

Auxiliar 3 - Relaciones, Funciones y Crecimiento

Cátedra: Matemáticas Discretas

Profesor: Pablo Barceló

Auxiliares: Raimundo Briceño, Francisco Unda

27 de Octubre del 2010

1. Un modelo permite estimar la caza de huemules en una temporada mediante el promedio de caza de las dos anteriores.
 - (a) Encuentre una relación de recurrencia que defina $\{H_n\}$, el número de huemules cazados en una temporada, para todo $n > 3$.
 - (b) Resuelva esta ecuación de recurrencia con condiciones iniciales $H_1 = 1$ y $H_2 = 3$.
2. Resuelva las siguientes ecuaciones de recurrencia:
 - (a) $T(1) = 1$ y $T(n) = 3T(n-1) + 2$ para $n \geq 2$.
 - (b) $T(1) = 5$ y $T(n) = 2T(n-1) + 3n + 1$ para $n \geq 2$.
 - (c) $T(1) = 1$ y $T(n) = 2T(n/2) + 6n - 1$ para $n = 2^k, k > 0$.
3. Muestre que la ecuación de recurrencia $w_{t+1} = \frac{aw_t+b}{cw_t+d}$ se puede escribir como una ecuación lineal de grado 1 con coeficientes constantes mediante el cambio de variable: $x_t = \frac{1}{A+w_t}$.
4. Resuelva la ecuación $w_{t+1} = \frac{4w_t}{w_t+3}$ con $w_0 = 1$.
5. ¿Cuál es el número de aristas en K_n ?
6. Demuestre o refute la siguiente conjetura: En todo grafo simple existen al menos dos nodos con el mismo grado.
7. Muestre que un árbol T que no tiene vértices de grado 2, tiene más hojas que nodos internos.
8. Demuestre que todo grafo G simple con n vértices y estrictamente más de $\binom{n-1}{2}$ arcos tiene que ser conexo.

Hint: Demuestre que si G tiene al menos dos componentes conexas, y una de sus componentes conexas tiene $k < n$ vértices, entonces G tiene a lo más $\binom{n-1}{2}$ arcos.
9. Sea G un grafo, y sea $\delta(G)$ su grado mínimo. Entonces G contiene un camino de largo $\geq \delta(G)$, y si $\delta(G) > 1$, un ciclo de largo $\geq \delta(G) + 1$.