e) (15%)

La corriente de cada generador es la mitad de la calculada anteriormente como I_1.

$$I_G = \frac{2{,}6549 < 11{,}72°}{2} = 1{,}3275 < 11{,}72°\ [p.u.]$$

$$I_G = 5553{,}86\ [A]$$

La tensión en bornes de cada generador se obtiene sumando a V_1 la caída de tensión en el transformador.

$$V_G = V_1 + I_G \cdot jX_T = (1 < 6{,}19°) + (1{,}3275 < 11{,}72°) \cdot (j0{,}0295) = 0{,}9970 < 8{,}43°\ [p.u.]$$
$$V_G = 13{,}76\ [kV]$$

La potencia aparente en bornes de cada generador será:

$$S_G = V_G \cdot I_G^* = 1{,}3235 < -3{,}29° = 1{,}3213 - j0{,}0760$$
$$P = 132{,}13\ [MW] \quad\quad Q = -76{,}00\ [MVAr]$$

La tensión interna se obtendrá considerando la caída de tensión en la reactancia sincrónica:

$$E = V_G + I_G \cdot jX_d = (0{,}9970 < 8{,}43°) + (1{,}3275 < 11{,}72°) \cdot (j0{,}4184) = 1{,}1131 < 38{,}31°\ [p.u.]$$
$$E = 15{,}36\ [kV]$$

Se observa que se puede entregar carga natural por parte de los generadores sin presentar problemas térmicos, ya que:

$$I_{nom} = \frac{402\ [MVA]}{\sqrt{3} \cdot 13{,}8\ [kV]} = 16818{,}46\ [A] \gg I_G = 5553{,}86\ [A]$$

Adicionalmente se observa que se entrega potencia por sobre P_{min} = 124 [MW], y la tensión interna E en [p.u.] es menor que E_{max} = 1,7882 p.u. (notar que las bases del sistema y del generador para la tensión son iguales, por lo que podemos comparar sus valores por unidad). Esto implica directamente que también se respeta Q_{max} = 170 [MVAr].

Parte f) (10%)

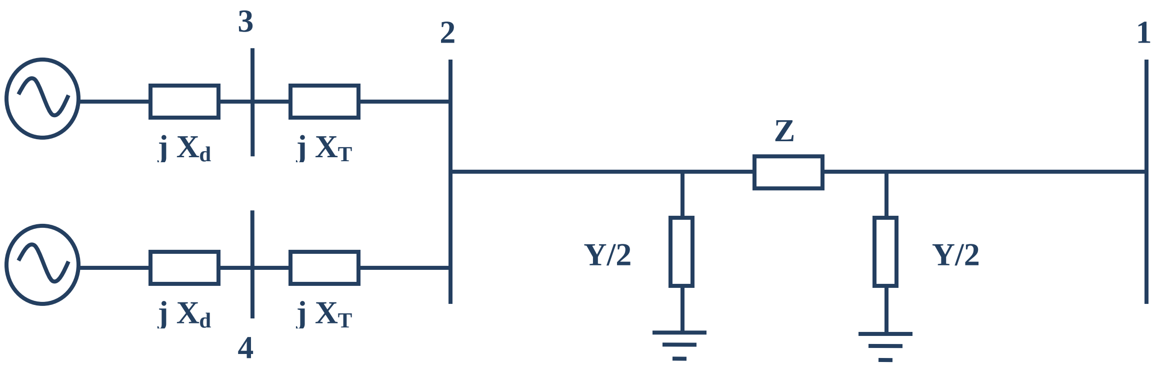
Para calcular la matriz de admitancia consideramos los siguientes puntos:

- Transformadores con su posición en tap 4.

$$X_T = \frac{V_{cc}}{V_{nom}} \cdot \frac{V_{nom}^2}{S_{nom}} \cdot \frac{S_B}{V_B^2}\ [p.u.] = \frac{27280}{230000} \cdot \frac{230000^2}{420000000} \cdot \frac{100000000}{230000^2} = 0{,}0282\ [p.u.]$$

- Se considera el modelo pi del doble circuito, con Z e Y calculados en la parte d).
- Ojo, que estamos viendo el sistema desde las barras de BT de los transformadores hacia Charrúa, luego, las impedancias de los generadores no juegan ningún rol.

De esta forma el circuito con sus barras numeradas según enunciado queda:



Calculamos los elementos de la matriz de admitancia:

Diagonal:

$$y_{11} = \frac{Y}{2} + \frac{1}{Z} = 1{,}1884 - j24{,}1683$$

$$y_{22} = \frac{Y}{2} + \frac{1}{Z} + \frac{1}{jX_T} + \frac{1}{jX_T} = 1{,}1884 - j95{,}0903$$

$$y_{33} = y_{44} = \frac{1}{jX_T} = -j35{,}4610$$

Fuera de la diagonal:

$$y_{12} = y_{21} = \frac{-1}{Z} = -1{,}1884 + j24{,}4388$$

$$y_{23} = y_{32} = y_{24} = y_{42} = \frac{-1}{jX_T} = j35{,}4610$$

El resto de los términos son todos nulos. Con esto, la matriz de admitancia en [p.u.] es:

$$\begin{pmatrix} 1{,}1884 - \mathrm{j}24{,}1683 & -1{,}1884 + \mathrm{j}24{,}4388 & 0 & 0 \\ -1{,}1884 + \mathrm{j}24{,}4388 & 1{,}1884 - \mathrm{j}95{,}0903 & \mathrm{j}35{,}4610 & \mathrm{j}35{,}4610 \\ 0 & \mathrm{j}35{,}4610 & -\mathrm{j}35{,}4610 & 0 \\ 0 & \mathrm{j}35{,}4610 & 0 & -\mathrm{j}35{,}4610 \end{pmatrix}$$