

CI 52K - HORMIGÓN PRETENSADO
AUXILIAR Nº 3

Prof. Fernando Yáñez
Prof. Aux. David Silva
Sem. Primavera 2009

P1.

Una viga rectangular de 350 mm de ancho que tiene una luz de 12 m está postensada. La pérdida total de tensado es de un 20%. La curva tensión – deformación del acero de pretensado se indica en la figura (al final). Las características de las cargas y los materiales son las siguientes:

▪ carga muerta adicional	=	8 kN/m.
▪ carga viva de servicio	=	20 kN/m.
▪ E_c	=	28 GPa.
▪ f'_c	=	35 MPa.
▪ f'_{ci}	=	25 MPa.

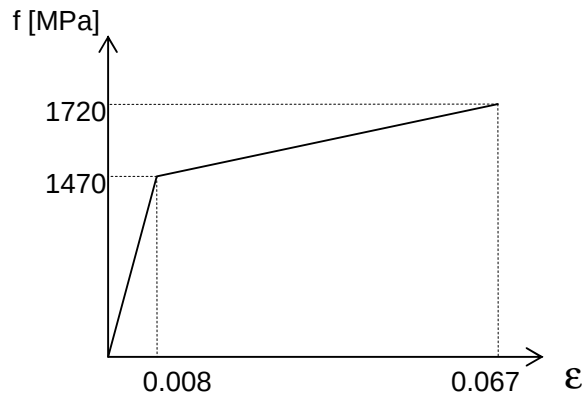
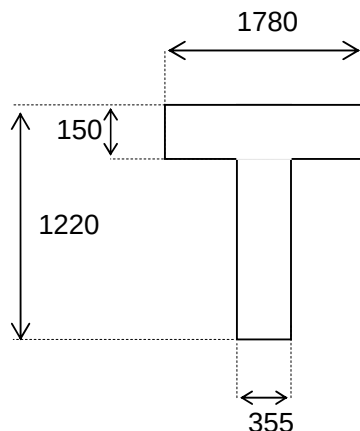
- 1) Diseñe la viga para **cable deflectado en los tercios** ($e = 0$ en los apoyos) para condición U.
- 2) Diseñe la misma viga anterior **disminuida la carga viva en un 20%**, tal que se optimice la carga y excentricidad del pretensado, **manteniendo la sección de hormigón definida en 1)**. Determine la excentricidad y la carga de pretensado. Comparar y comentar el resultado con el obtenido en 1).

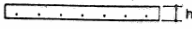
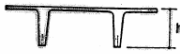
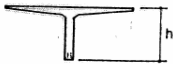
P2

Una viga de sección T, como se muestra en la figura, que tiene una luz de 24 m está pretensada. La pérdida total de tensado es de un 15%. La curva idealizada tensión – deformación del acero de pretensado se indica en la figura. Las características de las cargas y los materiales son las siguientes:

▪ carga muerta adicional	=	5.8 kN/m.
▪ carga viva de servicio	=	17.5 kN/m.
▪ E_c	=	25 GPa.
▪ f'_c	=	35 MPa.
▪ f'_{ci}	=	25 MPa.
▪ ϵ_{cu}	=	0.003
▪ factor de reducción de capacidad	=	0.9
▪ factor de mayoración de cargas	=	1.2 CV + 1.6 CM

Diseñe la viga parcialmente pretensada, entregando la fuerza de pretensado, la sección y excentricidad del cable, y la sección de acero de refuerzo a tracción (A 63-42H).



Type of element	Live load psf (kN/m ²)	Span/depth ℓ/h ratio
	<dead load	40
	50 (2.4) 100 (4.8)	40-50 32-42
	50 (2.4) 100 (4.8)	20-30 18-28
	50 (2.4) 100 (4.8)	23-32 19-24
	<dead load	20
	<dead load	30
	highway loading	18

P1 Auxiliar 3 CI52K

Parte 1

Datos

$$b := 350\text{mm}$$

$$L := 12\text{m}$$

$$R := 0.80$$

$$f_c := 35\text{MPa}$$

$$f_{cpi} := 25\text{MPa}$$

$$\epsilon_u := 0.003$$

$$E_c := 25\text{GPa}$$

$$\gamma_h := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

Propiedades del cable

$$f_{py} := 1470\text{MPa}$$

$$f_{pu} := 1720\text{MPa}$$

cargas

$$\omega_d := 8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\omega_l := 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_d := \frac{\omega_d \cdot L^2}{8}$$

$$M_l := \frac{\omega_l \cdot L^2}{8}$$

$$M_d = 144 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_l = 360 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Tensiones admisibles

$$f_{ci} := -0.6f_{cpi}$$

$$f_{ti} := 0.25 \cdot \sqrt{f_{cpi} \cdot \text{MPa}}$$

$$f_{cs} := -0.6 \cdot f_c$$

$$f_{ts} := 0.625 \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}}$$

$$f_{ci} = -15 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ti} = 1.25 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{cs} = -21 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ts} = 3.698 \cdot \text{MPa}$$

Diseño Viga

Estimación de valores

$$h := 767\text{mm}$$

$$I_c := \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$\omega_o := b \cdot h \cdot \gamma_h$$

$$M_o := \frac{\omega_o \cdot L^2}{8}$$

$$M_{op} := \frac{\omega_o \cdot L^2}{9}$$

$$I_c = 1.316 \times 10^{10} \cdot \text{mm}^4$$

$$\omega_o = 6.711 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_o = 120.803 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{op} = 107.38 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad (\text{En } x = L/3)$$

$$c := \frac{h}{2}$$

$$c = 383.5 \cdot \text{mm}$$

$$S_1 := \frac{(1 - R) \cdot M_{op} + (M_o - M_{op}) + M_d + M_l}{R \cdot f_{ti} - f_{cs}} \quad S_1 = 2.45 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

$$S2 := \frac{(1 - R) \cdot Mop + (Mo - Mop) + Md + MI}{fts - R \cdot fci} \quad S2 = 3.433 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

$$Sdis := \max(S1, S2) \quad Sdis = 3.433 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

$$S := \frac{Ic}{c} \quad S = 3.432 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

$$Ac := b \cdot h \quad Ac = 2.685 \times 10^5 \cdot \text{mm}^2$$

$$fcci := fti - \frac{c}{h} \cdot (fti - fci) \quad fcci = -6.875 \cdot \text{MPa}$$

$$Pi := -Ac \cdot fcci \quad Pi = 1.846 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$ex := (fti - fcci) \cdot \frac{S}{Pi} + \frac{Mop}{Pi} \quad ex = 209.258 \cdot \text{mm}$$

$$fpadm := -\min(0.82fpy, 0.74fpu) \quad fpadm = -1.205 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$Ap := \frac{-Pi}{fpadm} \quad Ap = 1.531 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Parte 2

$$MI := 0.8MI \quad MI = 288 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$Mt := Mo + Md + MI \quad Mt = 552.803 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

excentricidad máxima

$$dpr := 70 \text{mm}$$

$$em := c - dpr \quad em = 313.5 \cdot \text{mm}$$

Gráfico

$$j := 0 \dots 500 \quad ej := j \cdot \text{mm}$$

$$r := \sqrt{\frac{Ic}{Ac}}$$

$$\text{fun1}_j := \frac{\left(-1 + ej \cdot \frac{c}{r^2}\right)}{\left(fti + \frac{Mo}{S1}\right) \cdot Ac}$$

$$\text{fun2}_j := \frac{\left(1 + ej \cdot \frac{c}{r^2}\right)}{\left(-fci + \frac{Mo}{S2}\right) \cdot Ac}$$

$$\text{fun3}_j := \frac{R \cdot \left(1 + ej \cdot \frac{c}{r^2}\right)}{\left(-fts + \frac{Mt}{S2}\right) \cdot Ac}$$

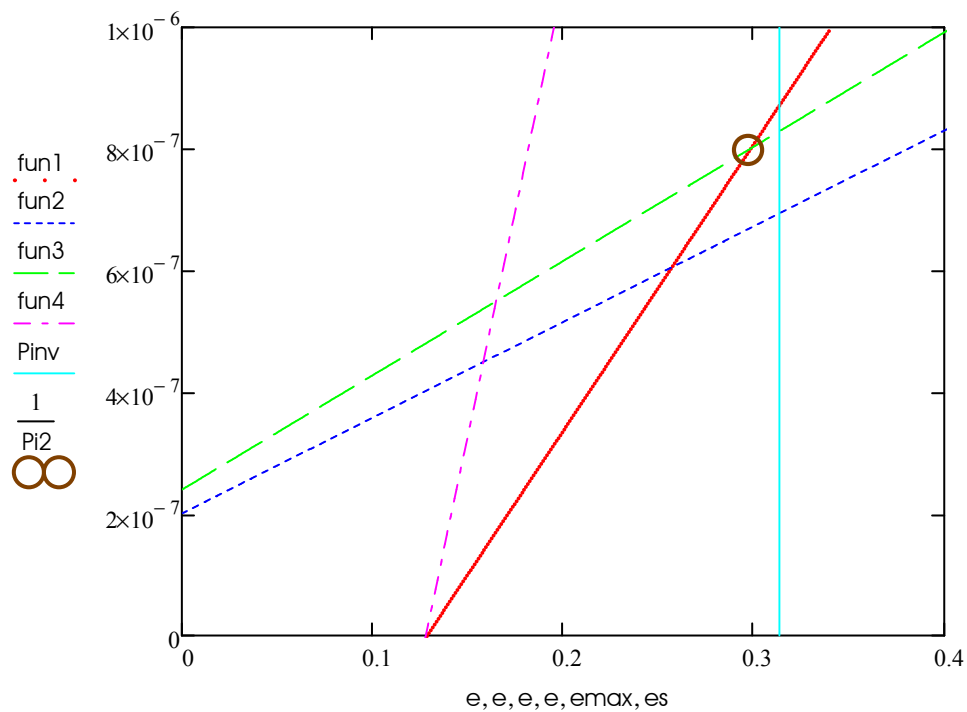
$$\text{fun4}_j := \frac{R \cdot \left(-1 + e_j \cdot \frac{c}{r^2} \right)}{\left(fcs + \frac{Mt}{S1} \right) \cdot Ac}$$

$$e_{\max} := \begin{pmatrix} e_m \\ e_m \end{pmatrix} \quad P_{\text{inv}} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$e_s := 297 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{\left(-1 + e_s \cdot \frac{c}{r^2} \right)}{\left(fti + \frac{Mo}{S1} \right) \cdot Ac} - \frac{R \cdot \left(1 + e_s \cdot \frac{c}{r^2} \right)}{\left(-fts + \frac{Mt}{S2} \right) \cdot Ac} = -9.198 \times 10^{-7} \cdot \frac{1}{\text{kN}}$$

$$Pi2 := \frac{\left(-fts + \frac{Mt}{S2} \right) \cdot Ac}{R \cdot \left(1 + e_s \cdot \frac{c}{r^2} \right)} \quad Pi2 = 1.253 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$



Resumen

$$e_x = 209.258 \cdot \text{mm}$$

$$Pi = 1.846 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$e_s = 297 \cdot \text{mm}$$

$$Pi2 = 1.253 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Pauta Ejercicio 3 CI52K Primavera 2009

Datos geométricos de la viga

$$h := 1220 \cdot \text{mm} \quad h_{ft} := 150 \cdot \text{mm}$$

$$b_w := 355 \cdot \text{mm} \quad \bar{L} := 24 \cdot \text{m}$$

$$b := 1780 \cdot \text{mm}$$

Propiedades geométricas:

$$A_c := b \cdot h_{ft} + (h - h_{ft}) \cdot b_w \quad A_c = 6.469 \times 10^5 \cdot \text{mm}^2$$

$$y_b := \frac{b \cdot h_{ft} \cdot \left(h - \frac{h_{ft}}{2}\right) + (h - h_{ft}) \cdot b_w \cdot \frac{(h - h_{ft})}{2}}{A_c} \quad y_b = 786.789 \cdot \text{mm}$$

$$y_t := h - y_b \quad y_t = 433.211 \cdot \text{mm}$$

$$I_c := \frac{b \cdot h_{ft}^3}{12} + b \cdot h_{ft} \cdot \left(h - \frac{h_{ft}}{2} - y_b\right)^2 + \frac{b_w \cdot (h - h_{ft})^3}{12} + (h - h_{ft}) \cdot b_w \cdot \left(\frac{h - h_{ft}}{2} - y_b\right)^2$$

$$I_c = 9.508 \times 10^{10} \cdot \text{mm}^4$$

$$r := \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} \quad r = 383.398 \cdot \text{mm}$$

$$W_t := \frac{I_c}{y_t} \quad W_t = 2.195 \times 10^8 \cdot \text{mm}^3$$

$$\bar{W}_b := \frac{I_c}{y_b} \quad W_b = 1.208 \times 10^8 \cdot \text{mm}^3$$

$$c_1 := y_t \quad S_1 := W_t$$

$$c_2 := y_b \quad S_2 := W_b$$

Cargas:

$$\gamma_c := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$q_o := A_c \cdot \gamma_c$$

$$q_d := 5.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_o = 16.171 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_o := \frac{q_o \cdot L^2}{8}$$

$$M_d := \frac{q_d \cdot L^2}{8}$$

$$q_l := 17.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_l := \frac{q_l \cdot L^2}{8}$$

$$M_t := M_o + M_d + M_l$$

$$q_u := 1.2 \cdot (q_o + q_d) + 1.6 \cdot q_l$$

$$M_u := \frac{q_u \cdot L^2}{8}$$

$$M_u = 3.914 \times 10^3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Materiales:

Hormigón:

$$f_c := 35 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{cip} := 25 \cdot \text{MPa}$$

$$E_c := 4700 \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}}$$

$$\epsilon_{cu} := 0.003$$

$$\beta_1 := \begin{cases} 0.85 & \text{if } f_c \leq 30 \text{ MPa} \\ 0.85 - 0.008 \cdot \left(\frac{f_c}{\text{MPa}} - 30 \right) & \text{if } 30 \text{ MPa} \leq f_c \leq 55 \text{ MPa} \\ 0.65 & \text{if } f_c \geq 55 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\beta_1 = 0.81$$

Acero para hormigón armado

$$f_y := 420 \text{ MPa}$$

Cables:

$$f_{pu} := 1860 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{py} := 1674 \cdot \text{MPa}$$

$$R_s := 0.85$$

$$\epsilon_{pu} := 0.067$$

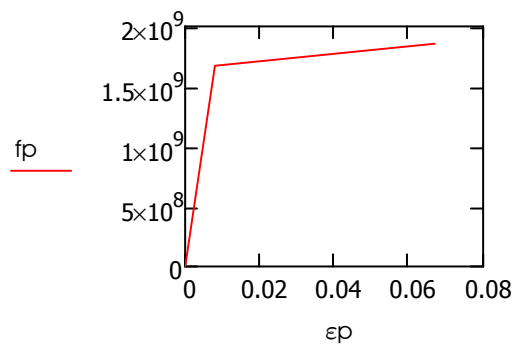
$$\epsilon_{py} := 0.008$$

$$E_p := \frac{f_{py}}{\epsilon_{py}}$$

$$E_p = 2.092 \times 10^5 \cdot \text{MPa}$$

$$\epsilon_p := \begin{pmatrix} 0 \\ \epsilon_{py} \\ \epsilon_{pu} \end{pmatrix}$$

$$f_p := \begin{pmatrix} 0 \\ f_{py} \\ f_{pu} \end{pmatrix}$$



Área tentativa de cable

$$M_n := \frac{M_u}{0.9} \quad M_n = 4.349 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$rec := 100 \text{ mm}$$

$$Z := h - rec - \frac{h_{ft}}{2} \quad Z = 1.045 \times 10^3 \text{ mm}$$

$$A_{pt} := \frac{M_n}{0.9 \cdot f_{pu} \cdot Z} \quad A_{pt} = 2.486 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

Sección comprimida

$$a := \frac{M_n}{b \cdot \beta_1 \cdot f_c \cdot Z} \quad a = 82.475 \text{ mm}$$

$$Ver1 := \text{if}(a \leq h_{ft}, \text{"viga rectangular"}, \text{"viga T"})$$

$$Ver1 = \text{"viga rectangular"}$$

$$Z_r := h - rec - \frac{a}{2}$$

Excentricidad del cable

$$e := h - c_1 - rec \quad e = 686.789 \text{ mm}$$

Fuerza de pretensado

$$P_e := \frac{(q_o + q_d) \cdot L^2}{8 \cdot e} \quad P_e = 2.303 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$P_i := \frac{P_e}{R} \quad P_i = 2.71 \times 10^3 \text{ kN}$$

Calcular área del cable

$$f_{padm} := \min(0.74 \cdot f_{pu}, 0.82 \cdot f_{py}) \quad f_{padm} = 1.373 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$A_p := \frac{P_i}{f_{padm}} \quad A_p = 1.974 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

$$A_{pd} := \max(A_{pt}, A_p) \quad A_{pd} = 2.486 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

Tensiones admisibles

$$f_{ci} := -0.6 f_{cip} \quad f_{ci} = -15 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ti} := 0.25 \cdot \sqrt{f_{cip} \cdot \text{MPa}} \quad f_{ti} = 1.25 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{cs} := -0.6 \cdot f_c$$

$$f_{cs} = -21 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ts} := 0.625 \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}}$$

$$f_{ts} = 3.698 \text{ MPa}$$

Cálculo de tensiones

Estado inicial

$$f_{1i} := \frac{-P_i}{A_c} + P_i \cdot \frac{e}{S_1} - \frac{M_o}{S_1}$$

$$f_{1i} = -1.015 \text{ MPa}$$

$$f_{2i} := \frac{-P_i}{A_c} - P_i \cdot \frac{e}{S_2} + \frac{M_o}{S_2}$$

$$f_{2i} = -9.955 \text{ MPa}$$

Estado de servicio

$$f_{1s} := \frac{-P_e}{A_c} + P_e \cdot \frac{e}{S_1} - \frac{M_t}{S_1}$$

$$f_{1s} = -9.302 \text{ MPa}$$

$$f_{2s} := \frac{-P_e}{A_c} - P_e \cdot \frac{e}{S_2} + \frac{M_t}{S_2}$$

$$f_{2s} = 6.865 \text{ MPa}$$

$$\text{Ver2} := \text{if}(f_{1i} \geq f_{ci}, \text{"Ok"}, \text{"No cumple"})$$

$$\text{Ver2} = \text{"Ok"}$$

$$\text{Ver3} := \text{if}(f_{2i} \geq f_{ci}, \text{"Ok"}, \text{"No cumple"})$$

$$\text{Ver3} = \text{"Ok"}$$

$$\text{Ver4} := \text{if}(f_{1s} \geq f_{cs}, \text{"Ok"}, \text{"No cumple"})$$

$$\text{Ver4} = \text{"Ok"}$$

$$\text{Ver5} := \text{if}(f_{2s} \leq f_{ts}, \text{"Ok"}, \text{"Verificar ancho grieta"})$$

$$\text{Ver5} = \text{"Verificar ancho grieta"}$$

Determinación de armaduras

$$T_u := \frac{M_u}{Z_r \cdot 0.9}$$

$$f_{ps} := 0.9 \cdot f_{pu}$$

$$A_s := \frac{T_u - A_{pd} \cdot f_{ps}}{f_y}$$

$$A_s = -310.138 \text{ mm}^2$$

No requiere armadura a tracción

$$\text{MPa} := 10^6 \cdot \text{Pa}$$

$$\text{kN} := 10^3 \cdot \text{N}$$