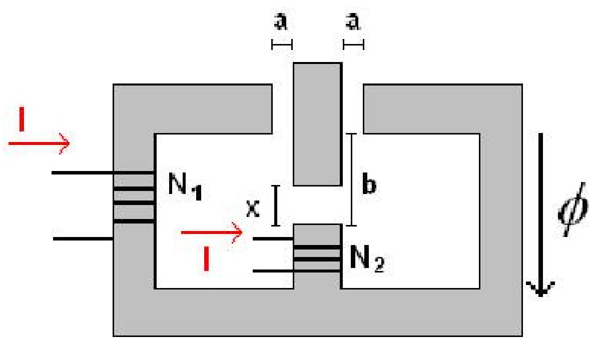
Profesores : Jorge Romo L.
Alfredo Muñoz R.
Profesor Auxiliar : Eduardo Zamora D.
ezamora@ing.uchile.cl
Fecha : 20/08/2010

EL4001 – Conversión de la Energía y Sistemas de Eléctricos

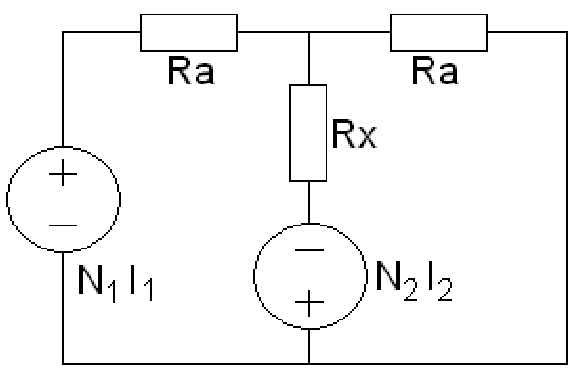
Auxiliar 1 – Circuitos Magnéticos

Problema 1



d) Obtenga las inductancias propias y mutuas de los enrollados.

Teníamos el circuito de reluctancias:



Definamos:

Φ_{ik} = Flujo a través de la bobina "i" debido a la corriente "k". (Es decir, solo consideramos como fuente de flujo a la bobina "k")

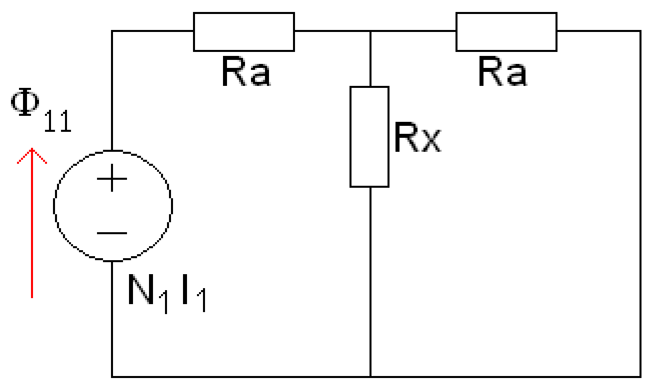
Entonces la inductancia mutua (o propia, si i = k) se define como:

$$L_{ik} = N_i \cdot \frac{\partial \Phi_{ik}}{\partial I_k}$$

En general se tendrá que $L_{ik} = L_{ki}$.

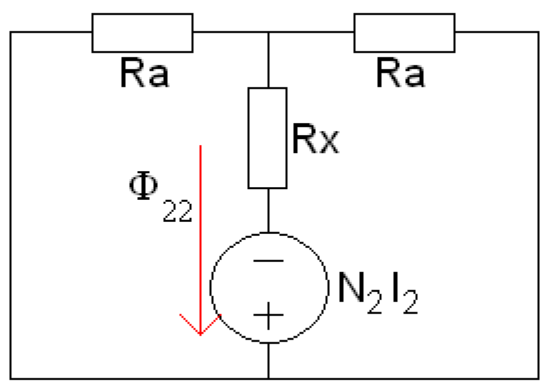
- Para L_{11}: Calculamos la reluctancia equivalente que ve la bobina (combinación serie o paralelo), y aplicamos $\Phi * \mathcal{R} = N * I$.

$$\Phi_{11} = \frac{N_1 \cdot I_1}{R_a + (R_x // R_a)} \Rightarrow L_{11} = N_1 \cdot \frac{\partial \Phi_{11}}{\partial I_1} = \frac{N_1^2}{R_a + (R_x // R_a)}$$



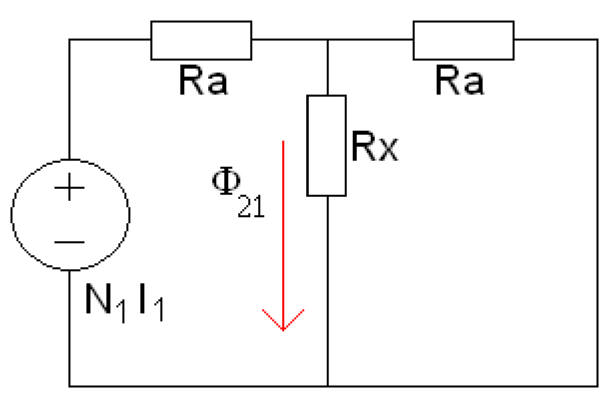
- Para L_{22}: Análogo

$$\Phi_{22} = \frac{N_2 \cdot I_2}{R_x + (R_a // R_a)} \Rightarrow L_{22} = N_2 \cdot \frac{\partial \Phi_{22}}{\partial I_2} = \frac{N_2^2}{R_x + (R_a // R_a)}$$

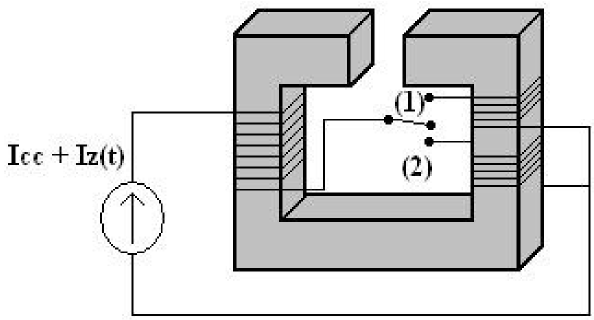


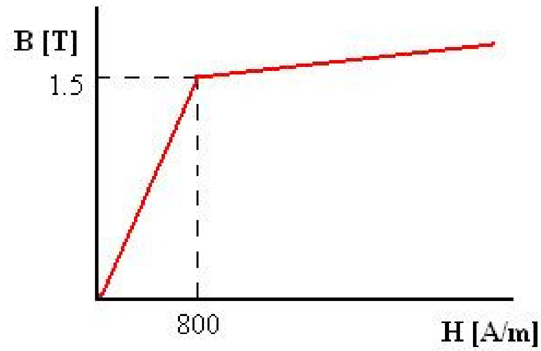
- $L_{12} = L_{21}$, inductancias mutuas.

$$\Phi_{21} = \frac{R_a}{R_a + R_x} \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{R_a + (R_a // R_x)} \Rightarrow L_{21} = N_2 \cdot \frac{\partial \Phi_{21}}{\partial I_1} = \frac{R_a}{R_a + R_x} \cdot \frac{N_2 \cdot N_1}{R_a + (R_a // R_x)}$$



Problema 3





b) **Considere ahora $I_Z(t) = 0.01*sen(2\pi 50*t)$ [A]. Para el interruptor en (1), calcule la tensión inducida (magnitud) sobre la bobina (2). Análogamente, para el interruptor en (2), calcule la tensión inducida en la bobina (1).**

Habíamos encontrado que para el switch en (1) se opera en zona lineal, mientras que en (2) se pasa a saturación. Denotemos N al número de vueltas efectivo (N_1-N_2 en el caso 1, y N_1+N_2 en el caso 2).

La ley de Ampère toma la forma:

$$L * H_F + g * H_g = N * I = N * (I_{CC} + I_Z(t)) \quad (\#)$$

Sabemos que la densidad de flujo magnético "B" es igual en el núcleo y en el entrehierro. De esta forma, (#) toma la forma:

$$L \cdot H_F(B) + g \cdot \frac{B}{\mu_0} = N \cdot (I_{CC} + I_Z(t))$$

La tensión inducida en la bobina no conectada vendrá dada por la variación de flujo a través de esta (ley de Faraday), por lo que se debe calcular dB/dt. Derivamos la ecuación anterior respecto al tiempo:

$$L \cdot \frac{dH_F(B)}{dB} \cdot \frac{dB}{dt} + \frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{dB}{dt} = N \cdot \frac{dI_Z(t)}{dt}$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{N \cdot \frac{dI_Z(t)}{dt}}{L \cdot \frac{dH_F(B)}{dB} + \frac{g}{\mu_0}}$$

$$|e| = \left|N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt}\right| = \left|N_2 \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}\right| = \frac{A \cdot N_2 \cdot N \cdot \left|\frac{d\,I_Z(t)}{dt}\right|}{L \cdot \frac{d\,H_F(B)}{d\,B} + \frac{g}{\mu_0}}$$

Donde el módulo de $dI_Z/dt = 0.01 * 100\pi = \pi$.

Para el caso 1 (sin saturación):

$$|e| = \left|\frac{0.0001 \cdot 100 \cdot (400 - 100) \cdot \pi}{0.12 \cdot \frac{d\,H_F(B)}{d\,B} + \frac{0.0003}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}}\right| = \frac{0.0001 \cdot 100 \cdot (400 - 100) \cdot \pi}{0.12 \cdot \frac{800}{1.5} + \frac{0.0003}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}} = 30[\mathrm{mV}]$$

Para el caso 2 (con saturación)

$$|e| = \left|\frac{0.0001 \cdot 100 \cdot (400 + 100) \cdot \pi}{0.12 \cdot \frac{d\,H_F(B)}{d\,B} + \frac{0.0003}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}}\right| = \frac{0.0001 \cdot 100 \cdot (400 + 100) \cdot \pi}{0.12 \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} + \frac{0.0003}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}} = 0.16[\mathrm{mV}]$$