

Analysis Amortizada & "Online Algorithms"

Note Title

10/7/2010

I Analysis Amortizada

① Amortización en la vida

$$\frac{\text{precio total}}{\# \text{ tiempo}} = \text{costo amortizado.}$$

- costo de auto

- espera para cargar B/P

② En Computadores

- * Agregar elementos en paginas de memoria secundario $\rightarrow$ costo amortizado
- * Buscar en arreglo desordenado
 - Move To Front $\rightarrow$ Costo amortizado es n elementos
- * Incrementar un numero en binario $\in [1..n]$
 - peor caso $\lg n$ "flips"
 - amortizado **Sobre** $1+1+1+1 \dots$ (for $i=1$ to n)
 - $\hookrightarrow$ peor caso $n(\lg n)$
 - $\hookrightarrow n \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{8} + \frac{n}{16} + \dots + \frac{n}{2^i} + \dots + \frac{n}{2^{\lg n}} \leq 2n$
 - $\Rightarrow$ Costo amortizado ≤ 2

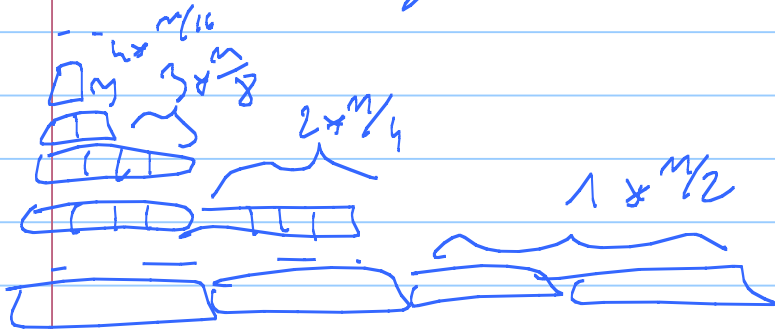
③ Generalización

Ejemplo más práctico

Vector en Java

↳ Un arreglo "infinito" (simulado)

↳ costo amortizado 1



$$\begin{array}{l} \text{Total} \\ \hline \sum n \frac{1}{2^i} = n \sum \frac{1}{2^i} \leq ? \\ \hline \text{Amortizado} \\ \sum \frac{1}{2^i} \leq ? \end{array}$$

Técnica más general

funcion Potencial

$\hookrightarrow \phi_0 \quad \dots \quad \phi_n$

elegida de manera que podemos
acotar $\phi_i - \phi_{i-1} \Rightarrow \Delta \phi_i$

④ Ejemplos Sofisticados

— Fibonacci Heap $\rightarrow$ Priority Queues

($\sim$ Splay Arboles $\rightarrow$ Diccionarios)



IV Competividad

Ejemplos donde Costo Amortizado

= Costo en el peor caso

✗ Agregar elementos en un arreglo ordenado

Peor caso por	operaciones	$n-1$
amortizado		$n-1$

⑦ Reiniciamiento

$k=4$

1, 2, 3, 4, 4, 1, 2, 2, 3, 5

1	2	3	4
---	---	---	---

- LRU → ~~X~~

1	2	3	5
---	---	---	---

- FIFO ~~X~~

5	2	3	4
---	---	---	---

- LFU ~~X~~

1	5	3	4
---	---	---	---

- FWF

5	1	1	1
---	---	---	---