



Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Despacho económico térmico.

Prof.: Pablo Medina C.

En esta clase se estudiará el despacho económico de un SEP. Para ello, consideremos el siguiente sistema:

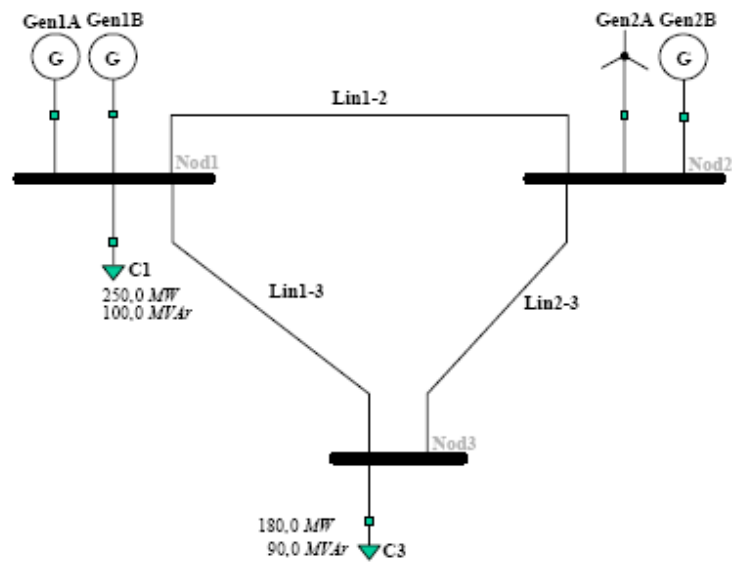


Figura 1: Sistema a estudiar

Los datos de la red de transmisión son los siguientes:

Nombre	Origen	Destino	R	X	B/2	Long	Capacidad
			[pu]	[pu]	[pu]	[km]	[MW]
Lin1-2	Nod1	Nod2	0,0207	0,0826	0,0702	100	130
Lin1-3	Nod1	Nod3	0,0116	0,0579	0,0491	70	130
Lin2-3	Nod2	Nod3	0,0100	0,0521	0,0421	60	130

Los datos de los generadores son los siguientes:

Nombre	Tipo	Nodo	P _{mín}	P _{máx}	Q _{mín}	Q _{máx}	Rango V
			[MW]	[MW]	[MVA _r]	[MVA _r]	[pu]
Gen1A	Hidráulico embalse	Nod1	40	80	-40	40	0,9-1,05
Gen1B	Térmico	Nod1	70	250	-100	100	0,9-1,05
Gen2A	Parque eólico	Nod2	0	12	0	0	0,9-1,05
Gen2B	Térmico	Nod2	80	200	-100	125	0,9-1,05

Los datos de los consumos son:

Nombre	Tipo	Nodo	P	Q
			[MW]	[MVA _r]
C1	Consumo	Nod1	250	100
C3	Consumo	Nod3	180	90

Los costos de operación asociados a los generadores son:

Generador 1A:

- Hidroeléctrica de embalse
- Costo de oportunidad del agua turbinada: $C(V) = 0,001625V + (3,125 \cdot 10^{-9})V^2$ [\$/h]
- Rendimiento del agua turbinada: 0,9 [MW/(m³/s)]

Generador 1B:

- Térmica
- Costo de operación declarado: $C(P) = 7P + 0,08P^2$ [\$/h]

Generador 2A:

- Parque aerogenerador de 15 unidades
- A la hora del estudio, se espera que cada unidad genere 800 kW

Generador 2B:

- Térmica a carbón
- Consumo específico: $\frac{\partial H}{\partial P} = (51,25P + 6113,333)10^{-3}$ [MBtu / MWh]
- Costo del carbón: 1,6 [\$/MBtu]

Los problemas a resolver en esta clase serán:

- 1.- Despacho económico uninodal sin límites de generación
- 2.- Despacho económico uninodal con límites de generación

2.- Despacho económico uninodal sin límites de generación

Este problema de optimización es del tipo:

$$\min_x f(x)$$

s.a.

$$g(x) = 0$$

Utilizando la teoría de los multiplicadores de Lagrange, escribimos la siguiente función:

$$F(x, \lambda) = f(x) + \lambda g(x)$$

Y el óptimo del problema es el vector x y el escalar lambda tal que:

$$\frac{\partial F(x, \lambda)}{\partial x} = \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \lambda \frac{\partial g(x)}{\partial x} = 0$$
$$\frac{\partial F(x, \lambda)}{\partial \lambda} = g(x) = 0$$

En el caso del problema de despacho económico uninodal con costos cuadráticos, se tiene el siguiente problema:

$$\min_x \sum_{i=1}^N \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma P_i^2$$

s.a.

$$P_D^{Total} - \sum_{i=1}^N P_i = 0$$

La función aumentada será:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma P_i^2 + \lambda \sum_{i=1}^N P_i - P_D^{Total}$$

Las derivadas parciales de esta función son:

$$\frac{\partial F(\vec{P}, \lambda)}{\partial P_i} = \beta_i + 2\gamma P_i + \lambda$$

$$\frac{\partial F(\vec{P}, \lambda)}{\partial \lambda} = P_D^{Total} - \sum_{i=1}^N P_i$$

Si imponemos las condiciones de optimalidad (usando las dos últimas expresiones) tenemos que:

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i}, \text{ luego}$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} = P_D^{Total} \Rightarrow \lambda = \frac{P_D^{Total} + \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{2\gamma_i}}$$

λ es el costo marginal del sistema, que es equivalente a decir cuánto más sale producir un MWh adicional.

Una vez encontrado el λ , se reemplaza en la expresión de P_i para todos los generadores y se obtiene el despacho.

En el caso de las centrales eólicas, de pasadas, o de alguna tecnología cuyo costo de oportunidad sea cero, la generación esperada de estas centrales se incorpora a la función de restricción de igualdad, que en términos prácticos es decir que ahora el sistema tiene una potencia demandada menor.

Para resolver este problema, debemos primero encontrar las funciones de costo de los generadores:

Generador 1A:

Costo de oportunidad $C(V) = 0,001625V + (3,125 \cdot 10^{-9})V^2$ [\$/h], donde V es el volumen turbinado en una hora.

$$\text{El caudal entonces es } q = V/3600 \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

Y dado el rendimiento del agua turbinada

$$P = 0,9 \left[\frac{MW}{\cancel{\frac{m^3}{s}}} \right] V/3600 \left[\cancel{\frac{m^3}{s}} \right] = \frac{0,9}{3600} V \Rightarrow V = 4000P$$

Y esto se reemplaza en la función de costo de oportunidad para dar lugar a la función de costo relevante para el problema de despacho económico:

$$C(P) = 6,5P + 0,05P^2 \text{ [$/h]}$$

Generador 2B:

Multiplicando el consumo específico por el precio del carbón se obtiene la función de costo incremental:

$$C_{incr}(P) = 0,082P + 9,781P [\$ / MWh]$$

Integrando en P se obtiene la función de costo horario:

$$C(P) = 9,781P + 0,041P^2 [\$ / h]$$

En estricto rigor se debiese incorporar el costo fijo de la central, pero esta vez será ignorado.

En resumen:

Gen 1A	:	$C(P) = 6,5P + 0,05P^2 [\$ / h]$
Gen 1B	:	$C(P) = 7P + 0,08P [\$ / h]$
Gen 2A	:	$C(P) = 0 [\$ / h]$
Gen 2B	:	$C(P) = 9,781P + 0,041P^2 [\$ / h]$

La carga total del sistema es de 430 [MW]. Luego, para incorporar la generación del parque eólico, le restamos los 12 MW a la carga, es decir, el resto de las centrales ven una carga total de 418 [MW]

Para despachar, ocupamos las fórmulas desarrolladas, y de este modo se tiene que:

$$\lambda = 22,711 [\$ / MWh]$$

$$P_{1A} = 162,11 [MW]$$

$$P_{1B} = 98,2 [MW]$$

$$P_{2A} = 12 [MW]$$

$$P_{2B} = 157,69 [MW]$$

2.- Despacho económico uninodal con límites de generación

Del ejercicio anterior podemos ver que el generador 1A sobrepasa su capacidad de generación. Esta vez el problema a resolver es del siguiente tipo:

$$\min_x f(x)$$

$$s.a.$$

$$g(x) = 0$$

$$h_j(x) \leq 0, \forall_j$$

Utilizando la teoría de los multiplicadores de Lagrange, escribimos la siguiente función:

$$F(x, \lambda, \vec{\mu}) = f(x) + \lambda g(x) + \sum_j \mu_j h_j(x)$$

Y el óptimo del problema es el vector x , el escalar λ y el vector μ tal que:

$$\frac{\partial F(x, \lambda, \vec{\mu})}{\partial x} = \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \lambda \frac{\partial g(x)}{\partial x} + \sum_j \mu_j \frac{\partial h_j(x)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial F(x, \lambda, \vec{\mu})}{\partial \lambda} = g(x) = 0$$

$$\frac{\partial F(x, \lambda, \vec{\mu})}{\partial \mu_j} = h_j(x) \leq 0$$

$$\mu_j h_j = 0 \text{ \& } \mu_j \geq 0$$

Las últimas dos ecuaciones dan cuenta de las condiciones de Kuhn-Tucker:

- Si h_j es igual a cero, μ_j debe ser mayor estricto que cero (restricción activa)
- Si h_j es menor estricto que 0, μ_j debe ser igual a cero (restricción inactiva)

Lo anterior aplicado a nuestro caso, se traduce en que el despacho óptimo cumple con las siguientes condiciones:

$$\frac{\partial C(P_i)}{\partial P_i} = \lambda, P_{\min}^i \leq P_i \leq P_{\max}^i$$

$$\frac{\partial C(P_i)}{\partial P_i} < \lambda, P_i = P_{\max}^i$$

$$\frac{\partial C(P_i)}{\partial P_i} > \lambda, P_i = P_{\min}^i$$

En otras palabras:

- Si el costo marginal de la máquina es mayor al costo marginal del sistema, esta debe estar despachada en su mínimo
- Si el costo marginal de la máquina es menor al costo marginal del sistema, esta debe estar despachada completa

Recordemos que en el despacho económico sin restricciones, la generación de la máquina 1A es superior a su límite de generación. Si fijamos la generación de esta máquina en su máximo, podemos resolver un problema de optimización sin restricciones, RESTANDO LOS 80 MW de esta máquina al consumo.

De esta manera se obtiene el siguiente resultado:

$$\lambda = 27,163 \left[\frac{\$}{MWh} \right]$$

$$P_{1A} = 80 [MW]$$

$$P_{1B} = 126,02 [MW]$$

$$P_{2A} = 12 [MW]$$

$$P_{2B} = 211,98 [MW]$$

Y antes de comprobar condiciones de optimalidad, vemos que la máquina 2B está ahora fuera de su límite de generación. Nuevamente resolvemos un problema de optimización sin restricciones, despachando la máquina 2B a su máxima capacidad y restando su generación del consumo. Esta vez el resultado es el siguiente:

$$\lambda = 29,08 \left[\frac{\$}{MWh} \right]$$

$$P_{1A} = 80 [MW]$$

$$P_{1B} = 138 [MW]$$

$$P_{2A} = 12 [MW]$$

$$P_{2B} = 200 [MW]$$

Queda propuesto verificar que se cumplen las restricciones de Kuhn-Tucker