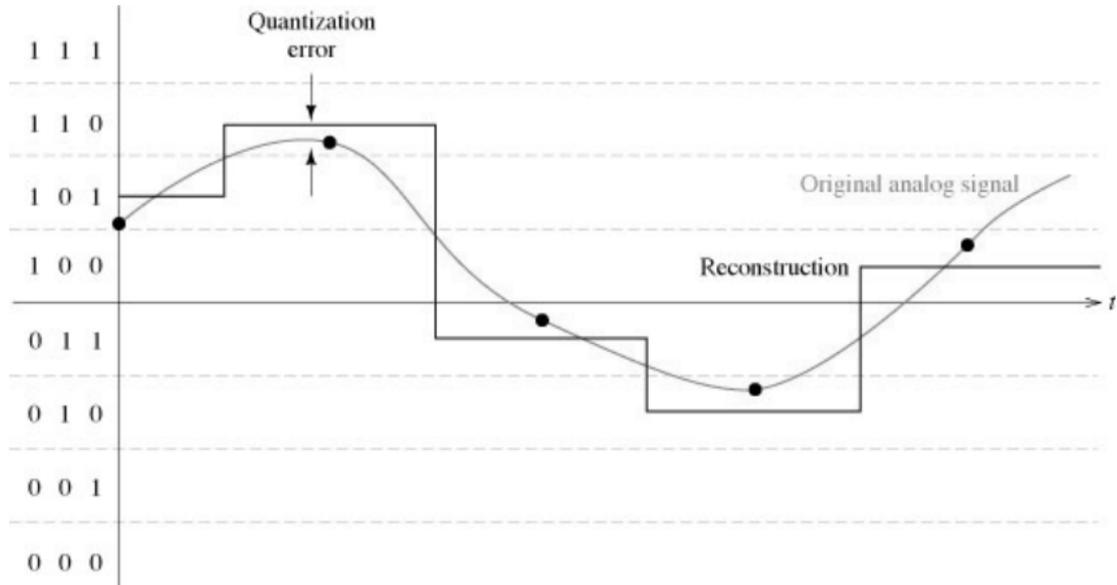


Introducción al análisis y  
transmisión de señales  
parte II

# Error de cuantización y ruido



# Error de cuantización y ruido

....una vez revisado los conceptos básicos para la transformación de la señal de información análoga en una señal digital que puede ser transmitida, es necesario describir cual es la capacidad del canal, en cuanto a tasa de bits se refiere.

# Error de cuantización y ruido

- El proceso de cuantización introduce un error al representar los valores continuos de la señal a niveles discretos, el cual es conocido como **error o ruido de cuantización**.
- Se puede asumir que el error de cuantización es de naturaleza aleatorio, y se modela como un ruido que es sumado a la señal original.

## Error de cuantización y ruido

- Entonces, es posible definir una razón señal a ruido de cuantización o SQNR

$$SQNR = 6.02b + 1.25 \left[ dB \right]$$

- El SQNR es usado para especificar la precisión necesaria en un conversor A/D.
- Cada bit adicional en el cuantizador aumenta la relación señal ruido en 6 dB.

# Capacidad de canal

....una vez revisado los conceptos básicos para la transformación de la señal de información análoga en una señal digital que puede ser transmitida, es necesario describir cual es la capacidad del canal, en cuanto a tasa de bits se refiere.

# Capacidad de canal

- Representa la máxima tasa de información que se puede transmitir por un canal (en bits por segundo).
- No depende de si la información es análoga o digital.
- Los canales generalmente se caracterizan por su ancho de banda (en Hertz) y la cantidad de ruido.
- Como referencia se utiliza el ruido blanco Gaussiano (WGN, *White Gaussian Noise*).

# Capacidad de canal

- El teorema de Hartley-Shannon relaciona la capacidad máxima del canal con el ancho de banda (en Hz) y la razón señal a ruido:

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$$

C : capacidad del canal [bps]

B : ancho de banda [Hz]

S/N : razón señal a ruido (no SNR)

- La ecuación sólo representa un límite teórico para la capacidad de canal, ya que los sistemas reales raramente lo alcanzan.

# Capacidad de canal

- Nyquist, postuló que una señal que ha sido pasada por un filtro de ancho de banda B, la máxima tasa de datos a ser transmitidos por un canal sin ruido será:

$$C = 2B \log_2 L$$

donde L es el número de niveles de cuantización.

# Modulación

Proceso de codificación de la información proveniente de una fuente tal que de esta forma sea más adecuada para el canal de transmisión.

# Modulación

- Radio y televisión:
  - Se requiere transmitir muchas señales con espectros semejantes por un mismo canal (el aire) evitando superposición
  - Se requiere transmitir dichas señales en ciertas bandas de frecuencia específicas (ej: para sintonizar un canal o una radio)
- Solución: modulación

# Modulación de amplitud (AM)

Consiste en hacer variar la amplitud de una **señal portadora** de acuerdo con las variaciones de nivel de una **señal moduladora**, la que representa la información que se transmite.

# Modulación de amplitud (AM)

- La ecuación general de una señal senoidal es:

$$\phi(t) = a(t) \cos \theta(t)$$

$a(t)$  : *amplitud*  
 $\theta(t)$  : *ángulo*

- El ángulo se puede expresar en función de una frecuencia y una fase:

$$\phi(t) = a(t) \cos(\omega_c t + \gamma(t))$$

# Modulación de amplitud (AM)

$$\phi(t) = a(t) \cos(\omega_c t + \gamma(t))$$

$a(t)$  : envolvente  
 $\omega_c$  : portadora  
 $\gamma(t)$  : modulación de fase

- En la modulación de amplitud, la modulación de fase es cero (o constante):

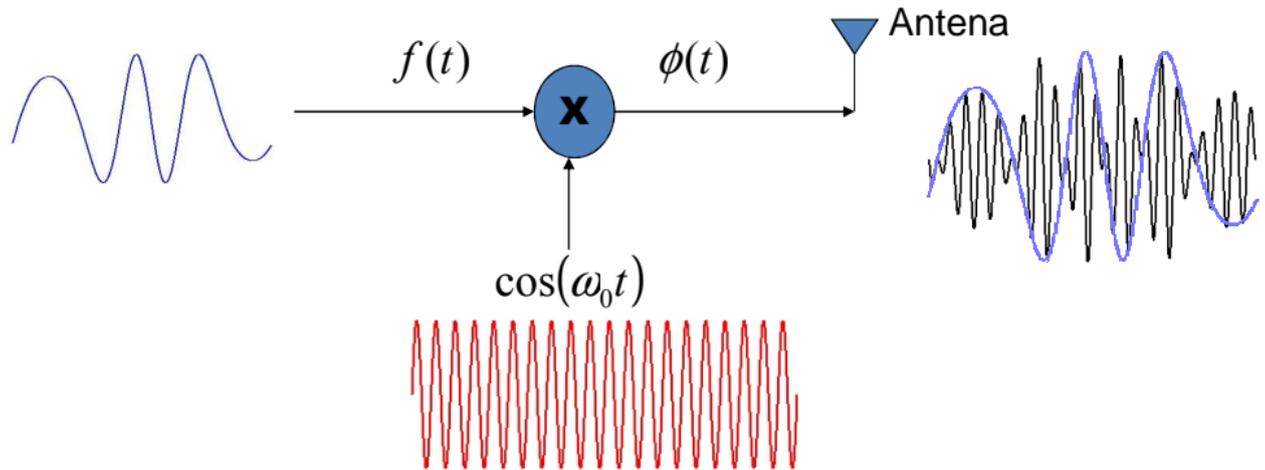
$$\phi(t) = f(t) \cos(\omega_c t)$$

$\cos(\omega_c t)$  : señal portadora  
 $f(t)$  : señal moduladora  
 $\phi(t)$  : señal modulada

# Modulación de amplitud (AM)

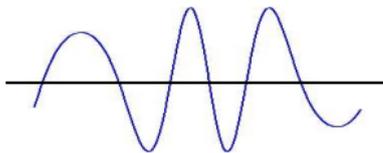
- La modulación de amplitud traslada el espectro de frecuencia dejando inalterada su forma.
- Portadora suprimida => no aparece una portadora identificable (un impulso visible) en el espectro.

# Modulación de amplitud (AM)

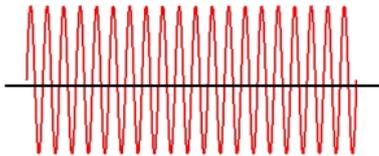


# Modulación de amplitud (AM)

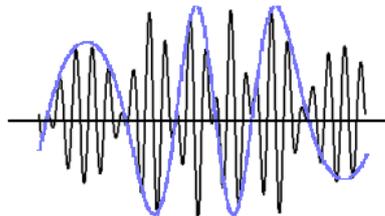
$f(t)$



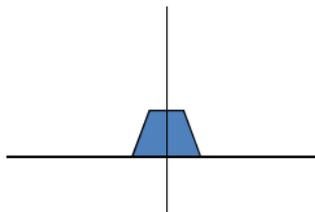
$\cos(\omega_c t)$



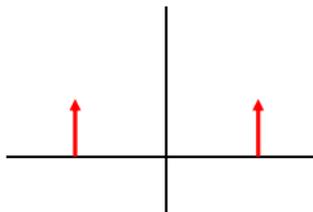
$\phi(t) = f(t) \cos(\omega_c t)$



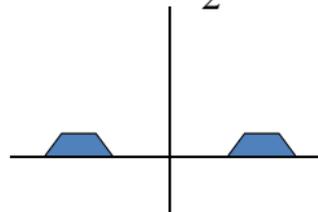
$F(\omega)$



$\pi\delta(\omega - \omega_c) + \pi\delta(\omega + \omega_c)$

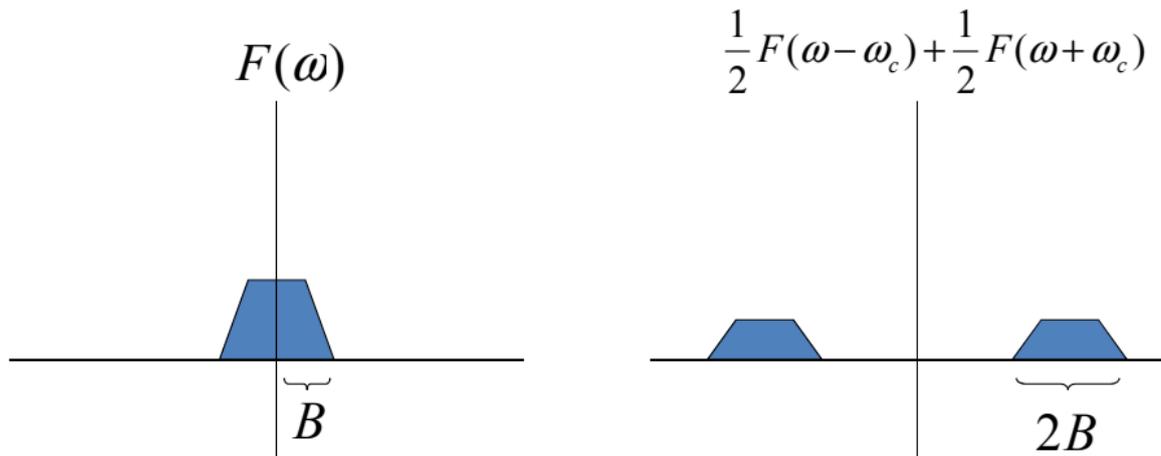


$\frac{1}{2}F(\omega - \omega_c) + \frac{1}{2}F(\omega + \omega_c)$



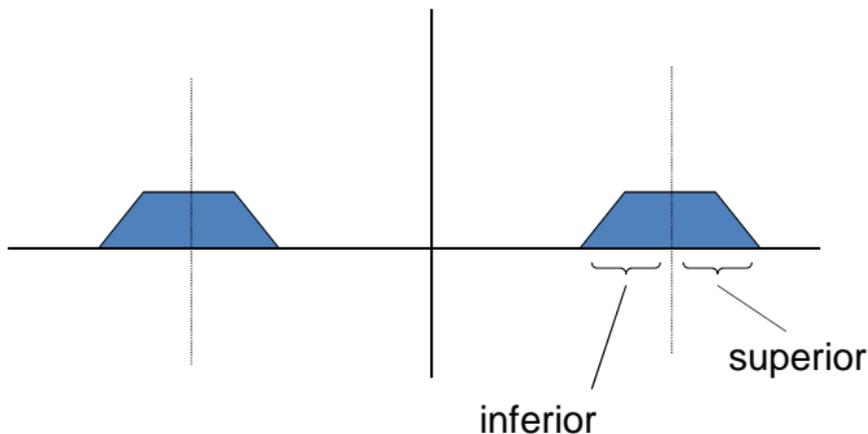
# Modulación de amplitud (AM)

- El ancho de banda necesario para transmitir se duplica:



# Modulación de amplitud (AM)

- Bandas laterales superior e inferior: corresponden a los lados derecho e izquierdo del espectro original, “simetría conjugada”

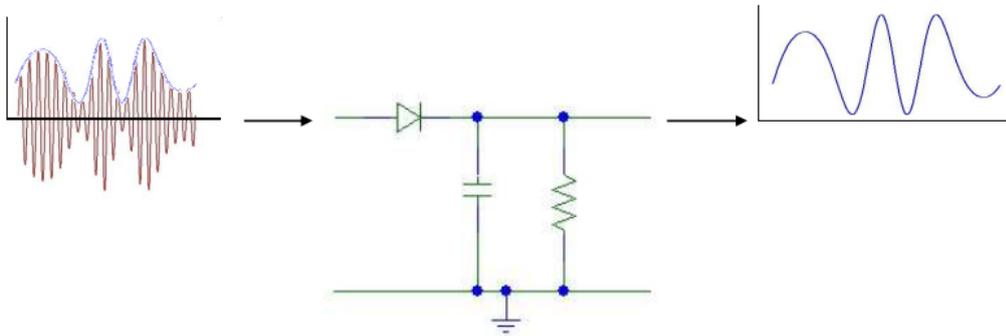


# Modulación de amplitud (AM)

- Demodulación: detección de envolvente
- Para **demodular** se debe conocer tanto la frecuencia correcta como la fase correcta.
  - Error en la fase => señal atenuada
  - Error en la frecuencia => distorsión de la señal

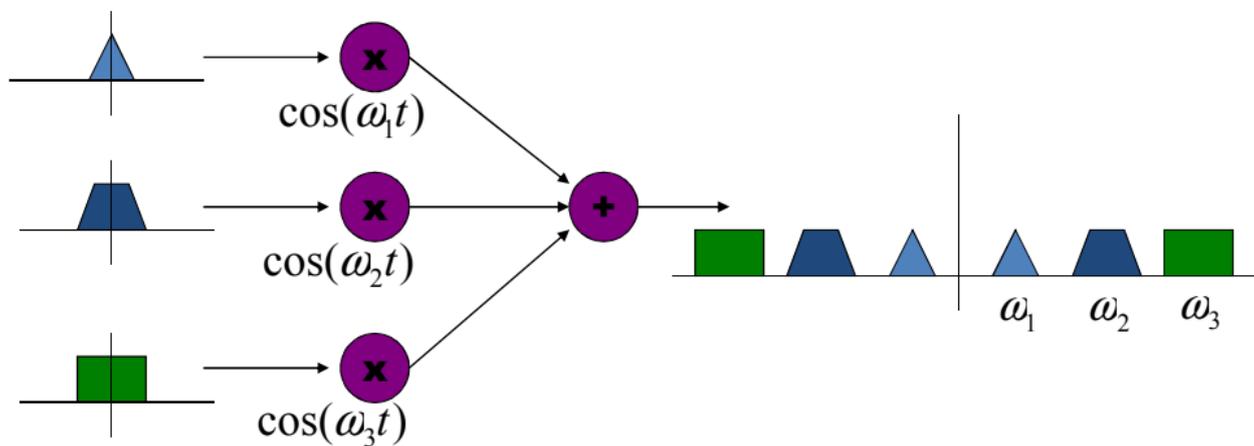
# Modulación de amplitud (AM)

- La demodulación se puede realizar simplemente con un detector de envolvente (un diodo con un circuito RC)



# Multiplexión en frecuencia

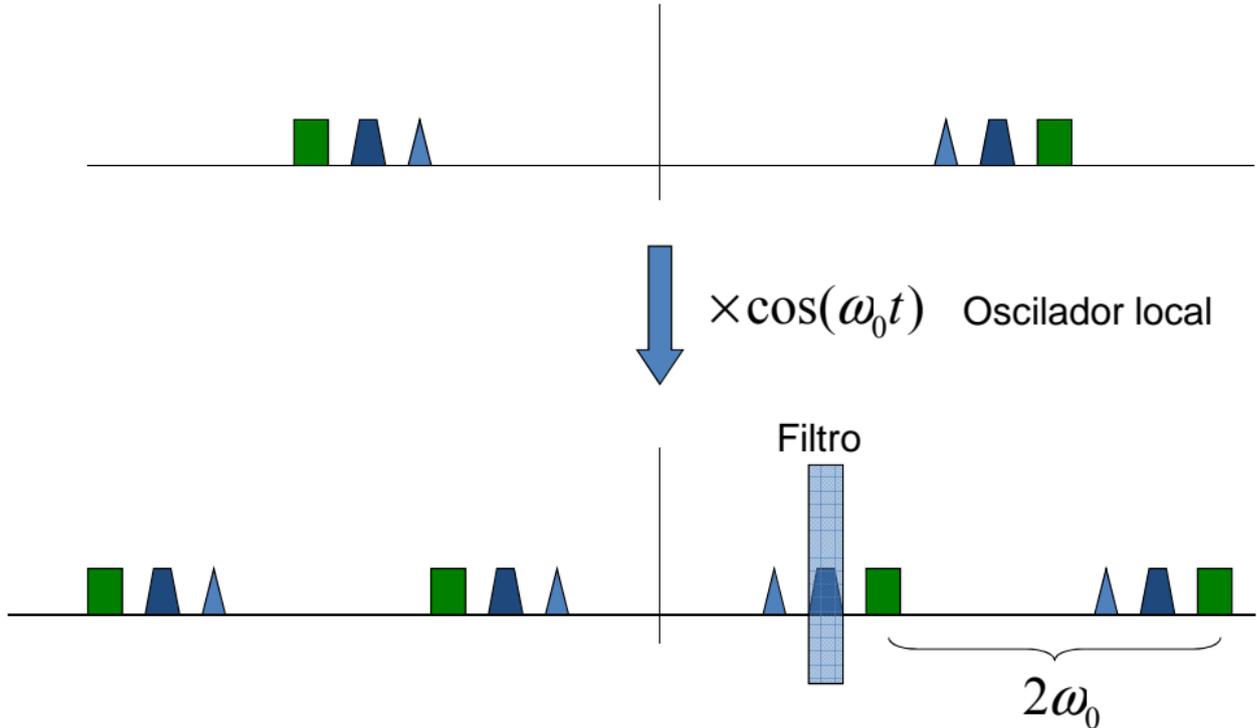
- Es posible transmitir varias señales si se elige una frecuencia portadora distinta para cada una => FDM (multiplexión por división en frecuencia)



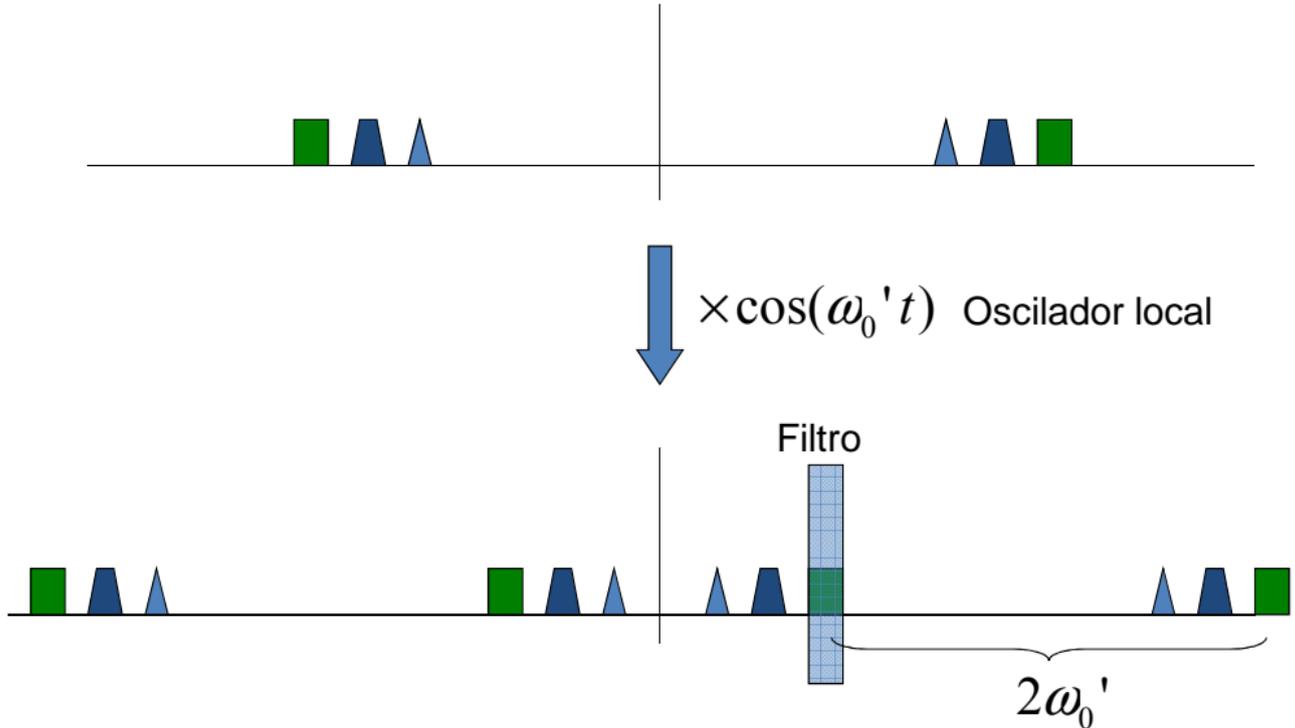
# Multiplexión en frecuencia

- Para poder recuperar alguna de las señales, es necesario ocupar primero un filtro **pasa-banda**.
- Idea: que se pueda mover para sintonizar distintas señales

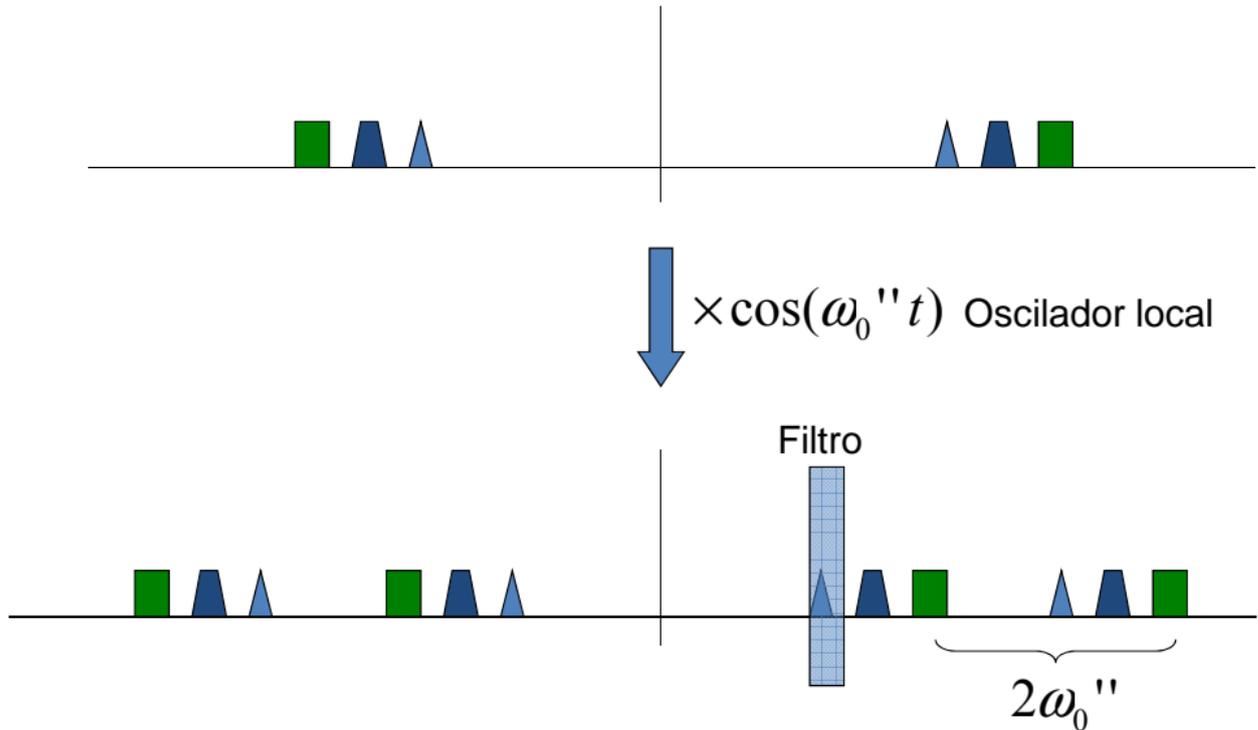
# Multiplexión en frecuencia



# Multiplexión en frecuencia

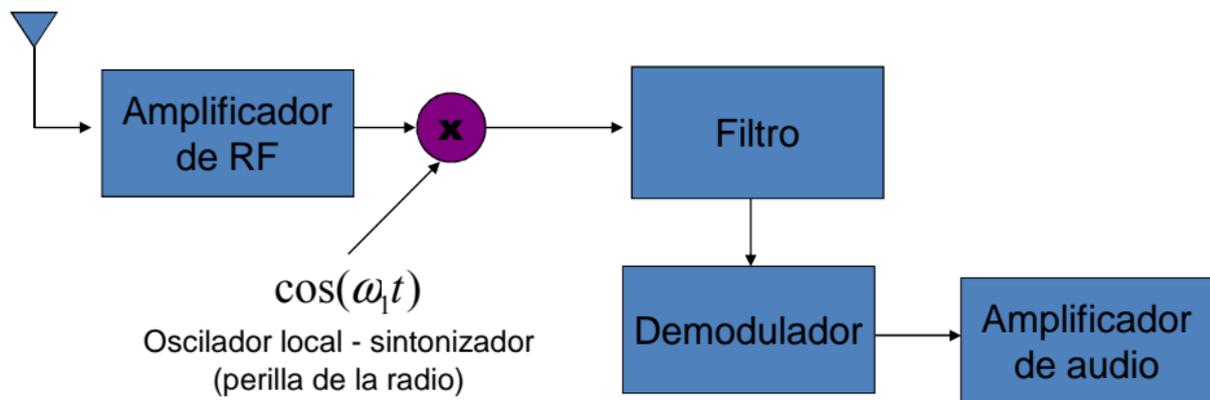


# Multiplexión en frecuencia



# Multiplexión en frecuencia

- Una vez que la señal de interés ha sido separada, su demodulación es simple (métodos ya vistos)
- Esquema:



# Modulación de frecuencia y fase (FM y PM)

- Ángulo de una señal senoidal: frecuencia y ángulo de fase
- Caso para frecuencia variable: frecuencia “instantánea”

$$\phi(t) = A \cos(\theta(t))$$

$$\theta(t) = \int_{\tau=0}^t \omega_i(\tau) d\tau + \theta_0$$

$$\Rightarrow \omega_i(t) = \frac{d\theta}{dt}$$

# Modulación de frecuencia y fase (FM y PM)

- Dos posibilidades relacionadas entre si:
  - La fase varía linealmente con la entrada  $f(t)$  (PM):

$$\theta_{PM}(t) = \omega_c t + k_p f(t) + \theta_0$$

$$\Rightarrow \omega_i(t) = \omega_c + k_p \frac{df}{dt}$$

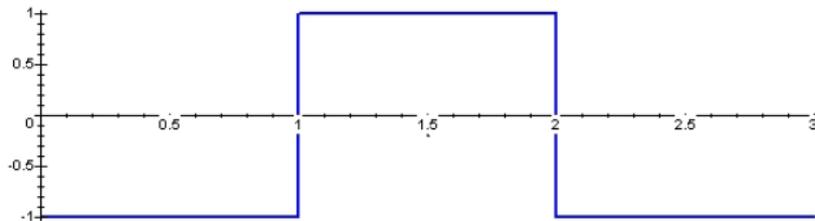
- La frecuencia varía linealmente con la entrada (FM)

$$\omega_i = \omega_c + k_f f(t)$$

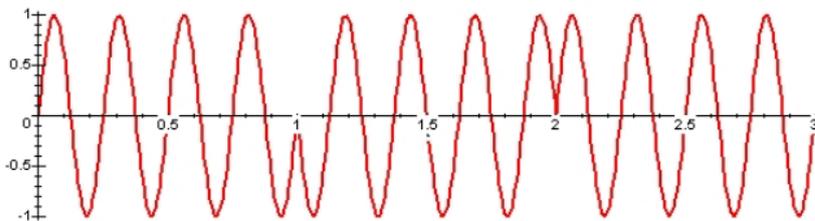
$$\Rightarrow \theta_{FM}(t) = \int_{\tau=0}^t \omega_i(\tau) d\tau + \theta_0 = \omega_c t + \int_{\tau=0}^t k_f f(\tau) d\tau + \theta_0$$

# Modulación de frecuencia y fase (FM y PM)

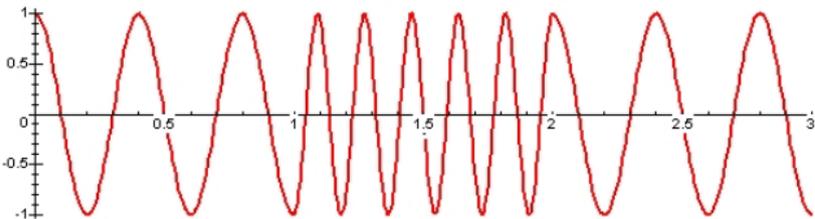
$f(t)$



$\phi_{PM}(t)$

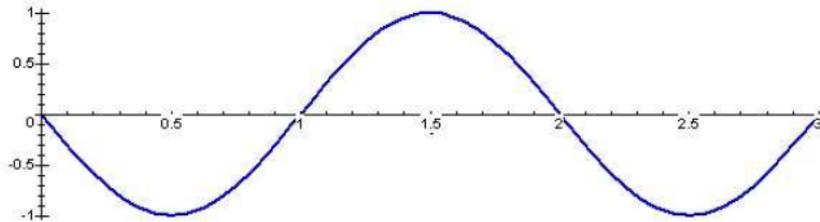


$\phi_{FM}(t)$

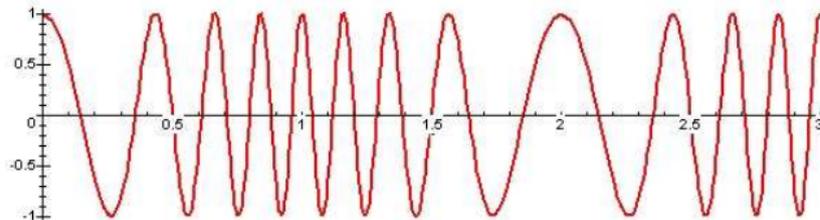


# Modulación de frecuencia y fase (FM y PM)

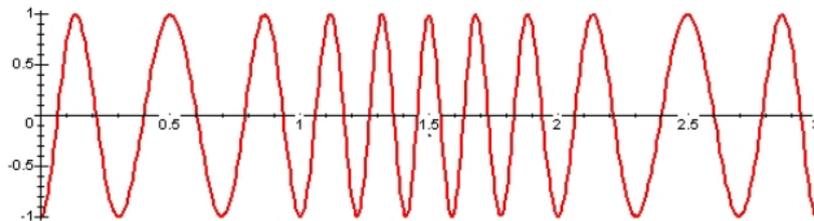
$f(t)$



$\phi_{PM}(t)$



$\phi_{FM}(t)$



# Modulación de frecuencia y fase (FM y PM)

- La modulación de amplitud es lineal
  - Relación directa entre espectros de la señal original y de la modulada

$$(f(t) + g(t))\cos(\omega_c t) = f(t)\cos(\omega_c t) + g(t)\cos(\omega_c t)$$

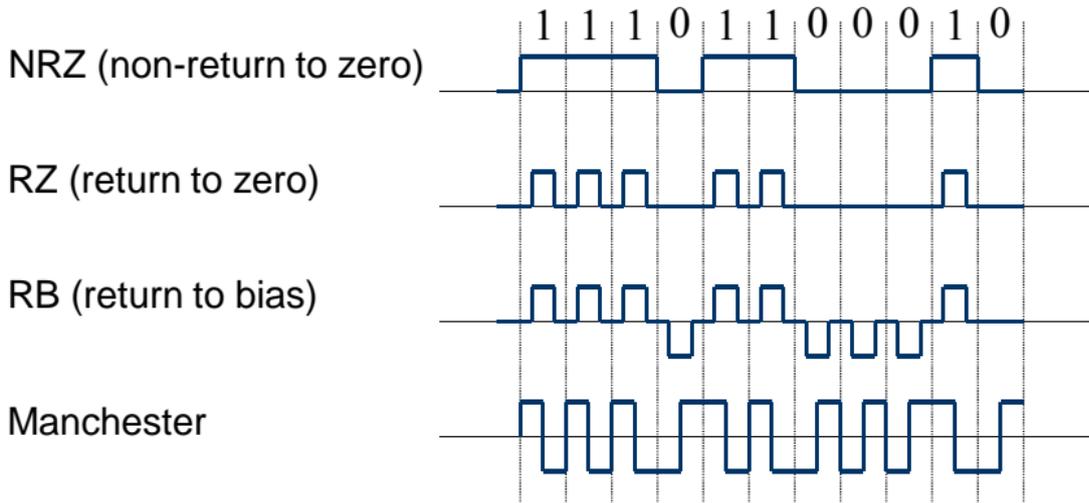
- Las modulaciones de ángulo son no lineales
  - No hay relación directa entre los espectros

$$A\cos(\omega_c t + k_p(f(t) + g(t))) \neq A\cos(\omega_c t + k_p f(t)) + A\cos(\omega_c t + k_p g(t))$$

$$A\cos\left(\omega_c t + k_f \int_{\tau=0}^t (f(\tau) + g(\tau))d\tau\right) \neq A\cos\left(\omega_c t + k_f \int_{\tau=0}^t f(\tau)d\tau\right) + A\cos\left(\omega_c t + k_f \int_{\tau=0}^t g(\tau)d\tau\right)$$

# Modulación digital

- Modulación PCM (pulse code modulation): Consiste en digitalizar la señal y luego codificar la salida como un tren de pulsos.
- Existen varios posibles códigos de pulsos a usar:



# Modulación digital

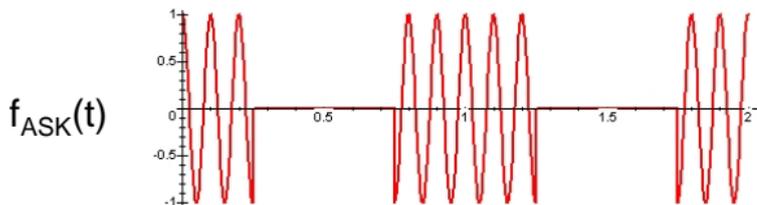
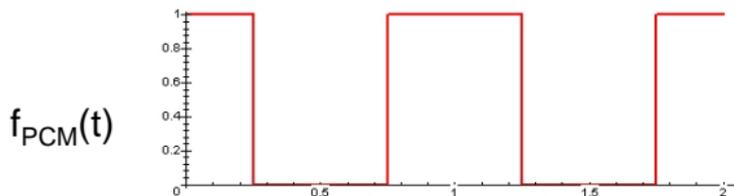
- DPCM: PCM diferencial, se envía por el canal la diferencia entre muestras sucesivas.

$$f_{DPCM}(t) = f_{PCM}(t) - f_{PCM}(t-1)$$

- Ya no es necesario que la señal  $f(t)$  esté limitada a un rango fijo, pero su pendiente debe estar limitada a un rango  $R$
- Si existe un error en la transmisión de un dato en un sistema DPCM, toda la señal después del error se verá afectada.

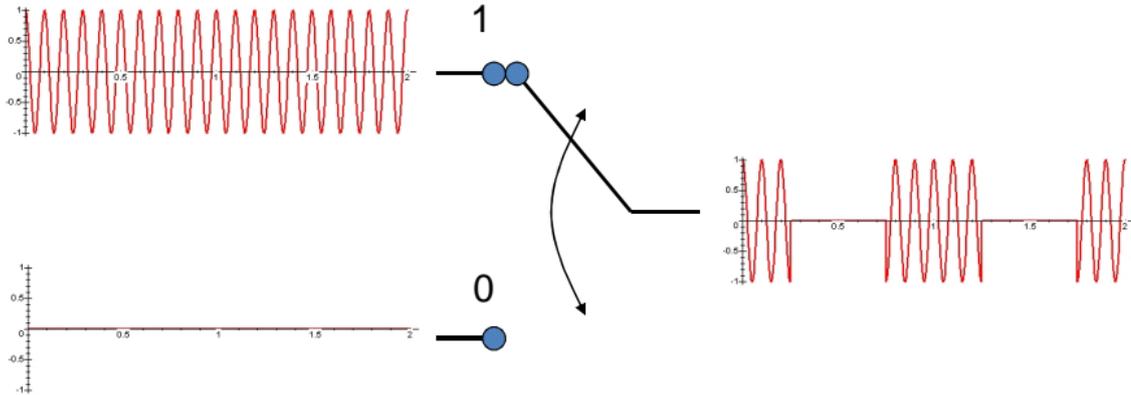
# Modulación digital

- Las señales PCM pueden, además, ser moduladas usando AM, FM, etc.



# Modulación digital

- **Modulación ASK** Es el “equivalente” a AM y se puede generar conmutando entre 2 fuentes.

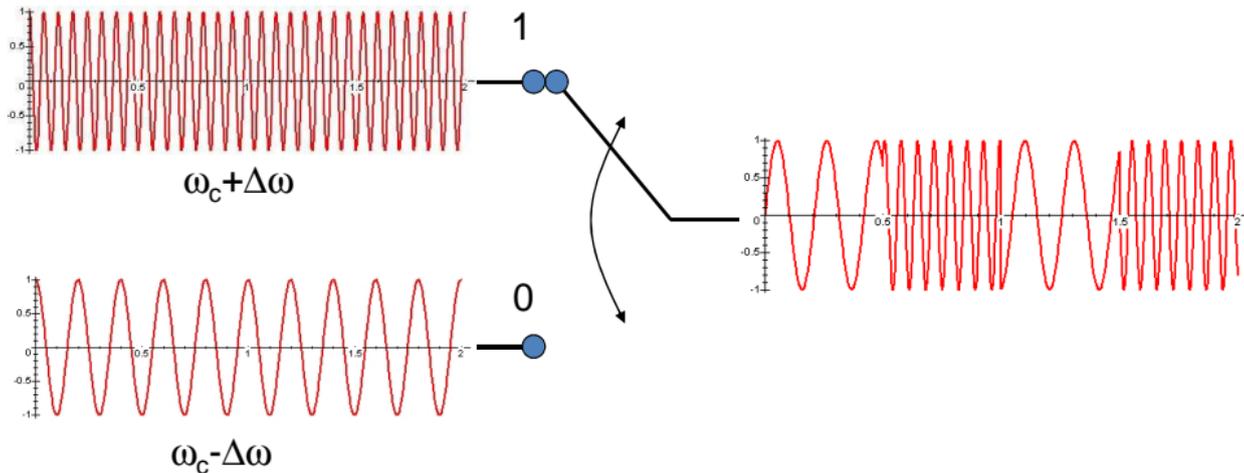


- La modulación QAM se puede usar para enviar 2 señales distintas o bien para enviar 2 bits de la misma señal a la vez (se conmuta entre 4 fuentes)

# Modulación digital

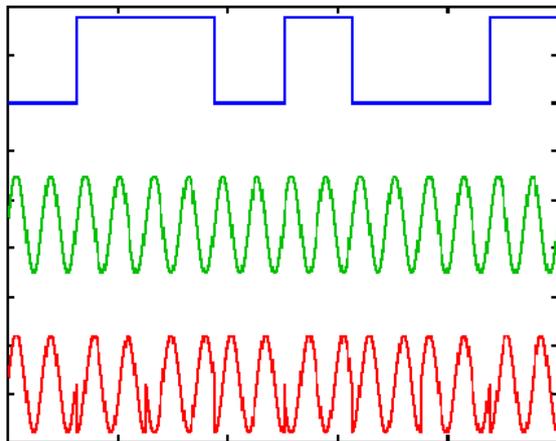
- **Modulación FSK** Es el “equivalente” a FM y se puede generar conmutando entre 2 fuentes.

$$f_{FSK}(t) = K \cos((\omega_c \pm \Delta\omega)t)$$



# Modulación digital

- Modulación PSK: Similar a PM, se puede generar también conmutando entre 2 señales con la misma frecuencia y distinta fase (normalmente separadas en  $180^\circ$ ).

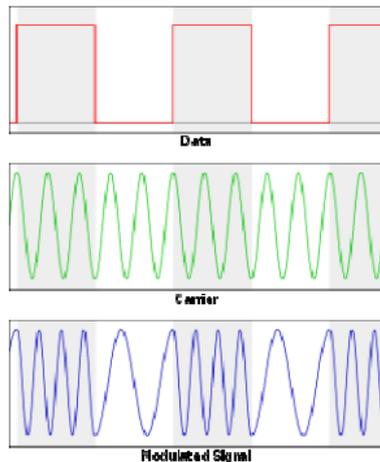


# BFSK

- BFSK: Binary Frequency Shift Keying
- La frecuencia de una señal portadora de amplitud constante es conmutada entre dos valores de acuerdo a los posibles estados del mensaje.

$$S_{FSK}(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos[(2\pi f_c + 2\pi\Delta f)t] \text{ Binario 1}$$

$$S_{FSK}(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos[(2\pi f_c - 2\pi\Delta f)t] \text{ Binario 0}$$

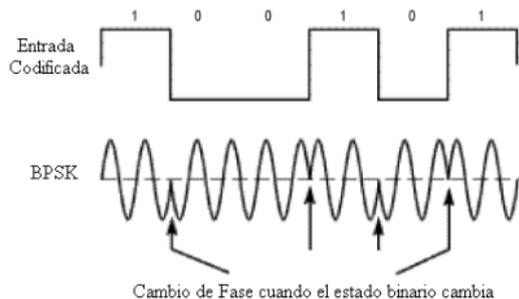


# BPSK

- BPSK: Binary Phase Shift Keying
- Fase de una señal portadora de amplitud constante es conmutada entre dos valores de acuerdo a las dos posibles señales (0 ó 1).

$$S_{BPSK} = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \theta_c) \quad \text{Binario 1}$$

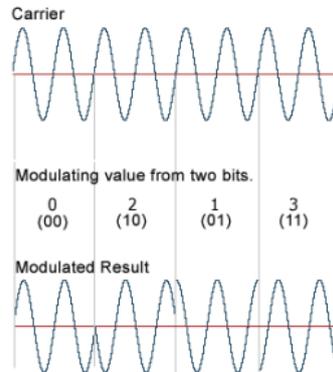
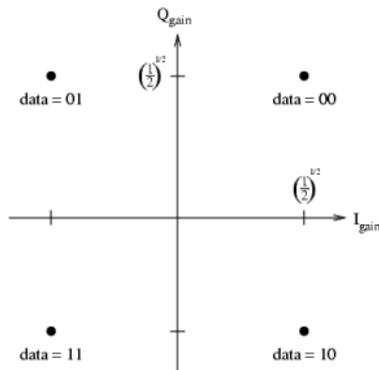
$$S_{BPSK} = -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \theta_c) \quad \text{Binario 0}$$



# QPSK

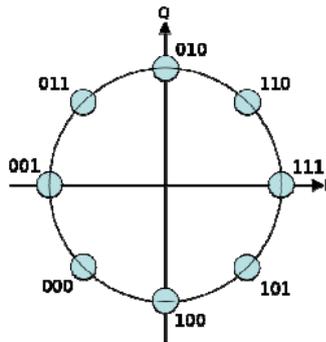
- QPSK: Quadrature Phase Shift Keying
- Análogo al caso anterior solo que se usan 2 bits, permitiendo 4 valores posibles.

$$S_{QPSK} = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos \left[ 2\pi f_c t + (i-1) \frac{\pi}{2} \right]$$



# MPSK

- MPSK: Multiple PSK
- Análogo a los dos anteriores, pero en éste caso se utilizan 3 o más bits.
- Mientras más bits se utilicen más símbolos se tendrán.
  - 3 bits  $\rightarrow 2^3 = 8$  símbolos
  - 4bits  $\rightarrow 2^4 = 16$  símbolos



Constelación de 8-PSK

# QAM

- QAM: Quadrature Amplitude Modulation
- Permite que junto con la fase, varíe también la amplitud.

