Guía de Problemas No.4

Problemas

1. Sea

$$s(t) = \cos(\pi t/T)\Pi(t/T)$$

   (a) Encuentre el ancho de banda B que contiene el 90 % de la energía del pulso. Ello es,

$$\int_{-B/2}^{B/2} |S(f)|^2 df = 0{,}9 \times E_p.$$

   (b) Determine el ancho de banda B que contiene el 90 % de la potencia de la modulación binaria antipodal que utiliza como pulso base la señal $s(t)$.

2. Consideremos un esquema de señalización antipodal de banda base, cuyo pulso básico tiene una duración de T_b segundos, y se define por

$$s(t) = \begin{cases} 1 & -T_b/2 \leq t < 0 \\ -1 & 0 \leq t \leq T_b/2. \end{cases}$$

   Este esquema recibe el nombre de *señalización Manchester*. La señal modulada es, en este caso,

$$c(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l s(t - lT_b)$$

   con $a_l = -1$ si $b_l = 0$ y $a_l = 1$ si $b_l = 1$.

   A partir de este esquema de modulación uno puede producir un esquema diferencial basado en el pulso $s(t)$. Ello significa que la asignación de símbolos debe ser

$$a_l = 1 \Leftrightarrow b_l \neq b_{l-1}$$
$$a_l = -1 \Leftrightarrow b_l = b_{l-1}.$$

   Este esquema recibe el nombre de *señalización Manchester inversa*.

   Diseñe el codificador y decodificador (a nivel de diagrama de bloques, e identificando apropiadamente cada módulo) que debería funcionar con un modulador y demodulador antipodal de banda base, cuando la duración de cada símbolo es $T_b/2$, para obtener un modulador y demodulador Manchester inverso con duración de símbolos T_b.

3. Considere el pulso

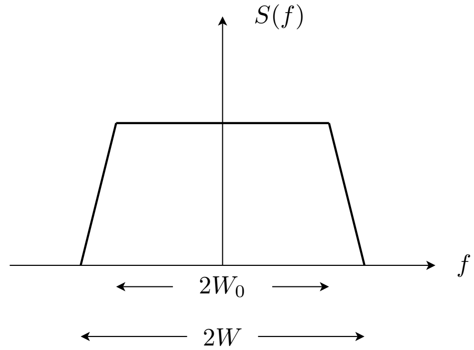
$$s(t) = \frac{4}{\pi\sqrt{T}} \frac{\cos(2\pi t/T)}{1 - (4t/T)^2}.$$

   (a) Encuentre $s(t) * s(-t)$.

   (b) Compare los ceros (raíces) de $s(t)$ con los de $s(t) * s(-t)$.

   (c) Es $s(t)$ un pulso de Nyquist? Es $s(t) * s(-t)$ un pulso de Nyquist?

4. Un pulso pasabajos tiene una función de transferencia $S(f)$ que es el trapezoide de la figura.



   (a) Demuestre que el pulso $s(t)$ es un pulso de Nyquist.

   (b) Cual es la distancia entre los cruces por cero?

   (c) Demuestre que si $s(t) * s(t)$ no es un pulso de Nyquist.

5. El canal telefónico puede ser caracterizado en forma aproximada como un canal pasabanda ideal entre las frecuencias 300 Hz y 2700 Hz.

   (a) Elija una constelación de señales y una tasa simbólica para obtener un modem telefónico cuya velocidad sea 9600 bits/segundo.

   (b) Elija una pulso $s(t)$ que pueda pasar a través del canal sin causar interferencia intersimbólica. Describa la forma de onda transmitida $c(t)$.

   (c) Cómo debería modificar su resultado si utiliza una constelación de 32 señales, la tasa de transmisión de es 1920 símbolos/segundo, y utiliza un pulso $s(t) = \text{sinc}(at)\text{sinc}(bt)$, donde una de la funciones sinc sirve para alcanzar el ancho la tasa de transmisión de 1920 símbolos/segundo, mientras que la otra se ajusta para utilizar el ancho de banda disponible.

   (d) Cuál es el efecto de utilizar dos funciones sinc en los lóbulos laterales?

   (e) Estime a que ancho el pulso puede ser truncado si se permite una interferencia intersimbólica de un 1 % entre un pulso y el siguiente a la salida del canal ideal antes descrito.

6. Una fuente discreta sin memoria emite símbolos binarios en forma equiprobable, a una tasa de 1000 símbolos/segundo. Los símbolos emitidos en el intervalo $[0, 1]$ s, son agrupados en parejas $a_l = (b_l, b_{l+1})$ y enviados en un canal de ancho de banda limitado utilizando un esquema de señalización 4-PAM. La modulación utiliza un período de muestreo $T_b = 0{,}002$ s, y un pulso $s(t) = \text{sinc}(t/T)$.

   (a) En una muestra de la secuencia símbolos $a_1, \ldots, a_{500}$ se determinan las siguientes estadísticas:

Señal	No. de Apariciones
$3A$	115
A	130
$-A$	120
$-3A$	135

   Determine la energía de la forma de onda

$$c(t) = \sum_{l=1}^{500} a_l \text{sinc}(t/T - l)$$

   en función de A.

   (b) Cuál es el ancho de banda utilizado por la señal $c(t)$?

(c) Determine $E[\int C^2(t)dt]$, donde $C(t)$ es un proceso aleatorio definido como

$$c(t) = \sum_{l=1}^{500} A_l \text{sinc}(t/T - l)$$

7. Considere un conjunto de M señales ortogonales $s_m(t)$, $1 \leq m \leq M$, $0 \leq t \leq T$, todas con la misma energía $\mathcal{E}$. Defina un nuevo conjunto de M señales a partir de la relación

$$q_m(t) = s_m(t) - \frac{1}{M} \sum_{l=1}^{M} s_l(t), \quad 1 \leq m \leq M, \ 0 \leq t \leq T.$$

Demuestre que las M señales $q_m(t)$ tienen la misma energía, y que ella está dada por

$$\mathcal{E}_q = \frac{M-1}{M} \mathcal{E},$$

y que el coeficiente de correlación entre dos señales distintas es

$$\rho_{mn} = \frac{1}{\mathcal{E}_q} \int_0^T q_m(t) q_n(t) dt = -\frac{1}{M-1}.$$