

EL4005 Principios de Comunicaciones

Clase No.4: Modelos de Canales y Modulación de Amplitud II



Patricio Parada

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

20 de Agosto de 2010

Contenidos de la Clase (1)

Modulación de Amplitud (AM)

- Introducción a AM

- DSB-SC AM

- DSB AM Convencional

Resumen y Lecturas

Introducción a AM (1)

- En la **modulación de amplitud** (AM), el mensaje $m(\cdot)$ modifica la amplitud de la señal portadora

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t). \quad (1)$$

- Lo anterior resulta en una señal sinusoidal cuya amplitud es una función del mensaje $m(\cdot)$.
- Existen varios modos de realizar lo anterior, cada uno resultando en distintas características espectrales de la señal Tx:

Introducción a AM (2)

1. *AM de Banda Lateral Doble con Portadora Suprimida (Double-sideband, Suppressed-carrier AM: DSB-SC AM).*
2. *AM de Banda Lateral Doble Convencional (Conventional Double-sideband AM: Conventional DSB AM).*
3. *AM de Banda Lateral Simple (Single-sideband AM: SSB AM).*
4. *AM de Banda Lateral Vestigial (Vestigial-sideband AM: VSB AM).*

DSB-SC AM (1)

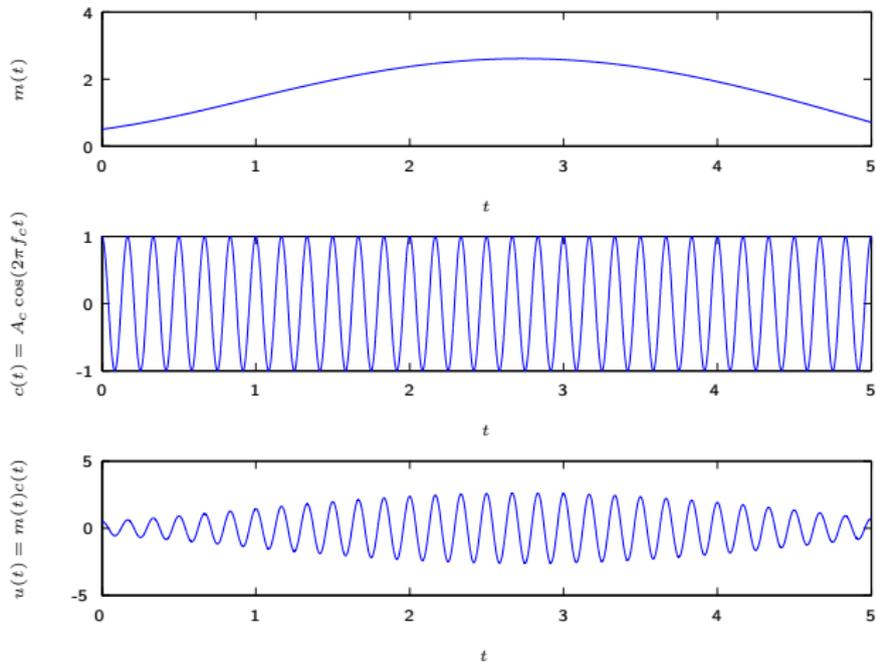
- La señal DSB-SC AM se obtiene multiplicando la señal de mensaje $m(\cdot)$ con la señal portadora $c(\cdot) = A_c \cos(2\pi f_c \cdot)$.
- Así, la señal modulada en amplitud es de la forma:

$$\begin{aligned}u(t) &= m(t)c(t) \\ &= A_c m(t) \cos(2\pi f_c t).\end{aligned}$$

DSB-SC AM (2)

- Notar que la señal $m(\cdot)$, que varía relativamente “lento” en el tiempo, es transformada en la señal modulada $u(\cdot)$ que varía rápidamente en el tiempo.
- Así, la señal modulada $u(\cdot)$ contiene más altas frecuencias que la señal inicial $m(\cdot)$.
- Al mismo tiempo, la señal modulada $u(\cdot)$ preserva las características principales de $m(\cdot)$, por lo que puede ser usada, como veremos, para recuperar $m(\cdot)$.

DSB-SC AM (3)



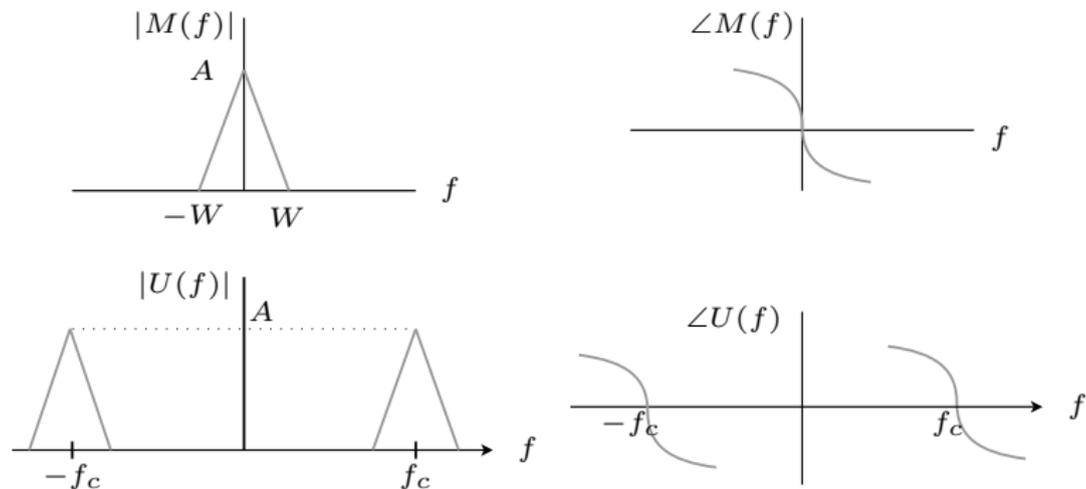
Espectro de la Señal DSB-SC AM (1)

- El espectro de la señal modulada $u(\cdot)$ se obtiene tomando transformada de Fourier:

$$\begin{aligned}U(f) &= \mathcal{F}[u(t)] \\ &= \frac{A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)],\end{aligned}$$

con $M(f) = \mathcal{F}[m(t)]$.

Espectro de la Señal DSB-SC AM (2)



Espectro de la Señal DSB-SC AM (3)

- La magnitud (y fase) del espectro del mensaje $m(\cdot)$ ha sido corrido en frecuencia por una cantidad f_c .
- El ancho de banda de la señal modulada es $2W$, mientras que el ancho de banda del mensaje es W .
- Por lo tanto, el ancho de banda del canal, necesario para Tx la señal modulada, es entonces $B_c = 2W$.

Espectro de la Señal DSB-SC AM (4)

- El contenido en frecuencia de la señal modulada $u(\cdot)$, $U(\cdot)$, en la banda de frecuencias $|f| > f_c$ se llama *banda lateral superior* (*upper sideband*) de $U(\cdot)$.
- El contenido en frecuencia de la señal modulada $u(\cdot)$, $U(\cdot)$, en la banda de frecuencias $|f| < f_c$ se llama *banda lateral inferior* (*lower sideband*) de $U(\cdot)$.
- Notar que ambos contienen todo el contenido en frecuencia de $M(\cdot)$:

Espectro de la Señal DSB-SC AM (5)

- El contenido en frecuencia de $U(f)$ para $f > f_c$ corresponde al contenido en frecuencia de $M(f)$ para $f > 0$.
- El contenido en frecuencia de $U(f)$ para $f < -f_c$ corresponde al contenido en frecuencia de $M(f)$ para $f < 0$.
- Así, la banda lateral superior (inferior) de $U(\cdot)$ contiene todas las frecuencias de $M(\cdot)$.
- Dado que $U(\cdot)$ contiene las bandas superior e inferior, la señal modulada $u(\cdot)$ es llamada DSB-AM.

Espectro de la Señal DSB-SC AM (6)

- Otra característica importante de la señal modulada $u(\cdot)$ es que no contiene la componente portadora (si $m(\cdot)$ no tiene componente continua, entonces $U(f)$ no tiene un *impulso* en frecuencia en f_c): De ahí el calificativo de *portadora suprimida* (*suppressed carrier*).
- Toda la potencia Tx está por tanto contenida en la señal moduladora $m(\cdot)$.

Contenido de Potencia de la Señal DSB-SC AM (1)

- El contenido de potencia P_u de la señal modulada $u(\cdot)$ viene dado por:

$$\begin{aligned}P_u &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} u^2(t) dt \\&= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} A_c^2 m^2(t) \cos^2(2\pi f_c t) dt \\&= \frac{A_c^2}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} m^2(t) [1 + \cos(4\pi f_c t)] dt \\&\approx \frac{A_c^2}{2} P_m\end{aligned}$$

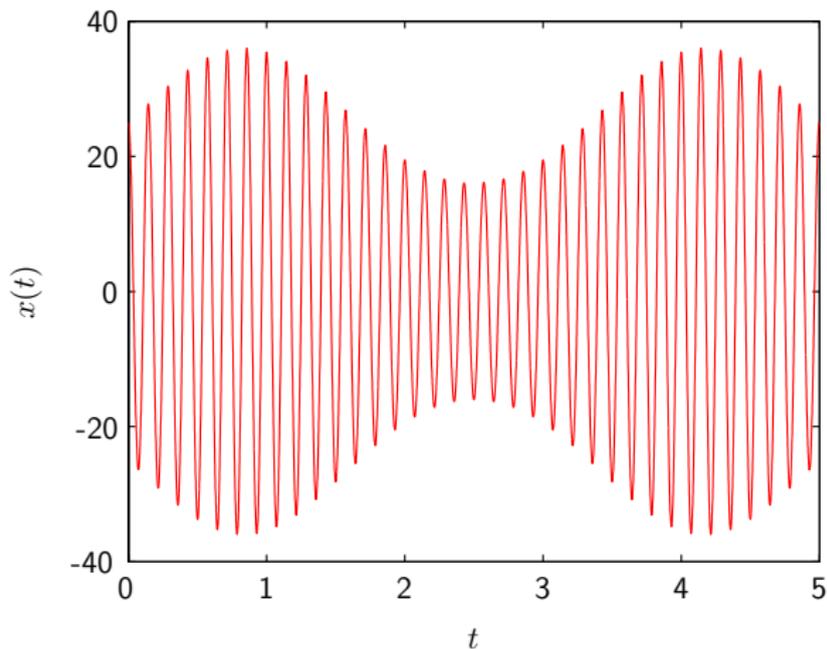
14 of 45 con P_m la potencia de la señal $m(\cdot)$.

Contenido de Potencia de la Señal DSB-SC AM (2)

- En efecto:

$$\begin{aligned} & \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} m^2(t) [1 + \cos(4\pi f_c t)] dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} m^2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} m^2(t) \cos(4\pi f_c t) dt \\ &= P_m + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} m^2(t) \cos(4\pi f_c t) dt \\ &\approx P_m. \end{aligned}$$

Contenido de Potencia de la Señal DSB-SC AM (3)



Demodulación de Señales DSB-SC AM (1)

- Suponer que la señal modulada $u(\cdot)$ es Tx a través de un canal ideal (i.e., canal no introduce ruido ni distorsión). La señal recibida $r(\cdot)$ es entonces:

$$r(t) = u(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t).$$

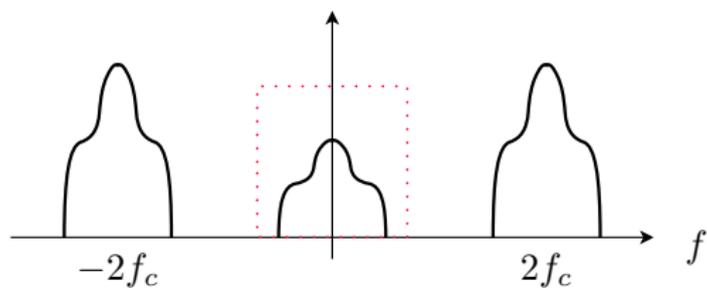
Demodulación de Señales DSB-SC AM (2)

- Multiplicando $r(\cdot)$ por una senoide generada localmente $\cos(2\pi f_c t + \phi)$ obtenemos:

$$\begin{aligned}r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) &= A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t + \phi) \\ &= \frac{1}{2} A_c m(t) \cos(\phi) + \frac{1}{2} A_c m(t) \cos(4\pi f_c t + \phi).\end{aligned}$$

- El espectro de la señal $r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi)$ es entonces:

Demodulación de Señales DSB-SC AM (3)



Demodulación de Señales DSB-SC AM (4)

- Dado que el contenido en frecuencia de $m(\cdot)$ está limitado a W Hz, con $W \ll f_c$, el filtrado de la señal $r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi)$ vía un filtro pasabajos ideal con ancho de banda $< f_c$ y centrado en $f = 0$ produce una versión sin distorsión de $M(\cdot)$, de donde $m(\cdot)$ puede ser recobrada salvo un factor de disminución de potencia $\cos^2(\phi)$.
- En efecto, la salida $y_l(\cdot)$ de dicho filtro es:

$$y_l(t) = \frac{1}{2} A_c m(t) \cos(\phi).$$

Demodulación de Señales DSB-SC AM (5)

- La discusión anterior muestra la necesidad de *demoduladores síncronos o coherentes en fase*.
- Idealmente, la fase ϕ de la senoide generada localmente debiera ser igual a 0, esto es, la fase de la señal recibida.
- Existen dos métodos:
 1. • Agregar una componente portadora en la señal T_x , a modo de un “tono piloto”, con amplitud y potencia elegidos mucho menores que los de la señal modulada.

Demodulación de Señales DSB-SC AM (6)

- La señal Tx es entonces de doble banda lateral, pero no más de portadora suprimida.
- En el extremo receptor, un filtro de ancho de banda fino y sintonizado en f_c es usado para extraer la portadora piloto, la cual es usada entonces para multiplicar la señal recibida, de forma similar al procedimiento anterior.
- La señal así demodulada contiene una componente continua, la cual debe ser sustraída para recobrar $m(\cdot)$.

Demodulación de Señales DSB-SC AM (7)

2. La adición de una componente portadora en la señal Tx tiene la desventaja de que una porción de la potencia Tx es usada en la Tx del tono piloto. Como alternativa, una senoide *en fase* puede ser generada a partir de $r(\cdot)$ sin la necesidad del tono piloto, usando un circuito conocido como *phase-locked loop*.

Implementaciones Prácticas (1)

- Modulación de amplitud puede implementarse de diversas formas:

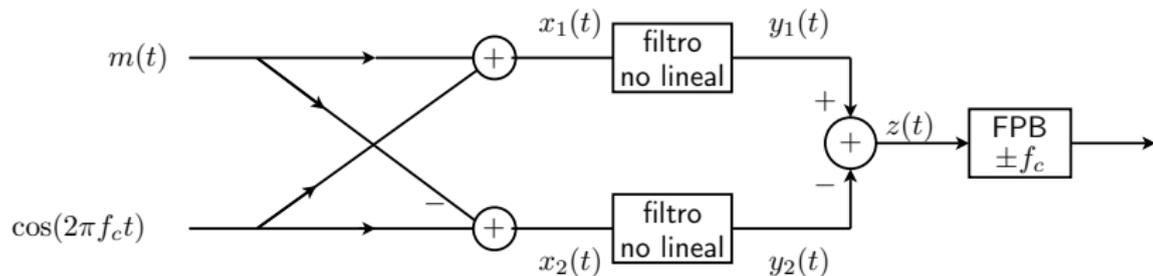
(1) **Multiplicador Analógico:**

$$u(t) = m(t) \times \cos(2\pi f_c t). \quad (2)$$

Este tipo de amplificadores es caro y usualmente no lineal.

- (2) **Moduladores No Lineales:** Este tipo de amplificadores se basa en diodos o transistores y mezcla las señales $m(t)$ y $\cos(2\pi f_c t)$ usando sumadores y módulos no lineales.

Implementaciones Prácticas (2)



Implementaciones Prácticas (3)

- (3) **Modulador Conmutador:** En este caso la señal $m(t)$ es multiplicada por una señal periódica $\phi(t)$ cuya frecuencia fundamental es f_c :

$$\phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(n2\pi f_c \frac{t}{T} + \theta_n) \quad (3)$$

$$\Rightarrow m(t)\phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n m(t) \cos(n2\pi f_c \frac{t}{T} + \theta_n) \quad (4)$$

Implementaciones Prácticas (4)

En el caso que $\phi(t)$ represente un pulso cuadrado, la serie de Fourier de la portadora es

$$\phi(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left(\cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{3} \cos(2\pi 3 f_c t) + \frac{1}{5} \cos(2\pi 5 f_c t) \pm \dots \right) \quad (5)$$

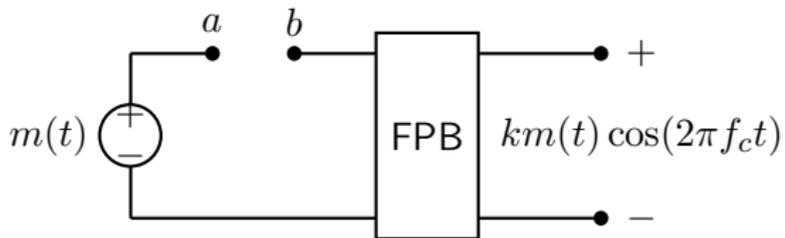
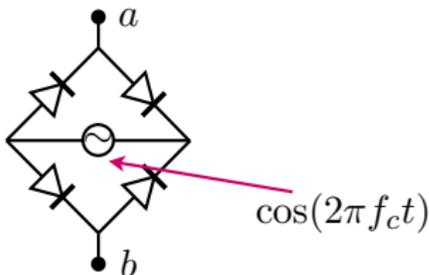
$$m(t)\phi(t) = \frac{m(t)}{2} + \frac{2}{\pi} \left(m(t) \cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{3} m(t) \cos(2\pi 3 f_c t) + \right. \quad (6)$$

$$\left. \frac{1}{5} m(t) \cos(2\pi 5 f_c t) \pm \dots \right) \quad (7)$$

Implementaciones Prácticas (5)

- La señal modulada consiste de $m(t)$ y un número infinito de copias en las portadoras $f_c, 3f_c, 5f_c$, etc.
- Para recuperar la señal se necesita un filtro pasabandas sintonizado con f_c y de ancho de banda $2W$ Hz.
- En la práctica, el sistema puede ser implementado mediante conmutación (switching) del mensaje, como puede ser un puente de diodos.

Implementaciones Prácticas (6)



DSB AM Convencional (1)

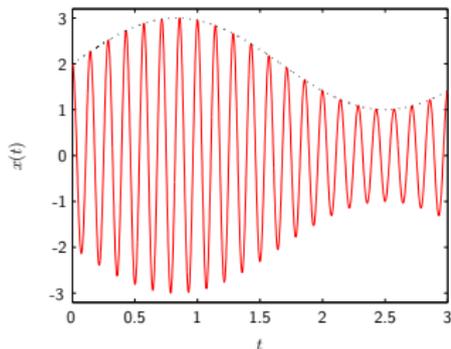
- Una señal DSB AM convencional es de la forma:

$$u(t) = A_c \left[1 + m(t) \right] \cos(2\pi f_c t)$$

donde la señal mensaje $m(\cdot)$ es restringida a satisfacer la condición $|m(t)| \leq 1$ para todo t (en la práctica, $m(\cdot)$ es escalada en magnitud de tal forma de satisfacer esta restricción).

DSB AM Convencional (2)

- Notar que $A_c m(t) \cos(2\pi f_c t)$ es una señal DSB AM, mientras que $A_c \cos(2\pi f_c t)$ es la componente portadora.



DSB AM Convencional (3)

- Como veremos, la presencia de esta componente portadora en la señal modulada $u(\cdot)$ resulta en una estructura simple para el demodulador.
- Por lo anterior, transmisión AM comercial generalmente emplea esta técnica.
- Notar que como $|m(\cdot)| \leq 1$, la amplitud $A_c[1 + m(\cdot)] \geq 0$. Como veremos, ésta es la propiedad que hace la demodulación de este tipo de señales simple.

DSB AM Convencional (4)

- Por otro lado, si $m(t) < -1$ para algún t , la demodulación respectiva se hace más compleja, y la señal AM se dice entonces *sobremodulada*.
- Como mencionamos, la condición $|m(\cdot)| \leq 1$ se logra en la práctica escalando apropiadamente en amplitud.

DSB AM Convencional (5)

- Es conveniente escribir:

$$m(t) = am_n(t),$$

con $m_n(\cdot)$ normalizado de tal forma que su valor mínimo sea -1 .

- Ej.:

$$m_n(t) = \frac{m(t)}{\max |m(t)|}.$$

DSB AM Convencional (6)

- El factor de escala a es llamado *índice de modulación*; generalmente una constante < 1 .
- Dado que $|m_n(\cdot)| \leq 1$ y $0 < a < 1$, tenemos $1 + am_n(t) > 0 \forall t$, y la señal modulada:

$$u(t) = A_c [1 + am_n(t)] \cos(2\pi f_c t)$$

no resulta sobremodulada.

Espectro de la Señal DSB AM Convencional (1)

- Con $M_n(f) = \mathcal{F}[m_n(t)]$, el espectro $U(f) = \mathcal{F}[u(t)]$ de la señal modulada $u(\cdot)$ es:

$$U(f) = \mathcal{F} [A_c a m_n(t) \cos(2\pi f_c t)] + \mathcal{F} [A_c \cos(2\pi f_c t)],$$

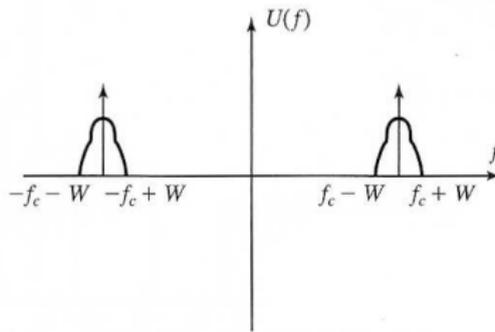
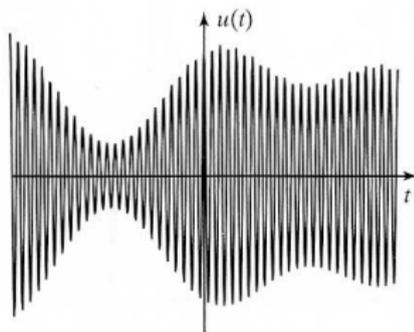
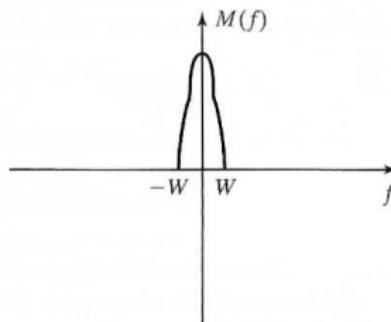
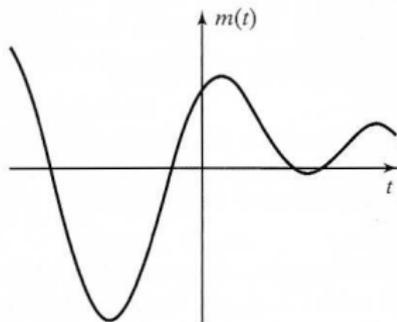
esto es:

$$U(f) = \frac{A_c a}{2} [M_n(f - f_c) + M_n(f + f_c)] + \frac{A_c a}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)].$$

Espectro de la Señal DSB AM Convencional (2)

- Como antes, el espectro de la señal modulada ocupa el doble de ancho de banda que el del mensaje.

Espectro de la Señal DSB AM Convencional (3)



Potencia de la Señal DSB AM Convencional (1)

- La señal DSB AM Convencional es similar al caso DSB-SC AM con $m(\cdot)$ substituído por $1 + am_n(\cdot)$. En este último caso teníamos:

$$P_u = \frac{A_c^2}{2} P_m$$

con P_u y P_m el contenido de potencia de la señal modulada y el mensaje, respectivamente.

Potencia de la Señal DSB AM Convencional (2)

- Para la señal DSB AM Convencional tenemos:

$$\begin{aligned} P_m &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} [1 + am_n(t)]^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} [1 + a^2 m_n^2(t)] dt, \end{aligned}$$

bajo la hipótesis de media nula para $m_n(\cdot)$ (válido para la mayoría de las señales de interés).

Potencia de la Señal DSB AM Convencional (3)

- Entonces:

$$P_m = 1 + a^2 P_{m_n},$$

con P_{m_n} el contenido de potencia en $m_n(\cdot)$, y por lo tanto finalmente obtenemos:

$$P_u = \frac{A_c^2}{2} + \frac{A_c^2}{2} a^2 P_{m_n}.$$

Potencia de la Señal DSB AM Convencional (4)

- La primera componente de la expresión anterior refleja la presencia de la portadora en la señal modulada y no representa contenido de potencia relativo a “información” (mensaje), mientras que la segunda representa el contenido de potencia relativo al transporte de información.

Potencia de la Señal DSB AM Convencional (5)

- Usualmente la segunda componente es mucho más pequeña que la primera ($a < 1$, $|m(\cdot)| < 1$ y, para señales de rango dinámico amplio, $P_{m_n} \ll 1$), reflejando que este tipo de modulación es menos eficiente, en términos de potencia, que DSB-CS AM.
- La ventaja de este tipo de modulación proviene, como mencionamos, de la simplicidad de su demodulación asociada.

Resumen

- DSB-SC AM: implementaciones, potencia, aspectos prácticos
- AM convencional: presencia de portadora, índice de modulación.

Lecturas

- Salehi & Proakis, *Communication Systems Engineering*, Capítulo 3, secciones 3.1 a 3.2.1.