

**Clase Auxiliar N°5**

4 de Octubre de 2010.

Problema 1

Sea $\{A_n : n \in \mathbb{N}\}$ una secuencia de variables aleatorias con $E[A_k] = m$ y $E[A_k A_j] = R_A(k - j) = R_A(j - k)$. Consideremos la existencia de un pulso determinístico $p(t)$, y definamos el proceso aleatorio

$$X(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k p(t - kT),$$

para $T > 0$ constante.

- Determine $\mu_X(t)$.
- Determine $R_X(t_1; t_2)$. Es $X(t)$ estacionario?

Problema 2

Sea $Y(t) = X(t) + N(t)$, donde $X(t)$ y $N(t)$ son procesos de señal y ruido respectivamente. Asuma que $X(t)$ y $N(t)$ son conjuntamente estacionarios con funciones de autorrelación $R_X(\tau)$ y $R_N(\tau)$ y función de autocorrelación $R_{XN}(\tau)$. Se desea separar la señal del ruido, haciendo pasar $Y(t)$ por un sistema LTI con respuesta al impulso $h(t)$ y función de transferencia $H(f)$. Se desea que la salida, $\hat{X}(t)$ sea lo más cercana posible a $X(t)$.

- Encuentre la correlación cruzada entre $\hat{X}(t)$ y $X(t)$ en términos de $h(\tau)$, $R_X(\tau)$, $R_N(\tau)$ y $R_{XN}(\tau)$.
- Muestre que el sistema LTI que minimiza $E[X(t) - \hat{X}(t)]^2$ tiene función de transferencia

$$H(f) = \frac{S_X(f) + S_{XN}(f)}{S_X(f) + S_N(f) + 2\Re[S_{XN}(f)]}$$

Problema 3

Un proceso de ruido Gaussiano, de media cero y densidad espectral de potencia $\frac{N_0}{2}$ pasa a través de un filtro ideal pasa-bajos de ancho de banda B .

- Encuentre la autocorrelación del proceso de salida $Y(t)$.
- Asumiendo $\tau = \frac{1}{2B}$, encuentre la p.d.f. conjunta de los procesos $Y(t)$ e $Y(t + \tau)$. ¿Son estos independientes?