Profesores : Jorge Romo L.
Alfredo Muñoz R.
Profesor Auxiliar : Eduardo Zamora D.
Tiempo : 1 hr 45 min
Fecha : 12/11/2010

EL4001 – Conversión de la Energía y Sistemas de Eléctricos

Ejercicio 5

Problema 1

Parte a). La expresión del torque del motor de inducción, con $y = R_2/s$ viene dada por:

$$T_M(s) = \frac{3 \cdot R_2}{s \cdot \omega_S} \cdot \frac{V^2}{\left(R_1 + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}$$

$$T_M(y) = \frac{3 \cdot V^2}{\omega_S} \cdot \frac{y}{(R_1 + y)^2 + (X_1 + X_2)^2}$$

Derivando e igualando a cero:

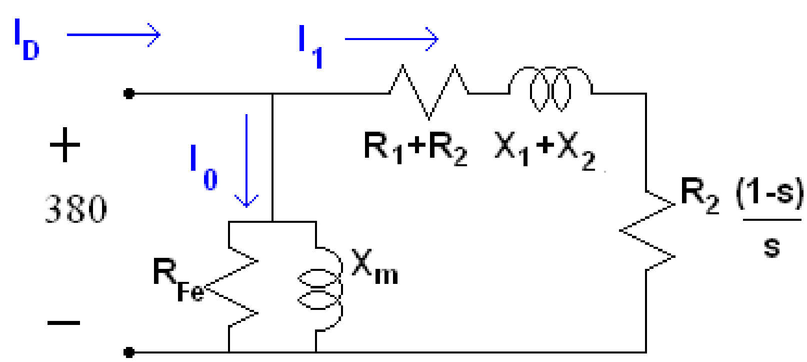
$$\frac{dT_M}{dy} = \frac{3 \cdot V^2}{\omega_S} \cdot \frac{(R_1 + y)^2 + (X_1 + X_2)^2 - y \cdot 2(R_1 + y)}{[(R_1 + y)^2 + (X_1 + X_2)^2]^2} = \frac{3 \cdot V^2}{\omega_S} \cdot \frac{R_1^2 - y^2 + (X_1 + X_2)^2}{[(R_1 + y)^2 + (X_1 + X_2)^2]^2}$$

$$\frac{dT_M}{dy} = 0 \rightarrow R_1^2 - y^2 + (X_1 + X_2)^2 = 0$$

$$y^* = \frac{R_2}{s^*} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2)^2}$$

$$s^* = \frac{R_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

Parte b). Utilizaremos los parámetros por enrollado y tensión entre fases por tratarse de una conexión Δ, recordando que la corriente del modelo corresponde a corriente por enrollado.



Dado que la máquina es de 4 polos, se tiene que $\omega_S = 2\pi 50/(4/2) = 50\pi\ [rad/s] = 1500\ [rpm]$. Luego:

$$s = \frac{1500 - 1455}{1500} = 0{,}03$$

Resolviendo el circuito:

$$I_0 = \frac{380}{1500} + \frac{380}{j30} = 12{,}6692 < -88{,}85° \, [A]$$

$$I_1 = \frac{380}{\left(0{,}3 + \frac{0{,}18}{0{,}03}\right) + j(0{,}6 + 0{,}6)} = \frac{380}{(0{,}3 + 6) + j1{,}2} = 59{,}2522 < -10{,}78° \, [A]$$

$$I_D = I_1 + I_0 = 63{,}1006 < -22{,}11° \, [A]$$

$$P_{Motor} = 3 \cdot R_2 \cdot \frac{1 - s}{s} \cdot |I_1|^2 = 3 \cdot 0{,}18 \cdot \frac{1 - 0{,}03}{0{,}03} \cdot 59{,}2522^2 = 61{,}2990 \, [kW]$$

$$S_{3\varphi} = 3 \cdot V_{ff} \cdot I_D^* = 3 \cdot 380 \cdot 63{,}1006 < 22{,}11° = 71{,}9347 < 22{,}11° \, [kVA]$$

$$S_{3\varphi} = 66{,}6448 \, [kW] + j27{,}0752 [kVAr]$$

$$cos\varphi = 0{,}9265 \, inductivo$$

$$\eta = \frac{61{,}2990}{66{,}6448} = 91{,}98\%$$

A la partida:

$$I_0 = 12{,}6692 < -88{,}85° \, [A]$$

$$I_1 = \frac{380}{(0{,}3 + 0{,}18) + j(0{,}6 + 0{,}6)} = 294{,}0176 < -68{,}20° \, [A]$$

$$I_D = I_0 + I_1 = 305{,}9055 < -69{,}04° \, [A] \rightarrow I_L = \sqrt{3} \cdot I_D = 529{,}8438 \, [A]$$

$$T_{partida} = \frac{3 \cdot 0{,}18}{1 \cdot 50\pi} \cdot \frac{380^2}{\left(0{,}3 + \frac{0{,}18}{1}\right)^2 + (0{,}6 + 0{,}6)^2} = 297{,}1807 \, [Nm]$$

Para imponer torque máximo a la partida basta hacer $s^* = 1$ en la ecuación de la parte a). Entonces:

$$R_2^* = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2)^2} = \sqrt{0{,}3^2 + 1{,}2^2} = 1{,}2369 \, [\Omega]$$

Luego, la resistencia que debe añadirse es $R_R = R_2^* - R_2 = 1{,}2369 - 0{,}18 = 1{,}0569 \, [\Omega]$. En estas condiciones:

$$I_0 = 12{,}6692 < -88{,}85° \, [A]$$

$$I_1 = \frac{380}{(0{,}3 + 1{,}2369) + j(0{,}6 + 0{,}6)} = 194{,}8830 < -37{,}98° \, [A]$$

$$I_D = I_0 + I_1 = 203{,}1162 < -40{,}75° \, [A] \rightarrow I_L = \sqrt{3} \cdot I_D = 351{,}8076 \, [A]$$

$$T_{partida} = \frac{3 \cdot 1{,}2369}{1 \cdot 50\pi} \cdot \frac{380^2}{(0{,}3 + 1{,}2369)^2 + (0{,}6 + 0{,}6)^2} = 897{,}1891 \, [Nm]$$

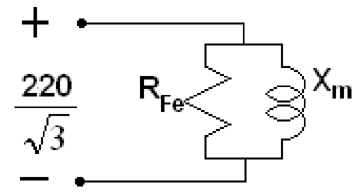
Con esto se logra reducir de manera importante la corriente de partida y aumentar el torque de partida. Esta resistencia adicional debe cortocircuitarse al tomar velocidad.

Problema 2

Parte a). De la prueba en vacío, s = 0 y la impedancia de la rama serie se hace infinita:

$$R_{Fe} = \frac{V^2}{P_{3\varphi}/3} = \frac{\left(220/\sqrt{3}\right)^2}{600/3} = 80{,}67\ [\Omega]$$

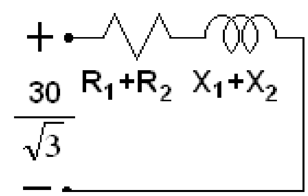
$$X_m = \frac{V^2}{\sqrt{(V \cdot I)^2 - (P/3)^2}} = \frac{\left(220/\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 20\right)^2 - (600/3)^2}} = 6{,}37\ [\Omega]$$



De la prueba de rotor bloqueado, s = 1, y despreciamos la rama shunt:

$$R_1 + R_2 = \frac{P_{3\varphi}/3}{I^2} = \frac{1500/3}{50^2} = 0{,}2$$
$$\rightarrow R_1 = 0{,}15\ [\Omega] \quad R_2 = 0{,}05\ [\Omega]$$

$$X_1 + X_2 = \frac{\sqrt{(V \cdot I)^2 - (P/3)^2}}{I^2} = \frac{\sqrt{\left(\frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 50\right)^2 - (1500/3)^2}}{50^2} = 0{,}2828\ [\Omega]$$
$$\rightarrow\ X_1 = X_2 = 0{,}1414\ [\Omega]$$



Parte b). Igualamos el torque motriz con los 80 [Nm] del torque resistivo (Sea $y = R_2/s = 0{,}05/s$):

$$T_M = \frac{3 \cdot 0{,}05}{s \cdot 2\pi 50} \cdot \frac{\left(220/\sqrt{3}\right)^2}{\left(0{,}15 + \frac{0{,}05}{s}\right)^2 + (0{,}1414 + 0{,}1414)^2} = \frac{154{,}061985 \cdot y}{(0{,}15 + y)^2 + (0{,}2828)^2} = 80\ [Nm]$$

$$80 \cdot (y^2 + 2 \cdot 0{,}15 \cdot y + 0{,}15^2 + 0{,}2828^2) = 154{,}061985 \cdot y$$

$$80y^2 - 130{,}061985y + 8{,}1980672 = 0$$

$$y_1 = \frac{0{,}05}{s_1} = 1{,}560089 \qquad y_2 = \frac{0{,}05}{s_2} = 0{,}065686$$

$$s_1 = 0{,}032049 \qquad s_2 = 0{,}761197$$

Nos quedamos con la solución de menor deslizamiento, s = 0,032049.

$$I_0 = \frac{220/\sqrt{3}}{80{,}67} + \frac{220/\sqrt{3}}{j6{,}37} = 20{,}0020 < -85{,}49°\ [A]$$

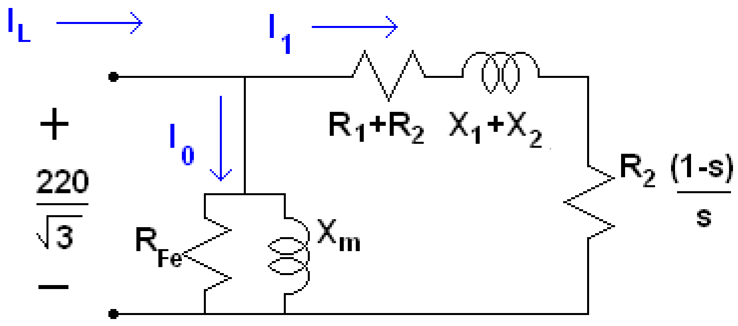
$$I_1 = \frac{220/\sqrt{3}}{\left(0{,}15 + \frac{0{,}05}{0{,}032049}\right) + j(0{,}2828)} = 73{,}2789 < -9{,}39°\ [A]$$

$$I_L = I_1 + I_0 = 80{,}4618 < -23{,}35° \, [A]$$

$$S_{3\varphi} = 3 \cdot V_{fn} \cdot I_L^* = 3 \cdot \frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 73{,}2789 < 23{,}35° = 27{,}9230 < 23{,}35° \, [kVA]$$

$$S_{3\varphi} = 25{,}6361 \, [kW] + j11{,}0672 [kVAr]$$

$$cos\varphi = 0{,}9181 \; inductivo \quad (No \; es \; necesario)$$



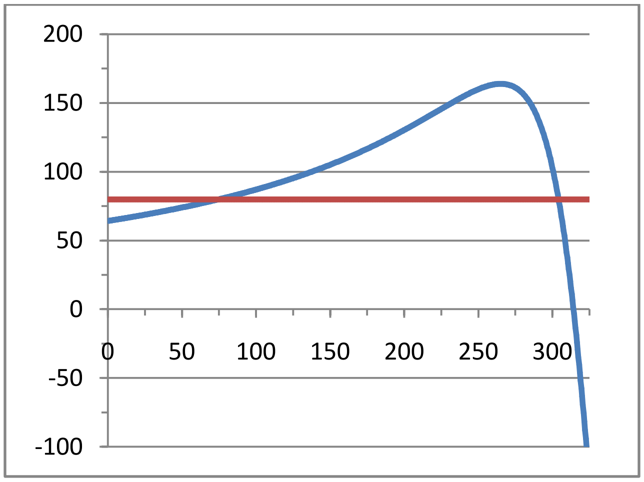
Si se desea que $cos\varphi = 0{,}93 \rightarrow \varphi = 21{,}57°$

$$Q = P \cdot tan(\varphi) = 25{,}6361 \cdot \tan(21{,}57) = 10{,}1345 \, [kVAr]$$

Por lo tanto es necesario agregar:

$$Q_C = 11{,}0672 - 10{,}1345 = 0{,}9327 \, [kVAr]$$

Parte c). A continuación se muestra el gráfico de torques de este problema.



El punto de la derecha es el de menor deslizamiento. En este punto, si la velocidad cae, $T_M > T_R$ y la máquina vuelve a acelerar; si la velocidad aumenta, $T_R > T_M$ y la máquina se frena volviendo siempre al punto de equilibrio. En cambio, en el punto de mayor deslizamiento (izquierda), al caer la velocidad $T_R > T_M$ y la máquina se frenará hasta detenerse. Si la velocidad aumenta, $T_M > T_R$, y la máquina acelerará hasta el punto de equilibrio estable.