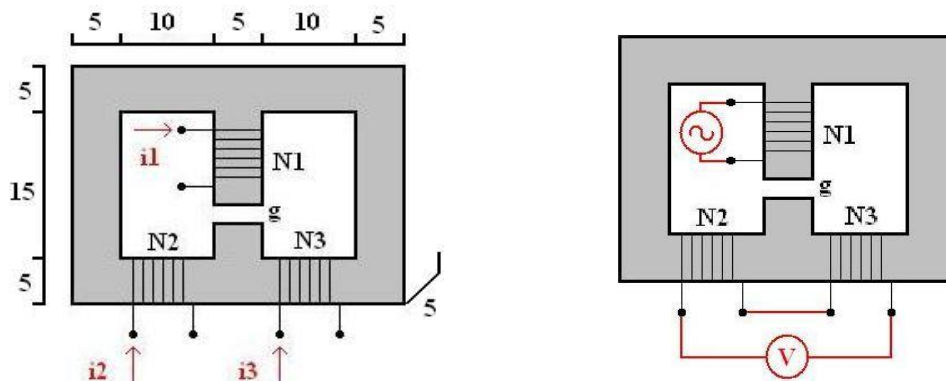


EL4001 – Conversión de la Energía y Sistemas de Eléctricos

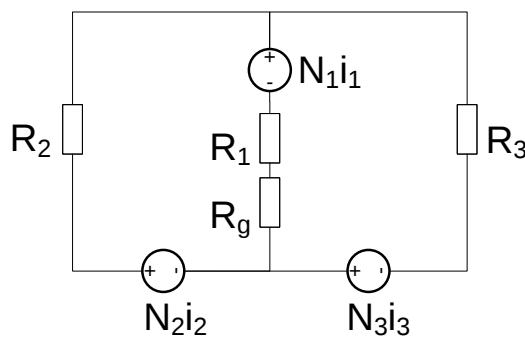
Pauta Ejercicio 1

Problema 1, Ayudante: Piero Izquierdo

El circuito magnético de la figura tiene todas sus dimensiones en [cm], y el material usado tiene permeabilidad constante $\mu = 1000 \mu_0$. El entrehierro tiene un ancho $g = 1$ [mm]. Considere $N_1 = 200$ [vueltas], $N_2 = 150$ [vueltas], $N_3 = 250$ [vueltas], y que las bobinas tienen resistencia despreciable.



- a) (2 puntos) Dibuje el circuito de reluctancias asociado al problema, indicando el valor de cada reluctancia.

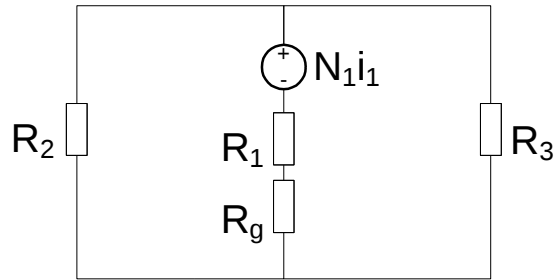


$$R_2 = R_3 = \frac{0.5[m]}{1000 \cdot 4\pi 10^{-7} \left[\frac{Wb}{A \cdot m} \right] \cdot 25 \cdot 10^{-4} [m^2]} = 159155 \left[\frac{A}{Wb} \right]$$

$$R_1 = \frac{0.199[m]}{1000 \cdot 4\pi 10^{-7} \left[\frac{Wb}{A \cdot m} \right] \cdot 25 \cdot 10^{-4} [m^2]} = 63344 \left[\frac{A}{Wb} \right]$$

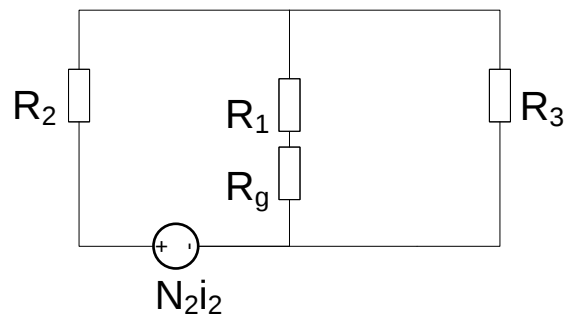
$$R_g = \frac{0.001[m]}{4\pi 10^{-7} \left[\frac{Wb}{A \cdot m} \right] \cdot 25 \cdot 10^{-4} [m^2]} = 318310 \left[\frac{A}{Wb} \right]$$

b) (2 puntos) Calcule las inductancias propias de los 3 enrollados.



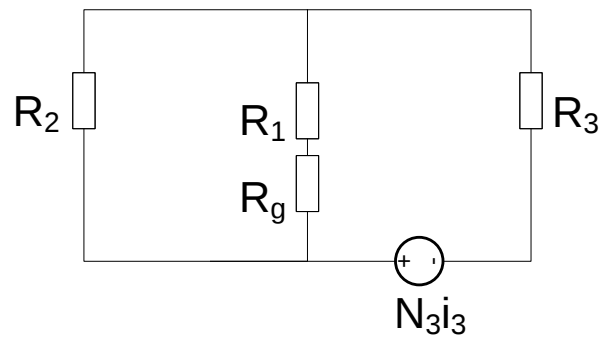
$$\phi_{11} = \frac{N_1 i_1}{R_1 + R_g + (R_2 // R_3)} = \frac{200 i_1}{461231.5} [Wb]$$

$$L_{11} = N_1 \cdot \frac{\partial \phi_{11}}{\partial i_1} = 86.72 [mH]$$



$$\phi_{22} = \frac{N_2 i_2}{R_2 + (R_3 // (R_1 + R_g))} = \frac{150 i_2}{271472.2} [Wb]$$

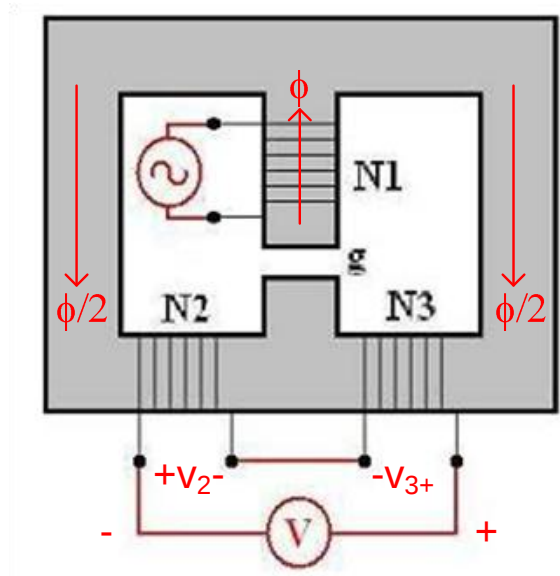
$$L_{22} = N_2 \cdot \frac{\partial \phi_{22}}{\partial i_2} = 82.88 [mH]$$



$$\phi_{33} = \frac{N_3 i_3}{R_3 + (R_2 // (R_1 + R_g))} = \frac{250 i_3}{271472.2} [Wb]$$

$$L_{33} = N_3 \cdot \frac{\partial \phi_{33}}{\partial i_3} = 230.23 [mH]$$

- c) (2 puntos) Si se conecta a la bobina 1 una fuente de tensión $V_0 = \sqrt{2} \cdot 110 \cdot \sin(100\pi \cdot t)$ [V], calcule el valor rms de la tensión que se registraría en el voltímetro de la figura de la derecha.



$$V_0 = \sqrt{2} \cdot 110 \cdot \sin(100\pi t) [V]$$

$$\Rightarrow f = 50 [Hz]$$

$$\Rightarrow V_0(RMS) = 110 [V]$$

$$I = \frac{V_0}{2\pi f L_{11}} = \frac{110 [V]}{2\pi \cdot 50 \cdot 0.08672 [\Omega]} = 4.0376 [A]$$

$$\phi_{11} = \frac{200 \cdot 4.0376}{461231.5} = 1.7508 \cdot 10^{-3} [Wb]$$

$$\phi_{12} = \phi_{13} = \frac{\phi_{11}}{2} = 8.7540 \cdot 10^{-4} [Wb]$$

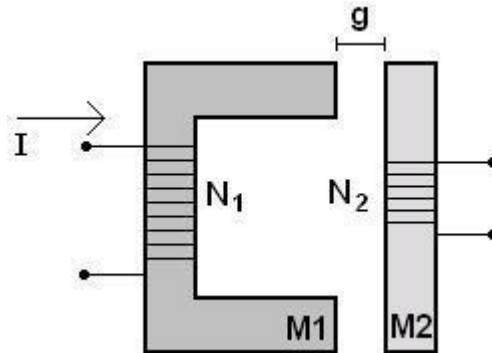
$$v_2 = N_2 \frac{\delta \phi_{12}}{\delta t} \Rightarrow |v_2| = N_2 \cdot 100\pi |\phi_{12}| = 41.25 [V]$$

$$v_3 = N_3 \frac{\delta \phi_{13}}{\delta t} \Rightarrow |v_3| = N_3 \cdot 100\pi |\phi_{13}| = 68.75 [V]$$

$$V = v_3 - v_2 = 27.5 [V]$$

Problema 2, Ayudante: Alejandro Abarzúa

El circuito magnético de la figura está compuesto por 2 materiales ferromagnéticos M1 y M2, de longitudes medias $L_1 = 0.4$ [m] y $L_2 = 0.2$ [m] respectivamente. Las curvas B – H se entregan en el gráfico adjunto. Las bobinas 1 y 2 tienen respectivamente $N_1 = 500$ [vueltas] y $N_2 = 200$ [vueltas]. La sección transversal del circuito es constante $A = 36$ [cm²].



- a) (2 puntos) Si la corriente I por la bobina 1 toma un valor de 5 [A] continuos, determine para qué rangos de “g” ningún material satura, solo un material satura, y ambos saturan.

Se tiene que:

$$L_1 = 0,4 \quad L_2 = 0,2 \quad N_1 = 500 \quad N_2 = 200 \quad \text{y} \quad A = 36[\text{cm}^2] = 36 \cdot 10^{-4}[\text{m}^2]$$

Resolviendo mediante Ley de Ampere se tiene:

$$\sum_{i=1}^n H_i \cdot L_i = I_{\text{total}} = N_1 \cdot I$$

De acuerdo a la curva:

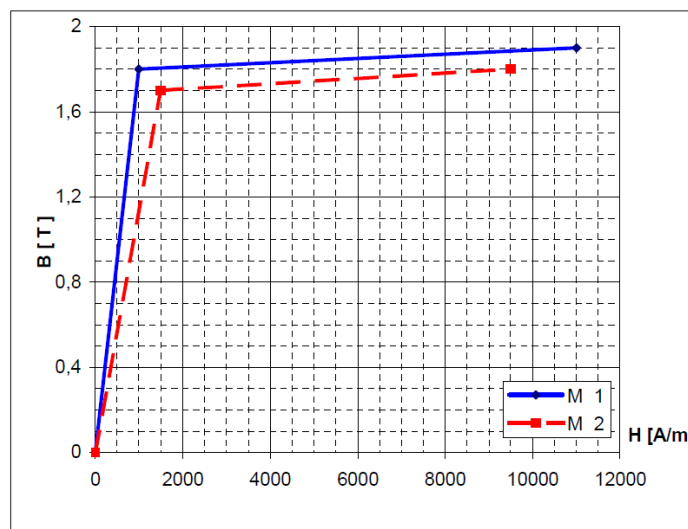


Figura 1: curva de saturación del material M1(bobina 1) y M2(bobina 2).

Las curvas H_1, H_2 y H_g sobre sus valores de saturación presentan las siguientes ecuaciones.

$$H_1(B) = 1000 \cdot \frac{B}{1,8} \quad B \leq 1,8$$

$$H_2(B) = 1500 + \frac{8000}{0,1} \cdot (B - 1,7) \quad B \geq 1,7$$

$$H_g(B) = \frac{B}{4\pi \cdot 10^{-7}} \quad \forall B$$

Se aprecia claramente que los casos están dados por:

- Ninguno saturado $\rightarrow B < 1,7 \left[\frac{Wb}{m^2} \right]$
- Uno saturado (M2) $\rightarrow 1,7 \left[\frac{Wb}{m^2} \right] \leq B < 1,8 \left[\frac{Wb}{m^2} \right]$
- Ambos saturados $\rightarrow B \geq 1,8 \left[\frac{Wb}{m^2} \right]$

La ecuación de la ley de ampere para el caso en que **ninguno está saturado** queda:

$$H_1(1,7) \cdot L_1 + H_2(1,7) \cdot L_2 + H_g(1,7) \cdot (2 \cdot g) = N_1 \cdot I$$

Reemplazando los valores:

$$1000 \cdot \frac{1,7}{1,8} \cdot 0,4 + 1500 \cdot 0,2 + \frac{1,7}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 2 \cdot g = 500 \cdot 5$$

Despejando g, se obtiene:

$$g > 0,67349[mm]$$

Se puede concluir rápidamente que g es “mayor que” ya que a medida que más se alejen los entre si los materiales ferromagnéticos, menos flujo se enlazará.

Ahora para el caso en que **ambos están saturados**, se tiene que la ecuación de ampere queda:

$$H_1(1,8) \cdot L_1 + H_2(1,8) \cdot L_2 + H_g(1,8) \cdot (2 \cdot g) = N_1 \cdot I$$

Reemplazando los valores:

$$1000 \cdot 0,4 + 9500 \cdot 0,2 + \frac{1,8}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 2 \cdot g = 500 \cdot 5$$

Despejando g, se obtiene:

$$g \leq 0,069813[mm]$$

Y como se puede apreciar, la zona en que ambos están saturados se encuentra entre los dos valores calculados, por lo tanto, finalmente se obtiene:

- Ninguno saturado $\rightarrow g > 0,67349[mm]$
- Uno saturado (M2) $\rightarrow 0,67349[mm] \geq g > 0,069813[mm]$
- Ambos saturados $\rightarrow 0,069813[mm] \geq g$

b) (2 puntos) Si $g = 0.5 [mm]$, determine la máxima corriente I que permite que ambos materiales operen en zona lineal, y la mínima corriente I que hace que ambos se saturen.

Ahora conocemos $g = 0,5[mm] = 0,5 \cdot 10^{-3}[m]$ y tenemos que encontrar I_{max} que permite que ambos materiales operen en zona lineal. Y además debemos encontrar I_{min} , tal que ambos materiales estén saturados.

Para encontrar I_{max} se evalúa la ley de ampere en $B = 1,7$:

$$H_1(1,7) \cdot L_1 + H_2(1,7) \cdot L_2 + H_g(1,7) \cdot (2 \cdot g) = N_1 \cdot I_{max}$$

Reemplazando los valores:

$$1000 \cdot \frac{1,7}{1,8} \cdot 0,4 + 1500 \cdot 0,2 + \frac{1,7}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 500 \cdot I_{max}$$

Despejando I , se obtiene:

$$I_{max} = 4,0612[A]$$

Ahora para encontrar I_{min} se evalúa la ley de ampere en $B = 1,8$:

$$H_1(1,8) \cdot L_1 + H_2(1,8) \cdot L_2 + H_g(1,8) \cdot (2 \cdot g) = N_1 \cdot I_{min}$$

Reemplazando los valores:

$$1000 \cdot 0,4 + 9500 \cdot 0,2 + \frac{1,8}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 500 \cdot I_{min}$$

Despejando I , se obtiene:

$$I_{min} = 7,4648[A]$$

c) (2 puntos) Si $g = 0.5 \text{ [mm]}$ e $I(t) = 5 + 0.1 \text{ sen } (100\pi t) \text{ [A]}$, determine la densidad de flujo $B(t)$ y la magnitud de la tensión inducida (valor rms) en la bobina 2.

Ahora tenemos $I(t) = 5 + 0,1\text{sen}(100\pi t)$ y $g = 0,5[\text{mm}] = 0,5 \cdot 10^{-3}[\text{m}]$, y se nos pide determinar $B(t)$ y el valor de la tensión inducida (en rms) en la bobina 2.

Y debido a que el módulo de $I(t)$ está en torno a $5[\text{A}]$, de los resultados de b) se tiene que M1 está en la zona lineal, mientras que M2 está saturado.

Primero debemos obtener $B(t)$, como siempre, de la ley de ampere:

$$H_1(B(t)) \cdot L_1 + H_2(B(t)) \cdot L_2 + H_g(B(t)) \cdot (2 \cdot g) = N_1 \cdot I(t)$$

Reemplazando valores nos queda:

$$1000 \cdot \frac{B(t)}{1,8} \cdot 0,4 + \left(1500 + \frac{8000}{0,1} \cdot (B(t) - 1,7) \right) \cdot 0,2 + \frac{B(t)}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 500 \cdot I(t)$$

Despejando $B(t)$ en función de $I(t)$:

$$B(t) = 1,5807 + 0,0294 \cdot I(t)$$

Reemplazando $I(t)$:

$$B(t) = 1,7276 + 2,9381 \cdot 10^{-3} \text{sen}(100\pi t) \quad \left[\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right]$$

Ahora para encontrar la tensión inducida (rms) en la bobina 2 necesitamos la siguiente ecuación:

$$e = N_2 \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}$$

Resolviendo queda:

$$e = 200 \cdot 36 \cdot 10^{-4} \cdot 2,9381 \cdot 10^{-3} \cdot 100\pi \cdot \cos(100\pi t)$$

Como solo nos interesa el módulo:

$$e = 0,6646[\text{V}]$$

Finalmente en RMS:

$$e = \frac{0,6646}{\sqrt{2}} = 0,4699[V_{RMS}]$$