

EL4005 Principios de Comunicaciones

Clase No.18: Ruido en Sistemas de Comunicaciones Analógicas: FM



Patricio Parada

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

15 de Octubre de 2010

Contenidos de la Clase (1)

Efectos en Sistemas de Modulación Angular

- Efecto Umbral en Modulación Angular

- Ejemplo

- Filtrado de Preénfasis y Deénfasis

Comparación entre Sistemas de Modulación Analógica

Preguntas que estudiaremos en la clase

- Ruido blanco.
- Aplicaciones en problemas de comunicaciones.

Efecto Umbral en Modulación Angular (1)

- El análisis del efecto del ruido en sistemas de modulación angular se hace con la condición de alto SNR.
- La demodulación angular, al ser un proceso altamente no lineal, mezcla las señales del mensaje y el ruido de forma tal que deja de ser una mezcla aditiva.
- La condición $\text{SNR} \gg 1$ nos ayuda a evitar este problema, ya que podemos considerar que para fines prácticos, el ruido sigue siendo aditivo.

Efecto Umbral en Modulación Angular (2)

- En casos de bajo SNR, la situación se vuelve bastante más compleja, y la noción de razón señal-a-ruido deja de ser práctica.
- En estos casos, la señal mensaje se hace indistinguible del ruido, y aparece el **efecto mutilación** o **umbral**.
- Existe un valor umbral para SNR debajo del cual la mutilación de la señal se manifiesta.

Efecto Umbral en Modulación Angular (3)

- Este efecto introduce una condicionante que relaciona la potencia y el ancho de banda de un sistema FM.
- El límite o valor umbral satisface la siguiente relación:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{b,\text{th}} = 20(\beta_f + 1) \quad (1)$$

donde $\left(\frac{S}{N}\right)_b = \frac{P_R}{N_0 W}$.

- Notemos que esta ecuación nos permite determinar el valor máximo que β puede alcanzar, para una potencia recibida P_R dada.

Efecto Umbral en Modulación Angular (4)

- Podemos también invocar la regla de Carson:

$$B_C = 2(\beta + 1)W$$

para determinar la potencia mínima que debería ser recibida de forma de poder utilizar todo el ancho de banda disponible B_C :

$$P_R \geq 10B_cW^2.$$

Efecto Umbral en Modulación Angular (5)

- El índice de modulación β está limitado por dos razones:
 - Las limitaciones del ancho de banda B_C (via la formula de Carson).
 - Las limitaciones de la potencia recibida P_R , que afectan el valor de β a través de la expresión del SNR umbral.

Efecto Umbral: Algunos Números (1)

- Consideremos que enviamos una mensaje cuya potencia normalizada $P_{M_n} = 0,5$, esto es

$$\frac{P_M}{(\text{máx } |m(t)|)^2} = \frac{1}{2}.$$

- Tenemos entonces

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{3}{2}\beta^2 \left(\frac{S}{N}\right)_b. \quad (2)$$

- Si fijamos $\beta = 5$, entonces

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o,\text{dB}} = 15,7\text{dB} + \left(\frac{S}{N}\right)_{b,\text{dB}}.$$

Efecto Umbral: Algunos Números (2)

- Por otro lado, el valor umbral en este caso es

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{b,\text{th}} = 20(5 + 1) = 120 \approx 20,8\text{dB} \quad (3)$$

- Si el SNR en banda base es 20dB, entonces ello implicaría que

$$\left(\frac{S}{N}\right)_b = 20\text{dB} < 20,8 \left(\frac{S}{N}\right)_{b,\text{th}}$$

e, independiente del ancho de banda, el sistema no podría funcionar en forma apropiada.

Efecto Umbral: Algunos Números (3)

- Ahora bien, si elegimos $\beta = 2$, el valor umbral disminuye a

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{b,\text{th}} = 20(2 + 1) = 60 \approx 17,8\text{dB} < \left(\frac{S}{N}\right)_b = 20\text{dB}$$

En este caso, el SNR a la salida del demodulador es

$$\begin{aligned}\left(\frac{S}{N}\right)_o &= 10\log\left(\frac{3}{2}\beta^2\right)\text{dB} + \left(\frac{S}{N}\right)_{b,\text{dB}} \\ &= 7,8 + 20 = 27,8\text{dB}.\end{aligned}$$

Efecto Umbral: Observaciones (1)

- El sistema de demodulación entrega una mejora de 7,8dB por sobre la transmisión en banda base.
- Un criterio de diseño habitual es utilizar al máximo el ancho de banda disponible.
- El mayor β que podemos elegir satisface el umbral previamente enunciado:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{b,th} = 20(\beta + 1).$$

- Por lo tanto, la razón señal-a-ruido para este valor de β satisface

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = 60\beta^2(\beta + 1)P_{M_n}. \quad (4)$$

Ejemplo (1)

Diseñe un sistema FM que tenga un SNR igual a 40dB en el lado del receptor, y que requiera el mínimo de potencia para ser transmitido.

La condiciones de operación son las siguientes:

B_c	120 kHz	W	10 kHz
P_{M_n}	0.5	N_0	10^{-8} W/Hz.

La señal sufre de una atenuación debido al canal de comunicación de 40dB.

Ejemplo (2)

Solución

- Lo primero que debemos hacer es verificar que elemento impone una mayor restricción sobre el valor de β : si el umbral o el ancho de banda.
- Utilizando la regla de Carson:

$$B_c = 2(\beta + 1)W \Rightarrow \beta = \frac{B_c}{2W} - 1 = \frac{120kHz}{2 \times 10kHz} - 1 = 5.$$

- Utilizando la relación

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = 60\beta^2(\beta + 1)P_{M_n}.$$

Ejemplo (3)

Solución

- que satisface el umbral, obtenemos:

$$10^4 = 60\beta^2(\beta + 1) \times \frac{1}{2}.$$

- Una solución aproximada nos entrega $\beta \approx 6,6$. Las otras dos raíces del polinomio son complejas.
- En este caso, la restricción más fuerte la impone el ancho de banda. Por ello elegimos $\beta = 5$.

Ejemplo (4)

Solución

- La razón señal-a-ruido a la salida del demodulador es

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{3}{2}\beta^2 \frac{P_R}{N_0W}$$
$$10^4 = \frac{3 \times 25}{2 \times 10^{-8} \times 10^4} \times P_R.$$

- Por lo tanto, $P_R = 0,0267 = -15,74\text{dB}$. Como la atenuación debido al canal es de 40dB , entonces

$$P_T = P_R + \text{Atenuación} = -15,74 + 40 = 24,26\text{dB} \approx 266,67\text{W}.$$

Ejemplo (5)

Solución

- Si no hubiese restricción de ancho de banda, $\beta = 6,6$ y hubiésemos obtenido que la potencia para transmitir necesaria es menor:

$$P_T = 153W.$$

Filtrado de Preénfasis y Deénfasis (1)

- Hemos determinado que la salida del ruido tiene una densidad espectral plana a la salida de un modulador de fase, y una salida parabólica a la salida de un modulador de frecuencia.
- Esto quiere decir que un modulador de fase tiene una mejor respuesta en el rango de altas frecuencias, mientras que la situación se invierte en el rango bajo.
- Necesitamos combinar ambas características, de modo obtener un sistema con un buen comportamiento en todo el rango necesario de frecuencias.

Filtrado de Preénfasis y Deénfasis (2)

- El objetivo del filtrado de preénfasis y deénfasis es efectivamente hacer que el sistema se comporte como un modulador de fase en las frecuencias altas y como un modulador de frecuencia para las bajas.
- Recordemos que el modulador de fase es



- Por lo tanto, en el lado del modulador necesitamos un filtro que se comporte como un diferenciador en alta frecuencia pero que no afecte la respuesta para frecuencias bajas.

Filtrado de Preénfasis y Deénfasis (3)

- Recordamos que

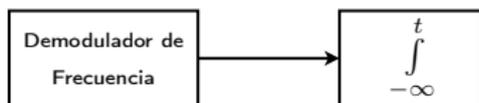
$$\mathcal{F}\left[\frac{dx}{dt}\right] = j2\pi f X(f).$$

para concluir que este filtro debe tener una respuesta en frecuencia del tipo

$$H(f) = \begin{cases} K_0 & |f| < f^* \\ K_1|f| & |f| \geq f^* \end{cases} \quad (5)$$

- En el lado del demodulador necesitamos algo a la inversa: como un modulador de fase puede ser implementado via integración de la salida del demodulador FM

Filtrado de Preénfasis y Deénfasis (4)



- Debemos utilizar un filtro con ganancia constante para frecuencias bajas y que actúe como un integrador en el rango de frecuencias altas.

Filtrado de Preénfasis y Deénfasis (5)

- Dado que

$$\mathcal{F}\left[\int_{-\infty}^t x(t)dt\right] = \frac{1}{j2\pi f}X(f) + \frac{1}{2}X(0)\delta(f).$$

por lo tanto, el filtro debe tener una respuesta en frecuencia del tipo

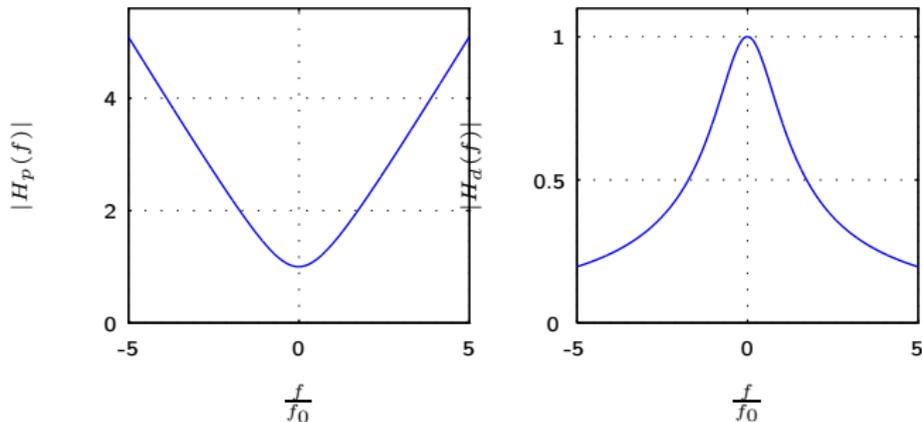
$$H(f) = \begin{cases} K_0 & |f| < f^* \\ K_1/|f| & |f| \geq f^* \end{cases} \quad (6)$$

- Esta respuesta puede ser aproximada por un filtro pasabajos.

Filtrado de Preénfasis y Deénfasis (6)

- El filtro que enfatiza la respuesta a las frecuencias altas en el lado del modulador recibe el nombre de **filtro de preénfasis**.
- En el lado del demodulador, el filtro tiene una respuesta que es inversa al filtro de preénfasis. Recibe el nombre de **filtro de deénfasis**. En la figura se observan un ejemplo con dos filtros de orden 1.

Filtrado de Preénfasis y Deénfasis (7)



- En la figura se exhiben dos filtros de orden 1, que son los que típicamente se utilizan en aplicaciones comerciales.

Filtrado de Preénfasis y Deénfasis (8)

- Notemos que el proceso de pre y post filtrado introducido por $H_p(f)$ y $H_d(f)$ se justifican también via la siguiente explicación:
 - Queremos eliminar la parte del ruido que afecta a las frecuencias altas.
 - Esto lo hacemos a la salida del demodulador mediante el filtro de deénfasis.
 - Sin embargo, esto tiene el efecto no deseado de también atenuar el contenido de información de la señal en la parte alta del espectro.
 - Por ello, debemos compensar el nivel de la señal en la parte alta del espectro antes de modularla; para ello utilizamos el filtro de preénfasis.
 - El efecto total de ambos filtros debe ser un espectro plano.

Filtrado de Preénfasis y Deénfasis (9)

- Cómo diseñamos estos filtros? En general, dependerá de la densidad espectral de potencia del mensaje.
- En aplicaciones de transmisión FM de radio de voz y sonido se utilizan filtros RC de primer orden (pasabajos y pasaaltos) con una constante de tiempo del orden $\tau_0 = 75 \mu s$. En este caso tenemos que la respuesta en frecuencia del receptor (deénfasis) está dada por

$$H_d(f) = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}} = \frac{1}{H_p(f)},$$

donde la frecuencia de corte del circuito es

$$f_0 = \frac{1}{2\pi 75 \times 10^{-6}} \approx 2,1 \text{ kHz}.$$

Efecto de los Filtros de Pre y De-énfasis (1)

- Con la introducción de los filtros de pre y de-énfasis cabe preguntarse cuál es su efecto en el desempeño total del sistema.
- En lo que respecta a la potencia del mensaje, ella no se ve afectada por la presencia de los filtros (se cancelan mutuamente).
- Donde si hay un efecto es en la potencia del ruido en la banda del mensaje.

Efecto de los Filtros de Pre y De-énfasis (2)

- En el caso de FM, el espectro del ruido antes del filtro es parabólico. Por lo tanto, luego de ser filtrado tiene la forma

$$\begin{aligned} S_{nPD}(f) &= S_{n_o}(f) |H_d(f)|^2 \\ &= \frac{N_0}{A_c^2} f^2 \frac{1}{1 + \frac{f^2}{f_0^2}}. \end{aligned}$$

Efecto de los Filtros de Pre y De-énfasis (3)

- Por lo tanto, la potencia del ruido a la salida del demodulador es

$$\begin{aligned} P_{nPD} &= \int_{-W}^W S_{nPD}(f) df \\ &= \frac{N_0}{A_c^2} \int_{-W}^W \frac{f^2}{1 + \frac{f^2}{f_0^2}} df \\ &= \frac{2N_0 f_0^3}{A_c^2} \left[\frac{W}{f_0} - \arctan \frac{W}{f_0} \right] \end{aligned}$$

Efecto de los Filtros de Pre y De-énfasis (4)

- Como la potencia del mensaje no cambia, entonces el cociente entre la razón señal-a-ruido para el caso con y sin los filtros de pre y de-énfasis es

$$\begin{aligned}\frac{\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{oPD}}}{\left(\frac{S}{N}\right)_o} &= \frac{P_{n_o}}{P_{n\text{PD}}} \\ &= \frac{\frac{2N_0W^3}{3A_c^2}}{\frac{2N_0f_0^3}{A_c^2} \left[\frac{W}{f_0} - \arctan \frac{W}{f_0} \right]} \\ &= \frac{1}{3} \frac{(W/f_0)^3}{W/f_0 - \arctan W/f_0}.\end{aligned}$$

Ejemplo (1)

Consideremos un sistema FM comercial con $W = 15 \text{ kHz}$, $f_0 = 2100\text{Hz}$ y $\beta = 5$. Si $P_{M_n} = 0,5$, determine la ganancia al utilizar filtrado de pre y de-énfasis con respecto a un sistema de banda base.

Solución

- Si no utilizamos pre y post filtrado, tenemos que

$$\begin{aligned}\left(\frac{S}{N}\right)_o &= 3\beta^2 P_{M_n} \times \left(\frac{S}{N}\right)_b \\ &\approx 15,7 + \left(\frac{S}{N}\right)_b \text{ dB.}\end{aligned}$$

Ejemplo (2)

- Por lo tanto, la modulación FM introduce una mejora de aproximadamente 15,7dB con respecto de un sistema de banda base.
- Si incluimos filtrado, entonces tenemos

$$\begin{aligned}\frac{\left(\frac{S}{N}\right)_{oPD}}{\left(\frac{S}{N}\right)_o} &= \frac{1}{3} \frac{(W/f_0)^3}{W/f_0 - \arctan W/f_0} \times \left(\frac{S}{N}\right)_o \\ &\approx 13,3 + \left(\frac{S}{N}\right)_o \text{ dB} \\ &= 29 + \left(\frac{S}{N}\right)_b \text{ dB.}\end{aligned}$$

Comparación entre Sistemas de Modulación Analógica

- Estamos en un punto en que podemos comparar los sistemas de modulación de amplitud y angular vistos.
- Vamos a estudiarlo desde tres puntos de vista
 1. Eficiencia del uso del ancho de banda.
 2. Eficiencia del uso de la potencia disponible
 3. Facilidad de implementación de transmisores y receptores.

Eficiencia en la Utilización del Espectro (1)

- El sistema más eficiente es la versión AM: SSB-SC, pues utiliza el mismo espectro que el mensaje original.
 - Principal uso: en sistemas donde el recurso ancho de banda es crítico.
 - En particular, para transmisión de voz en enlaces de microondas y satelitales, y comunicaciones punto-a-punto en regiones congestionadas.
 - Problema: SSB-SC no es bueno para transmitir señales con alto contenido DC (como imágenes).

Eficiencia en la Utilización del Espectro (2)

- Solución de Compromiso: VSB AM, utiliza un ancho de banda ligeramente superior al SSB-SC AM, pero puede transmitir señales con componente DC. Utilizada en TV y algunos enlaces de datos.
- PM y FM utilizan mayor ancho de banda, por lo que son utilizadas sólo cuando se requiere mayor inmunidad al ruido.

Eficiencia Energética (1)

- Criterio común: comparación de SNR para la misma potencia recibida.
- Modulación angular ofrece buen manejo de ruido, lo que se manifiesta en SNR grandes \Rightarrow mayor eficiencia energética.

Eficiencia Energética (2)

- FM se utiliza en enlaces punto-a-punto donde el control de potencia es el factor a considerar, y en sistemas de transmisión de radio de alta fidelidad. También se utiliza (en conjunción con SSB) para la transmisión de voz en sistemas con canalización por división de frecuencias (FDM) en enlaces microondas con línea de visión y enlaces satelitales.
- AM Convencional y VSB+C son las menos eficientes desde el punto de vista de control de potencia.

Complejidad de Implementación (1)

- El receptor con estructura más simple es el utilizado por AM convencional, seguido por el receptor para el sistema VSB+C.
- Los receptor FM también tienen baja complejidad, por lo que estos tres son los más utilizados para transmisión AM, TV y transmisión de audio de alta fidelidad (incluyendo stereo).
- Aunque AM convencional resulta ineficiente desde el punto de vista de potencia, la estructura de su receptor es simple, por lo que es uno de los más utilizados.

Complejidad de Implementación (2)

- DSB-SC y SSB-SC tiene el inconveniente de requerir demodulación sincrónica ($\phi = 0$), lo que complica su estructura. En general no se utilizan para transmisiones analógicas.