

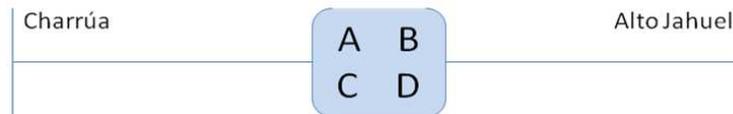


Pauta Auxiliar 5

Pauta por: Miguel Neicún

Parte 1

En esta parte se obtendrán los parámetros ABCD de la línea Charrúa – Alto Jahuel de 500kV:



Distancia equivalente (no confundir con la distancia de separación entre conductores de una misma fase, denotada por d) de las fases y radio del conductor:

- $d_{ab} = d_{bc} = 12950[mm]$, $d_{ca} = 25900[mm]$ entonces $d_{eq} = \sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ca}} = 16315,9776[mm]$
- $s = 1400[MCM] = 709,38[mm^2]^1$
- $r = \sqrt{s/\pi} = 15,0267[mm]$

Son 2 conductores por fase, separados por $d=400[mm]$, entonces: $r_{eq}^C = \sqrt{r \cdot d} = 77,5287[mm]$ y $r_{eq}^L = \sqrt{e^{-0,25} r \cdot d} = 68,4188[mm]$

- Capacitancia: $C' = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(d_{eq}/r_{eq}^C)} = 1,04 \cdot 10^{-8}[F/km]^2$
- Inductancia: $L' = 2 \cdot 10^{-4} \ln\left(\frac{d_{eq}}{r_{eq}^L}\right) = 1,0949 \cdot 10^{-3}[H/km]$
- Susceptancia: $\frac{1}{X'_C} = \omega C' = 3,2673[\mu S/km]$
- Reactancia: $X'_L = \omega L' = 0,344[\Omega/km]$
- Resistencia: por conductor se tiene $R' = \frac{\rho}{s} = 0,0538\left[\frac{\Omega}{km}\right]$ entonces³ $R' = 0,0269\left[\frac{\Omega}{km}\right]$
- Impedancia: $Z' = R' + jX'_L = 0,0269 + j0,344\left[\frac{\Omega}{km}\right]$
- Admitancia: $Y' = j\frac{1}{X'_C} = j3,2673[\mu S/km]$

Puesto que el conjunto de líneas entre Charrúa y Alto Jahuel tiene un largo $l = 190 + 250 = 440[km]$, se debe modelar con el circuito pi exacto. Primero se calcula la impedancia característica z_C y la constante de propagación γ :

- $z_C = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = 324,7251 - j12,677[\Omega] = 324,9725\angle - 2,24[\Omega]$
- $\gamma = \sqrt{Z' \cdot Y'} = 4,142 \cdot 10^{-5} + j1,061 \cdot 10^{-3}[km^{-1}] = 1,0618 \cdot 10^{-3}\angle 87,76[km^{-1}]$

¹ $1[MCM] = 0,5067[mm^2]$

² $\epsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-9}[F/km]$

³ Hay 2 conductores por fase entonces la resistencia será el equivalente de dos resistencias iguales en //.

Asumiendo una potencia base de 100MVA la impedancia base será $Z_B = \frac{500kV^2}{100MVA} = 2500[\Omega]$.

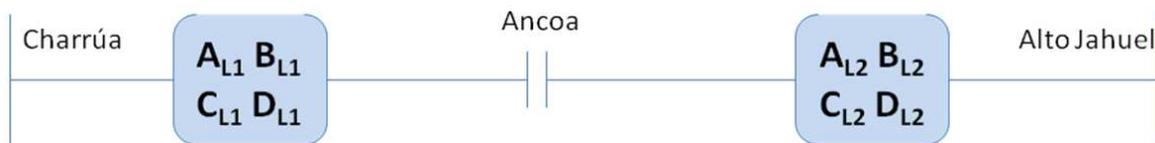
Así tenemos los parámetros ABCD⁴ en pu (se divide B por Z_B , se multiplica C por Z_B y A y D se dejan tal cual ya que son adimensionales):

- $A = D = \cosh(\gamma l) = 0,8931 + j8,2026 \cdot 10^{-3}[pu]$ ⁵
- $B = z_C \sinh(\gamma l) = 4,3966 \cdot 10^{-3} + j5,8385 \cdot 10^{-2}[pu]$
- $C = \sinh(\gamma l)/z_C = -3,9889 \cdot 10^{-6} + j1,386 \cdot 10^{-3}[S] = -9,9723 \cdot 10^{-3} + j3,465[pu]$ ⁶

Finalmente, la matriz de parámetros es $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8932 \angle 0,53 & 0,05855 \angle 85,69 \\ 3,4651 \angle 90,16 & 0,8932 \angle 0,53 \end{bmatrix} [pu]$

Parte 2

En esta parte consideramos un condensador serie instalado en la SE seccionadora Ancoa, dividiéndose la línea original en dos tramos de largo $l_{L1} = 190[km]$ y $l_{L2} = 250[km]$.



Aprovechando que ya se calculó z_C y γ , se empleara también el modelo exacto en este caso⁷. En el anexo se utiliza el modelo de línea corta para comprobar la similitud de los resultados.

Línea Charrúa – Ancoa

- $Z_{L1} = z_C \cdot \sinh(\gamma \cdot l_{L1}) = 5,0421 + j64,9216[\Omega]$
- $A_{L1} = D_{L1} = \cosh(\gamma \cdot l_{L1}) = 0,9798 + j1,5757 \cdot 10^{-3}[pu]$
- $B_{L1} = Z_{L1} = 2,0168 \cdot 10^{-3} + j2,5969 \cdot 10^{-2}[pu]$
- $C_{L1} = \sinh(\gamma \cdot l_{L1})/z_C = -3,269 \cdot 10^{-7} + j6,1659 \cdot 10^{-4}[S] = -8,1725 \cdot 10^{-4} + j1,5415[pu]$
- $\begin{bmatrix} A_{L1} & B_{L1} \\ C_{L1} & D_{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9798 \angle 0,09 & 0,02605 \angle 85,56 \\ 1,5415 \angle 90,03 & 0,9798 \angle 0,09 \end{bmatrix} [pu]$

Línea Ancoa – Alto Jahuel

- $Z_{L2} = z_C \cdot \sinh(\gamma \cdot l_{L2}) = 6,5683 + j85,0027[\Omega]$
- $A_{L2} = D_{L2} = \cosh(\gamma \cdot l_{L2}) = 0,9651 + j2,7145 \cdot 10^{-3}[pu]$
- $B_{L2} = Z_{L2} = 2,6273 \cdot 10^{-3} + j3,4001 \cdot 10^{-2}[pu]$

⁴ No olvidar que las funciones hiperbólicas operan con radianes (configurar ángulo de la calculadora).

⁵ Se llega al mismo resultado con $A = D = Z \frac{Y}{2} + 1$ donde $\frac{Y}{2} = \frac{1}{z_C} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)$

⁶ Se llega al mismo resultado con $C = \frac{Y}{2}(A + 1)$.

⁷ Dado que en el modelo exacto, Z e Y (así como A, B, C y D) no son funciones lineales de la longitud de la línea, no se puede ponderar por el largo de los tramos para obtener los nuevos parámetros.

- $C_{L2} = \sinh(\gamma \cdot l_{L2})/Z_C = -7,4252 \cdot 10^{-7} + j8,073 \cdot 10^{-4} [S] = -1,8563 \cdot 10^{-3} + j2,0182 [pu]$
- $\begin{bmatrix} A_{L2} & B_{L2} \\ C_{L2} & D_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9651 \angle 0,16 & 0,0341 \angle 85,58 \\ 2,0182 \angle 90,05 & 0,9651 \angle 0,16 \end{bmatrix} [pu]$

El condensador serie tiene una reactancia de 30[Ohm]: $Z_C = -jX_C = -j30[\Omega] = -j0,012 [pu]$

De este modo, la matriz ABCD del conjunto que une Charrúa y Alto Jahuel resulta ser la siguiente:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{L1} & B_{L1} \\ C_{L1} & D_{L1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{L2} & B_{L2} \\ C_{L2} & D_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9169 \angle 0,52 & 0,0472 \angle 84,6 \\ 3,5024 \angle 90,16 & 0,9111 \angle 0,52 \end{bmatrix} [pu]$$

Parte 3

Considerando ambos extremos de la línea con tensión nominal y tomando los parámetros $A \angle \alpha$ y $B \angle \beta$ de las partes a) y b) se obtienen los centros y radios de los diagramas del extremo receptor de la línea en estudio:

- Centro $(P_c, Q_c) = (-\frac{A}{B} V_2^2 \cos(\beta - \alpha), -\frac{A}{B} V_2^2 \sin(\beta - \alpha))$
- Radio $R = \frac{V_1 V_2}{B}$

Parámetro	Diagrama parte 1)	Diagrama parte 2)
V_1	1	1
V_2	1	1
A	0,8932	0,9169
α	0,53	0,52
B	0,05855	0,0472
β	85,69	84,6
$\frac{A}{B} V_2^2$	15,26	19,43
$\beta - \alpha$	85,16	84,08
$\frac{V_1 V_2}{B}$	17,08	21,19
Centro P_c	-1,29	-2,004
Centro Q_c	-15,2	-19,32

Por otro lado, la corriente máxima que puede transmitir continuamente la línea o capacidad térmica es $I_{max} = 2 \cdot 1124[A] = 2248[A]$ lo que dividiendo por la corriente base del sistema⁸ da $I_{max} = 19,468 [pu]$.

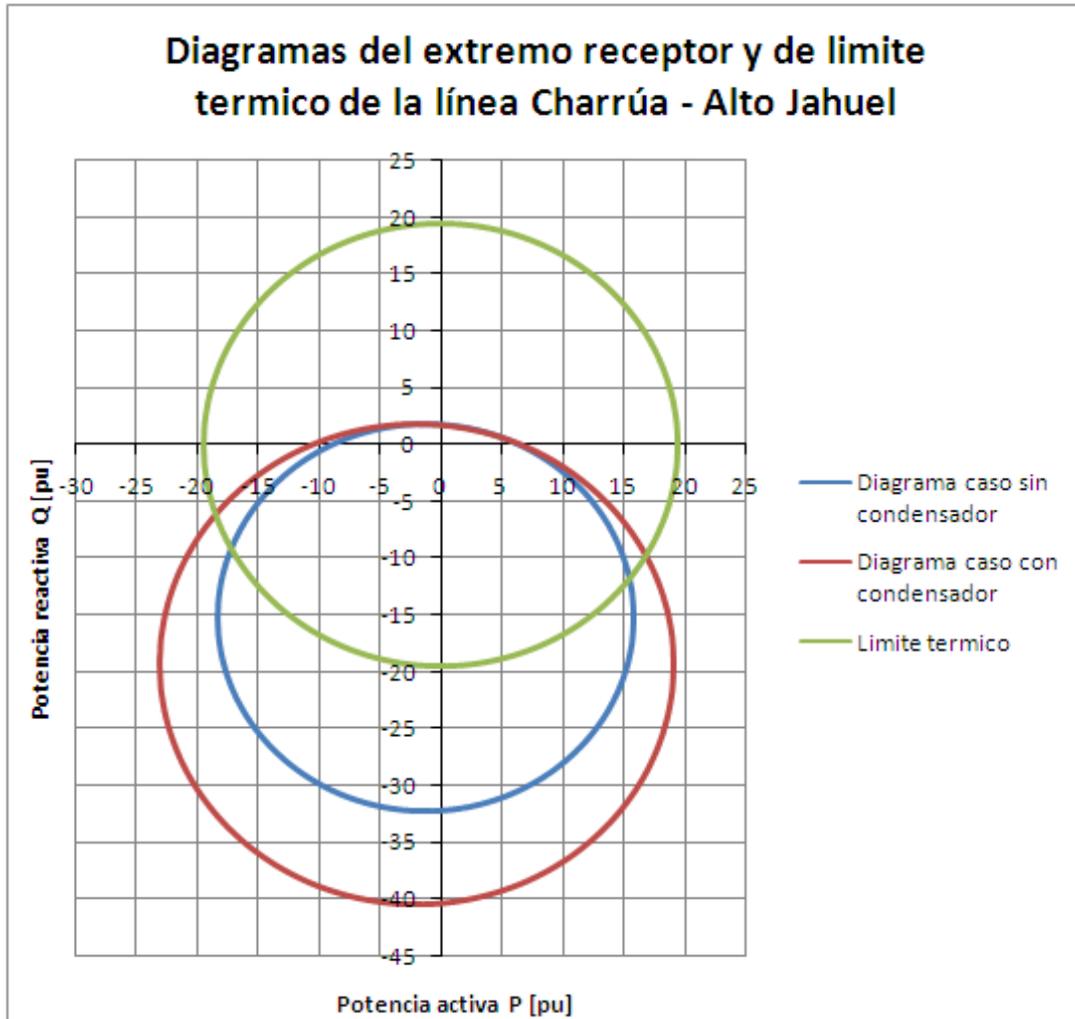
Entonces, la capacidad térmica en MVA a tensión nominal será $S_{max} = V_2 I_{max} = 19,468 [pu]$.

De esta forma se obtiene el diagrama de círculo para ambos casos y el círculo de límite térmico:

$$(P - P_c)^2 + (Q - Q_c)^2 = R^2$$

⁸ Corriente base $I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3} V_B} = \frac{100 MVA}{\sqrt{3} 500 kV} = 115,47 [A]$.

$$- P^2 + Q^2 = S_{\max}^2$$



Parte 4

Directamente del grafico se puede concluir que la función del condensador serie es aumentar la capacidad de transmisión de la línea. Esto se explica debido a que el condensador serie representa una reactancia negativa y la potencia activa que se puede transmitir en una línea es inversamente proporcional a la reactancia de la misma: $P = \frac{V_1 V_2 \sin \theta}{X}$ donde θ es el ángulo entre V_1 y V_2 (en este caso $V_1 = 1 \angle \theta$ y $V_2 = 1 \angle 0$).

Como se puede verificar en el grafico, la capacidad térmica limita la variación del ángulo θ por lo cual se ve reducido control de la potencia activa⁹.

⁹ Recordar que un sistema cuadripolo el control de la potencia activa se realiza principalmente mediante θ , mientras que el control del flujo de reactivos se realiza mediante el gradiente de tensión $V_1 - V_2$.



Parte 5

La potencia aparente de la carga y su ángulo es: $S = \frac{P}{\cos \varphi} = 537,634[MVA]$ y $\varphi = 21,56^\circ$

Entonces $\dot{S} = 5,376 < 21,56[pu] = \dot{V}_R \dot{I}_R^*$

Usando los parámetros ABCD tenemos que: $V_T = AV_R + BI_R$ donde $\dot{V}_T = 1,1 < 0[pu]$ y $\dot{V}_R = V_R < \delta$.

Multiplicando la ecuación anterior por \dot{V}_R^* : $\dot{V}_T \dot{V}_R^* = \dot{A} \dot{V}_R \dot{V}_R^* + \dot{B} \dot{I}_R \dot{V}_R^*$

Entonces trabajando ahora con módulos y ángulos:

$$V_T V_R < -\delta = AV_R^2 < \alpha + \dot{B}(V_R \dot{I}_R^*)^*$$

$$V_T V_R < -\delta = AV_R^2 < \alpha + BS < \beta - \varphi$$

Separando en parte real e imaginaria la última ecuación:

$$V_T V_R \cos(\delta) = AV_R^2 \cos(\alpha) + BS \cos(\beta - \varphi)$$

$$-V_T V_R \sin(\delta) = AV_R^2 \sin(\alpha) + BS \sin(\beta - \varphi)$$

Donde A y B corresponden a los de la parte 2: $A < \alpha = 0,9169 < 0,52$ y $B < \beta = 0,0472 < 84,6$

Elevando ambas ecuaciones al cuadrado y sumando:

$$V_T^2 V_R^2 = A^2 V_R^4 + B^2 S^2 + 2AV_R^2 BS (\cos(\alpha) \cos(\beta - \varphi) + \sin(\alpha) \sin(\beta - \varphi))$$

Empleando la identidad $\cos(x - y) = \cos(x) \cos(y) + \sin(x) \sin(y)$ se tiene:

$$V_T^2 V_R^2 = A^2 V_R^4 + B^2 S^2 + 2AV_R^2 BS \cos(\alpha - (\beta - \varphi))$$

De la última ecuación se obtiene $V_R = 1,056[pu]$.

Parte 6

En este caso, el extremo receptor de la línea queda abierto: $I_R = 0$

Tomando como referencia el extremo receptor, se desea calcular la capacidad necesaria de los reactores para que como máximo $V_R = 1 < 0[pu]$.

Por otro lado, la tensión en el extremo transmisor será $V_T = 1,1 < \delta[pu]$.

Entonces se tendrá un sistema como el que muestra la figura, donde el banco de reactores puede ser representado por una matriz cuadripolo shunt: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jY_R & 1 \end{bmatrix}$



De esta manera, se deberá resolver lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} V_T \\ I_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jY_R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1,1 < \delta \\ I_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9169 \angle 0,52 & 0,0472 \angle 84,6 \\ 3,5024 \angle 90,16 & 0,9111 \angle 0,52 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jY_R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1,1 < \delta \\ I_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9169 \angle 0,52 + 0,0472 \angle 84,6 \cdot jY_R & 0,0472 \angle 84,6 \\ 3,5024 \angle 90,16 + 0,9111 \angle 0,52 \cdot jY_R & 0,9111 \angle 0,52 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1,1 < \delta \\ I_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9169 \angle 0,52 + 0,0472 \angle 84,6 \cdot jY_R \\ 3,5024 \angle 90,16 + 0,9111 \angle 0,52 \cdot jY_R \end{bmatrix}$$

De la primera fila se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$1,1 \cos(\delta) = 0,9169 - 0,047Y_R \quad (1)$$

$$1,1 \sin(\delta) = 0,0083 + 0,0044Y_R \quad (2)$$

Nuevamente, se eleva al cuadrado y se suma: $1,21 = 0,0022Y_R^2 - 0,0861Y_R + 0,8408$

Resolviendo se obtienen como soluciones: $Y_R = -3,8995$ y $Y_R = 43,0359$

Dado que la impedancia de una reactancia es jX , su admitancia será $Y = \frac{1}{jX} = -j\frac{1}{X} = jY_R$, lo que implica que la solución es la negativa: $Y = -j3,8995[pu]$

Reemplazando $Y_R = -3,8995$ en la ecuación (2) se obtiene $\delta = -0,46^\circ$. Entonces $V_R = \frac{V_T}{A} = \frac{1,1 < -0,46}{0,9169 \angle 0,52} = 1,1997 < -0,98[pu]$.

Notar que el efecto Ferranti eleva la tensión en el extremo receptor sobre el valor del extremo transmisor:

- Parte 5: $V_T = 1,1[pu]$ y $V_R = 1,056[pu]$
- Parte 6: $V_T = 1,1[pu]$ y $V_R = 1,1997[pu]$

Por último, el banco de reactores conectado a la barra de Alto Jahuel (con $V_R = 1 < 0[pu]$) tendrá una capacidad igual a: $S = VI^* = V(YV)^* = |V|^2 Y^* = j3,8995[pu] = j389,95[MVA]$

Es decir, para reducir la tensión al valor nominal en Alto Jahuel se requiere un banco de reactores que consuma una cantidad de reactivos igual a $389,95[MVA]$.



Anexo: Cálculo de matrices ABCD por aproximación de línea corta en parte 2, donde se deben usar las siguientes relaciones:

$$A = D = Z \frac{Y}{2} + 1$$

$$B = Z$$

$$C = \frac{Y}{2}(A + 1)$$

Línea Charrúa – Ancoa

- $Z_{L1} = Z' \cdot l_{L1} = 5,111 + j65,36[\Omega] = 0,002044 + j0,026144[pu]$
- $\frac{Y_{L1}}{2} = \frac{Y'}{2} l_{L1} = j3,1039 \times 10^{-4}[S] = j0,776[pu]$
- $\begin{bmatrix} A_{L1} & B_{L1} \\ C_{L1} & D_{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9797\angle 0,09 & 0,02622\angle 85,53 \\ 1,5362\angle 90,05 & 0,9797\angle 0,09 \end{bmatrix} [pu]$

Línea Ancoa – Alto Jahuel

- $Z_{L2} = Z' \cdot l_{L2} = 6,725 + j86[\Omega] = 0,00269 + j0,0344[pu]$
- $\frac{Y_{L2}}{2} = \frac{Y'}{2} l_{L2} = j4,0841 \times 10^{-4}[S] = j1,021[pu]$
- $\begin{bmatrix} A_{L2} & B_{L2} \\ C_{L2} & D_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9649\angle 0,16 & 0,0345\angle 85,53 \\ 2,0062\angle 90,08 & 0,9649\angle 0,16 \end{bmatrix} [pu]$

Tramo completo

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{L1} & B_{L1} \\ C_{L1} & D_{L1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{L2} & B_{L2} \\ C_{L2} & D_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9165\angle 0,52 & 0,0478\angle 84,56 \\ 3,4848\angle 90,19 & 0,9165\angle 0,52 \end{bmatrix} [pu]$$

Se puede ver que en este caso la aproximación de línea corta es igualmente válida considerando la leve diferencia que posee con los parámetros obtenidos del modelo pi exacto. No obstante, la aproximación pierde su validez para la parte 1, donde el largo es mayor a 250[km].