Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Eléctrica
EL57A – Sistemas Eléctricos de Potencia

Prof.: Pablo Medina C.
Aux.: Lorenzo Reyes.
Ayuds.: Miguel Neicún, Eduardo Zamora.

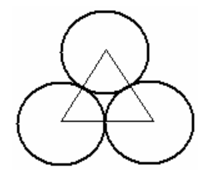
Pauta Ejercicio 1 - Primavera 2010

Pauta por Miguel Neicún

Pregunta 1

Resistencia: empleando la formula dada en el enunciado (1) y reemplazando los valores de los parámetros dados con $S = 0{,}0008[m^2]$ se llega a $R' = 0{,}02664\left[\frac{\Omega}{km}\right]$

Capacitancia: usando (2) donde $\varepsilon_0 = 8{,}8542 \times 10^{-9}\left[\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{km}}\right]$, $\varepsilon_r = 3{,}9$, $\mathrm{D}_{\mathrm{ext}_{\mathrm{cond}}} = 42{,}5[\mathrm{mm}]$ (hasta la superficie del conductor) y $\mathrm{D}_{\mathrm{sobre\ aisl}} = 42{,}5 + 2 \cdot 8{,}5 = 59{,}5[\mathrm{mm}]$ se obtiene $C' = 6{,}4483 \times 10^{-7}\left[\frac{F}{km}\right]$



$$R = \frac{\rho_{20}}{S}\left(1 + \alpha\left(T[°C] - 20\right)\right) \quad (1)$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\left(\frac{D_{sobre\ aisl}}{D_{ext\_cond}}\right)} \quad (2)$$

Inductancia: Dado que la distancia entre las fases es la misma e igual al diámetro del cable (76[mm]) se tiene que la distancia equivalente es $d_{eq} = \sqrt[3]{76 \cdot 76 \cdot 76} = 76[mm]$

Por otro lado, durante el control se dijo que se considerara el conjunto "alma de acero-cobre" como un conductor sólido, por lo que el radio es $r = \frac{42{,}5}{2} = 21{,}25[mm]$

De esta forma, se tiene que $r_{eq}^L = e^{-0{,}25}r = 16{,}5495[mm]$ llegando al siguiente valor de inductancia:

$$L' = 2 \times 10^{-4}\ln\left(\frac{d_{eq}}{r_{eq}^L}\right)\left[\frac{H}{km}\right] = 3{,}0488 \times 10^{-4}\left[\frac{H}{km}\right]$$

Pregunta 2

Se utilizara una potencia base S_B=100[MVA]. Con esto se calcula la impedancia base para cada zona:

- Zona 1: $V_{B1} = 12[kV] \rightarrow Z_{B1} = 1{,}44[\Omega]$
- Zona 2: $V_{B2} = 110[kV] \rightarrow Z_{B2} = 121[\Omega]$

Ahora se expresan todos los elementos en por unidad base común.

Líneas: dado que las líneas Ochagavía-Nodo Común[1] y Renca-Nodo Común poseen el mismo tipo de cable e igual largo, su modelo pi es el mismo. Considerando el largo pequeño de cada línea (5,2[km]) se utilizara el modelo pi exacto[2]:

- $Z_L = (R' + jwL')l = 0{,}1385 + j0{,}4981[\Omega] = 0{,}001145 + j0{,}004116[pu]$
- $\frac{Y_L}{2} = \frac{1}{2}wC'l = j5{,}2671 \times 10^{-4}[S] = j0{,}06373[pu]$

Adicionalmente[3], se calculan la matriz ABCD de la línea:

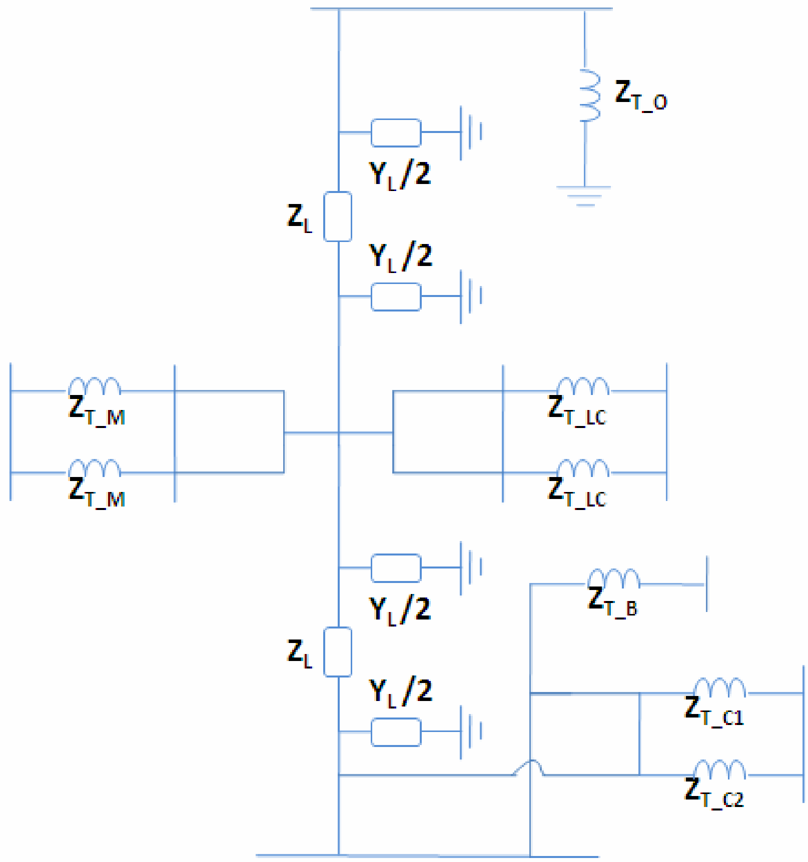
- $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}9997\angle 0{,}004 & 0{,}00427\angle 74{,}46 \\ 0{,}1274\angle 90 & 0{,}9997\angle 0{,}004 \end{bmatrix}[pu]$ [4]

Trafos: todos referidos al lado de baja tensión.

- Ochagavía: $Z_{T_O} = j0{,}1 \times \frac{100}{40} = j0{,}25[pu]$
- Metro: $Z_{T_M} = j0{,}1 \times \frac{100}{40} = j0{,}25[pu]$
- Lord Cochrane: $Z_{T_{LC}} = j0{,}1 \times \frac{100}{44{,}7} = j0{,}2237[pu]$
- Carrascal 1: $Z_{T_{C_1}} = j0{,}1 \times \frac{100}{20} = j0{,}5[pu]$
- Carrascal 2: $Z_{T_{C_2}} = j0{,}1 \times \frac{100}{22{,}4} = j0{,}4464[pu]$
- Brasil: $Z_{T_B} = j0{,}1 \times \frac{100}{22{,}4} = j0{,}4464[pu]$

Así, el circuito equivalente del sistema en estudio queda de la siguiente forma y con los valores calculados recientemente:

[1] Se denominara Nodo Común al punto donde llegan los cables subterráneos desde Ochagavía y Renca.
[2] Se pasa a [pu] la impedancia y la admitancia dividiendo y multiplicando por Z_{B2} respectivamente.
[3] No se otorga puntaje en esta parte por esto, ya que solo se pedían impedancias y admitancias en [pu] base común.
[4] Calculo de parámetros ABCD: $A = D = Z\frac{Y}{2} + 1$ /// $B = Z$ /// $C = \frac{Y}{2(A+1)}$.



Pregunta 3

Se elige como barra de referencia o de ángulo cero el Nodo Común, por lo cual $V_{NC} = 1{,}02 \measuredangle 0[pu]$.

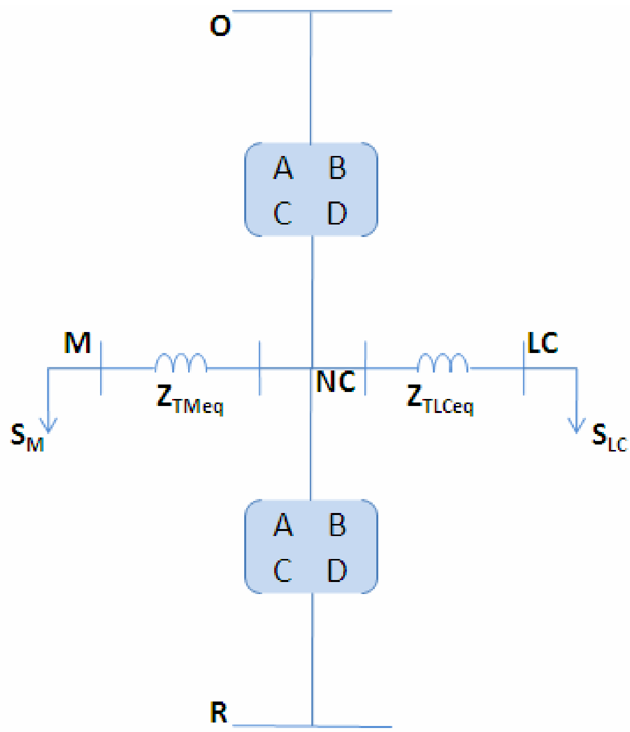
Los dos trafos de Metro son iguales (lo mismo para Lord Cochrane) y su impedancia equivalente es:

- Metro: $Z_{TMeq} = j0{,}125[pu]$
- Lord Cochrane: $Z_{TLCeq} = j0{,}1119[pu]$

La demanda de potencia en las barras Metro y Lord Cochrane es un 80% de la carga nominal (con fp=0,97 capacitivo) del trafo asociado, es decir, se tienen las siguientes cargas (recordar que S_B=100[MVA]):

- Metro: $S_M = 2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4 \measuredangle -cos^{-1}(0{,}97)[pu] = 0{,}64 \measuredangle -14{,}07[pu] = 0{,}6208 - j0{,}1556[pu]$
- Lord Cochrane: $S_{LC} = 2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}447 \measuredangle -cos^{-1}(0{,}97) = 0{,}7152 \measuredangle -14{,}07 = 0{,}6937 - j0{,}1739[pu]$

De esta forma, considerando que en esta pregunta no nos interesa que pasa aguas arriba Ochagavía y que el desconectador entre la línea Renca-Metro y los trafos de Carrascal está abierto, se tiene el siguiente circuito equivalente:



Calculo de tensión en barra Lord Cochrane

Desde Nodo Común a Lord Cochrane se tiene: $V_{NC} = Z_{TLCeq} I_{LC} + V_{LC}$

Multiplicando por I_{LC}^* la ecuación anterior: $V_{NC} I_{LC}^* = Z_{TLCeq} |I_{LC}|^2 + S_{LC}$

Si denotamos como θ al ángulo de I_{LC}, entonces se tiene lo siguiente a partir de la ecuación anterior (trabajando con módulos y ángulos):

$$V_{NC} I_{LC} < -\theta = jX_{TLCeq} I_{LC}^2 + P_{LC} + jQ_{LC}$$

Separando parte real e imaginaria:

$$V_{NC} I_{LC} \cos(\theta) = P_{LC} \quad (I)$$

$$-V_{NC} I_{LC} \sin(\theta) = X_{TLCeq} I_{LC}^2 + Q_{LC} \quad (II)$$

Elevando ambas ecuaciones al cuadrado y sumando:

$$V_{NC}^2 I_{LC}^2 = P_{LC}^2 + X_{TLCeq}^2 I_{LC}^4 + 2Q_{LC} X_{TLCeq} I_{LC}^2 + Q_{LC}^2$$

$$V_{NC}^2 I_{LC}^2 = X_{TLCeq}^2 I_{LC}^4 + 2Q_{LC} X_{TLCeq} I_{LC}^2 + S_{LC}^2$$

Se resuelve esto en la calculadora, la cual nos entrega cuatro soluciones: se desechan los negativos y la solución 9,2585 (muy grande), resultando que $I_{LC} = 0{,}6903[pu]$.

Reemplazando este último resultado en (II) se obtiene $\theta = 9{,}86º$.

Finalmente, se obtiene la tensión en el secundario de los trafos de Lord Cochrane:

$$V_{LC} = \frac{S_{LC}}{I_{LC}^*} = 1{,}0361 \measuredangle -4{,}21[pu]$$

<u>Calculo de tensión en barra Metro</u>

Se denota γ al ángulo de I_M (corriente desde Nodo Común a Metro) y se realiza un procedimiento análogo al anterior para llegar a las siguientes ecuaciones:

$$V_{NC} I_M \cos(\gamma) = P_M \quad (III)$$

$$-V_{NC} I_M \sin(\gamma) = X_{TMeq} {I_M}^2 + Q_M \quad (IV)$$

Elevando ambas ecuaciones al cuadrado y sumando:

$$ {V_{NC}}^2 {I_M}^2 = {X_{TMeq}}^2 {I_M}^4 + 2Q_M X_{TMeq} {I_M}^2 + {S_M}^2$$

Se resuelve en la calculadora para obtener $I_M = 0{,}6177[pu]$

Luego se reemplaza I_M en (IV) resultando que $\gamma = 9{,}86º$.

Tensión en el secundario de los trafos de Metro: $V_M = \frac{S_M}{I_M^*} = 1{,}0361 \measuredangle -4{,}21[pu]$

<u>Calculo de tensiones en barra Ochagavía y Renca</u>

Al no especificarse los dos voltajes de las barras que alimentan al consumo del nodo común, el problema se puede resolver al fijar primero la tensión de la barra Ochagavía o de la barra Renca, y luego resolver. Claramente, las tensiones que se deben suponer deben ser razonables (0,5[pu] no lo es)

En el caso de la pauta, se ha supuesto que una condición de operación factible es cuando las tensiones de las barras Ochagavía y Renca son iguales, por lo que el problema a resolver queda bien definido (una ecuación y una incógnita).

Bajo este supuesto y debido a que las líneas Ochagavía-Nodo Común y Renca-Nodo Común son iguales, la corriente I_{O-NC} que va desde Ochagavía a Nodo Común es igual a la corriente I_{R-NC} que va desde Renca a Nodo Común:

$$I_{O-NC} = I_{R-NC} = \frac{I_M + I_{LC}}{2} = 0{,}654 \measuredangle 9{,}86[pu]$$

Ahora, empleando los parámetros ABCD calculados para cada línea:

$V_Q = AV_{NC} + BI_{Q-NC} = 1{,}0199 \angle 0{,}19[pu]$

Claramente, $\boldsymbol{V_O = V_R = 1{,}01997 \angle 0{,}16[pu]}$

Pregunta 4

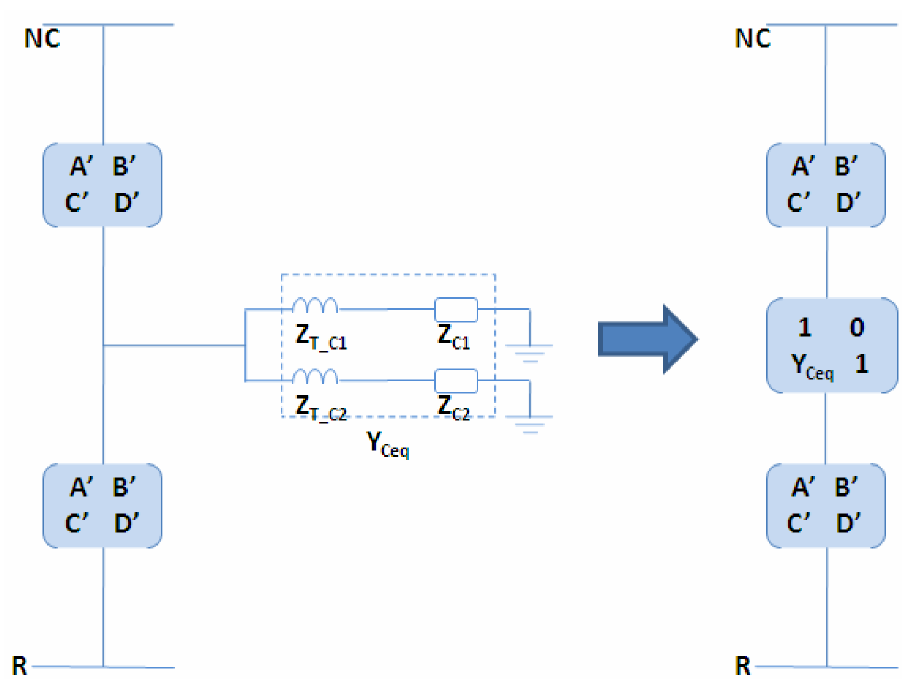
Los consumos de Carrascal tienen un fp=0,93 inductivo por lo que su ángulo de potencia es $\varphi = 21{,}57^{\circ}$.

Considerando un modelo de impedancia constante de modo que se obtiene potencia nominal a tensión nominal (1[pu]) se tiene:

- $S_{C1} = 0{,}2 \angle 21{,}57[pu] \rightarrow Z_{C1} = \dfrac{V_{C1nom}^2}{S_{C1}^*} = 5 \angle 21{,}57[pu]$
- $S_{C2} = 0{,}224 \angle 21{,}57[pu] \rightarrow Z_{C2} = \dfrac{V_{C2nom}^2}{S_{C2}^*} = 4{,}4643 \angle 21{,}57[pu]$

Pregunta 5

Suponiendo que la SE Carrascal es alimentada solo del cable Renca-Metro el circuito equivalente de interés para esta pregunta es el siguiente:



La conexión en tap-off desde Carrascal al cable Renca- Nodo Común ocurre en la mitad del cable, es por ello que las nuevas matrices A'B'C'D' resultantes son iguales y se calculan a partir de la mitad de la impedancia Z_L y la mitad de la admitancia $Y_L/2$ del modelo pi original (de la pregunta 2) . Esto es:

$$\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} Z_L \frac{Y_L}{2} + 1 & \frac{1}{2} Z_L \\ \frac{1}{2} \frac{Y_L}{2(A'+1)} & A' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}9999\angle 0 & 0{,}002136\angle 74{,}45 \\ 0{,}06373\angle 90 & 0{,}9999\angle 0 \end{bmatrix} [pu]$$

Por otro lado, los trafos por si mismos son consumos pasivos, por lo que se utilizan las impedancias calculadas en la pregunta 2.

La admitancia equivalente de todos los consumos considerados como pasivos será:

$$Y_{Ceq} = \frac{1}{Z_{T_{C1}} + Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{T_{C2}} + Z_{C2}} = 0{,}4073 \measuredangle -26{,}7 [pu]$$

Multiplicamos las tres matrices:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_{Ceq} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}0003 \measuredangle 0{,}04 & 0{,}004273 \measuredangle 74{,}47 \\ 0{,}368 \measuredangle -8{,}67 & 1{,}0003 \measuredangle 0{,}04 \end{bmatrix} [pu]$$

Empleando la condición de operación de la pregunta 3, $V_{NC} = 1{,}02 \measuredangle 0 [pu]$ y $I_{R-NC} = 0{,}654 \measuredangle 9{,}86 [pu]$, se llega al siguiente resultado:

$$\boldsymbol{V_R = AV_{NC} + BI_{R-NC} = 1{,}0205 \measuredangle 0{,}2 [pu]}$$