Auxiliar 3

Cátedra: Teoria de la Computación
Profesor: Gonzalo Navarro
Auxiliar: Miguel Romero

1 de Septiembre del 2010

1. Pruebe que si L es regular, entonces los siguientes lenguajes tambien lo son
   (a) $Pref(L) = \{x : \exists y \text{ tal que } xy \in L\}$
   (b) $Suf(L) = \{y : \exists x \text{ tal que } xy \in L\}$
   (c) $L^R = \{w^R : w \in L\}$ (w^R es w leido al reves).
   (d) $Nosubstr(L)$, las cadenas que no son substring de ninguna cadena en L.
2. Pruebe que los siguientes lenguajes no son regulares
   (a) $L = \{a^{k^2} : \forall k \geq 1\}$
   (b) $L = \{w \in \{a, b\}^* : w = w^R\}$
   (c) $L = \{ww : w \in \{a, b\}^*\}$
   (d) $L = \{a^n b^m : n > m\}$
   (e) $L = \{a^n b^m : n \neq m\}$
3. Sea $L \subseteq \{a, b\}^*$ el lenguaje de las cadenas donde todos los bloques de a's tienen el mismo largo (un bloque es una secuencia de a's consecutivas). Por ejemplo $bbbaabaabbaa \in L, abbababababba \in L, aaaabbaaaabaaaa \in L, baabbbaba \notin L$. Pruebe que L no es regular.
4. Pruebe que si L es un lenguaje regular entonces el lenguaje de los prefijos reversos de cadenas de L tambien es regular. Formalmente, demuestre que $L^{'} = \{x^R : \exists y \text{ tal que } xy \in L\}$ es regular.
5. Un transductor es una tupla $M = (K, \Sigma, \delta, s)$, donde K es un conjunto finito de estados, Σ es un alfabeto finito, $s \in K$ es el estado inicial y
   $$\delta : K \times \Sigma \to K \times \Sigma^*$$
   La idea es que un transductor lee una cadena de entrada y produce una cadena de salida. Si estamos en el estado q y leemos el caracter a, y $\delta(q, a) = (q^{'}, x)$ entonces el transductor pasa al estado $q^{'}$ y produce la cadena x. En la representación gráfica se pone a/x sobre la flecha que va de q a $q^{'}$.
   (a) Defina formalmente la función salida S_M de un transductor, que recibe la cadena de entrada y entrega la salida que producirá el transdcutor.
   (b) Construya un transductor que tome secuencias seguidas de ceros o unos y solo deje un representante de cada secuencia, por ejemplo $00111100101111000 \to 0101010$.
   (c) Pruebe que $S = \{S_M(w) : w \in \Sigma^*\}$ es regular.
   (d) Para $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ decimos que L_1 se reduce a L_2 mediante transductor, denotado $L_1 \leq_T L_2$, si existe un transductor M tal que para todo $w \in \Sigma^*$
   $$w \in L_1 \iff S_M(w) \in L_2$$
   Pruebe que si L_2 es regular y $L_1 \leq_T L_2$, entonces L_1 es regular.