Auxiliar 1

Cátedra: Teoria de la Computación
Profesor: Gonzalo Navarro
Auxiliar: Miguel Romero

18 de Agosto del 2010

1. Sean A y B subconjuntos de U. Pruebe que

$$A \cap B = \phi \iff (A \Delta B) \Delta C = A \cup B \cup C$$

donde $C = (A \cup B)^c$.

2. Sea Σ un alfabeto finito. Para $L_1, L_2 \in \mathcal{P}(\Sigma^*)$ lenguajes, decimos que $L_1 \leq L_2$, si y solo si, existe $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ tal que para todo $w \in \Sigma^*$ se tiene que $w \in L_1 \iff f(w) \in L_2$. Ademas pedimos que f se pueda calcular mecanicamente, es decir, que haya un programa o algoritmo tal que con la entrada w retorna $f(w)$, para todo $w \in \Sigma^*$.

   (a) Pruebe que la relacion $\leq$ sobre $\mathcal{P}(\Sigma^*)$ es refleja y transitiva. Es antisimetrica?.
   (b) Pruebe que si $L_1 \leq L_2$, entonces $L_1^c \leq L_2^c$.
   (c) Pruebe que existen L_1 y L_2 tal que no son comparables, es decir, no se cumple $L_1 \leq L_2$, ni $L_2 \leq L_1$.
   (d) Pruebe que si imponemos en la definicion que f sea sobre, entonces $\leq$ es simetrica.
   (e) Pruebe que si hay un algoritmo que responde si w esta o no en L_1, para todo w de manera correcta, entonces $L_1 \leq L_2$, para cualquier L_2 no vacio y distinto de Σ^*.

3. Que lenguaje representa la expresion $((a^*a)b)|b$?.

4. Pruebe que si L es regular, tambien lo es $L' = \{uw : u \in \Sigma^*, w \in L\}$.

5. Sea $\Sigma = \{0, 1\}$. Pruebe que los siguientes lenguajes son regulares

   (a) Las cadenas que son la representacion binaria de un numero par.
   (b) Las cadenas que son la representacion binaria de un numero de la forma $2^k + 1$ con $k \geq 1$.
   (c) Las cadenas con no mas de tres 0's.
   (d) Las cadenas que no contienen la subcadena 00.
   (e) Las cadenas que no contienen la subcadena 001.
   (f) Las cadenas con exactamente una ocurrencia de la subcadena 000.
   (g) Las cadenas que tienen tantos 01's como 10's (por ejemplo 010, tiene una ocurrencia de 01 y una ocurrencia de 10).