

Diseño de Algoritmos: Cotas Inferiores y Superiores

Note Title

8/12/2010

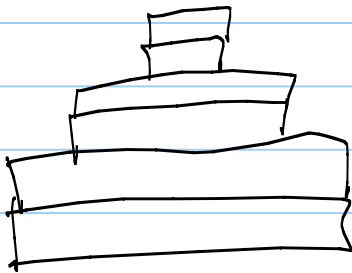
Hanoi

Cuántos movimientos necesarios para mover una torre de n discos?

$2^n - 1$ = Complejidad del Problema
= Cota inferior y superior.

En CASA : revisar la prueba.

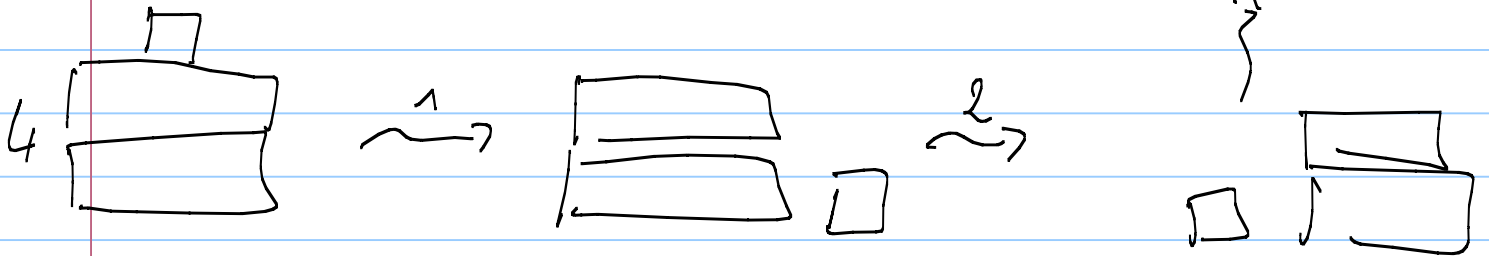
Disk Pile Problem



} n discos de
tamaño 1

- n discos, h tamaños
- n_i discos de tamaño i

$m=3, h=2$



ENCASA : Algoritmo y cota inferior

③ Min Max en un arreglo

② Max

Cota Superior $n-1$ comparaciones
 $\leadsto O(n)$

Cota Inferior:

(Cada elemento tiene que ser comparado $\Rightarrow$ al menos $\frac{n}{2}$ comparaciones)
 $\leadsto \Omega(n)$

lema del ave

Si un algoritmo tiene que **verificar** la respuesta (el máximo es en posición) el necesita **$n-1$** comparaciones.

Dado las cosas inferior $n-1$

Superior $n-1$

concluimos que la complejidad del problema es $n-1$ ($\in O(n)$)

⑥ Complejidad Computacional de Min Max

- cota Superior $2n - 2$

- cota inferior $n - 1$

~~? Cota inferior (con 2 aves) $n - 1 + n - 2 = 2n - 3$~~

 min y max no son problemas independientes!

Algoritmo Min Max

Ganador = elemento mas grande
que al menos un elemento

Perdedor

pequeño

hacer $n/2$ comparaciones de pares disjuntos

$\rightarrow n/2$ ganadores $\rightarrow \frac{n}{2} - 1$ cmp para el _{maxima}

$n/2$ perdedores, $\frac{n}{2} - 1$ cmps para el min

$\leadsto 3\frac{n}{2} - 2$ comparaciones

Cota inferior

① Cada elemento debe ser tocado una vez $\rightarrow$ al menos $n/2$ comps.

Dado un algoritmo A ,

$g(i) = \# \text{ ganadores}$ después de i -ésima
(no perdedores) Comparación

$p(i) = \text{perdedores}$
(no ganadores)

$e(i) = \# \text{ eliminados}$

$$p(0) = 0$$

$$g(0) = 0$$

$$e(0) = 0$$

Al final

$$p() = 1$$

$$g() = 1$$

$$e() = n-2$$

Período de comparación
 "a ? b"

- a, b no tocados

$$p \nearrow, g \nearrow, e \rightarrow$$

- a ganador

b no tocado $\rightarrow a < b$
 (o el revés) $\rightarrow a > b$

$$p \rightarrow, g \rightarrow, e \nearrow$$

$$p \nearrow, g \rightarrow, e \rightarrow$$

- a perdedor $a > b$ $p \rightarrow g \rightarrow e \nearrow$
 b no tocado $a < b$ $p \rightarrow g \nearrow e \rightarrow$

- a perdedor $a < b$ $p \rightarrow g \rightarrow e \rightarrow$
 b ganador $a > b$ $p \searrow g \searrow \boxed{e \nearrow}$

- a, b perdedores $p \searrow g \rightarrow e \nearrow$

- a, b ganadores $p \rightarrow g \searrow e \nearrow$

Dado las cotas inferior

$$\cancel{2n-3}$$

Superior

$$\frac{3n}{2} - 2$$

concluimos que la complejidad
del problema es $(\in O(n))$